

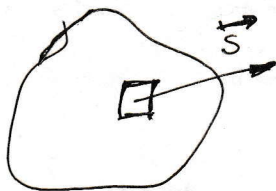
STATYKA PŁYNÓW (Teoria kinetyczna)

ciała stałe $\rightarrow$ płyny (gazy + cieczy) $\Rightarrow$ **płyns!**

skala masowa zjawisk up. snoda

jak parametrami makroskop. opisać ruch wielu cz. st.

$$N_A = 6.02 \times 10^{23} / \text{mol} \quad \text{liczba Avogadro}$$



ciśnienie

$$\vec{F} = p \vec{S}$$

płyn wewnątrz powierzchni
wywiera siłę na pow. $\perp \vec{S}$

$$p = \frac{\vec{F}}{\vec{S}} = \frac{F}{S} \quad \vec{F} \parallel \vec{S}$$

Blaise Pascal
(1623 - 1662)

$$[1 \text{ Pa} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2}]$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 10^3 \text{ hPa}$$

$$1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa}$$

$$1 \text{ atm} = 1013,25 \text{ hPa} \quad 760 \text{ mm Hg} = 1 \text{ atm}$$

$$\rho = f(T, p)$$

gęstość gazu zależy od T i p .

$$\frac{(p+dp)A}{pA} \downarrow dy \quad dQ = \rho g dy$$

$$pA = (p+dp)A + \rho g dy A$$

Zmiany wewnątrz płynu

$$dp = -\rho g dy$$

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g$$

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g$$

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = -\int_{y_1}^{y_2} \rho g dy$$

$$\Rightarrow p_2 - p_1 + \rho g (y_2 - y_1) = 0$$

$$* \{ p = p_0 + \rho g h \}$$

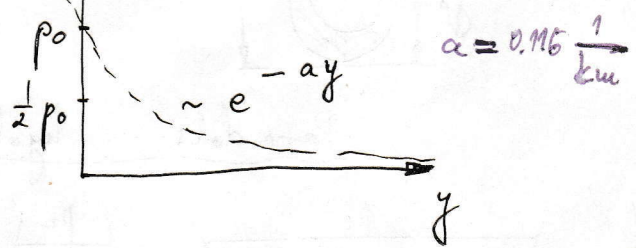
$$\text{ade } \rho \sim p$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dy} = -\frac{\rho_0}{p_0} p g$$

$$\{ p = p_0 e^{-\frac{\rho_0}{p_0} g y} \}$$

$$\int \frac{dp}{p} = -\frac{\rho_0}{p_0} g \int dy$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = \ln p_0 = -\frac{\rho_0}{p_0} g y$$



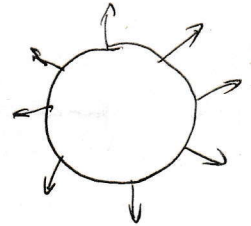
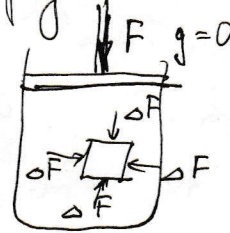
$$p = p_0 e^{-ay}$$

$$p = \frac{p_0}{2} \Rightarrow \frac{p_0}{2} = p_0 e^{-ay} \Rightarrow 2 = e^{ay}$$

$$\ln 2 = ay \Rightarrow y = \frac{\ln 2}{a} = 0.693 \times \frac{1}{0.16} = 5.37 \text{ km}$$

Prawo Pascala

ciśnienie wywierane na zamknięty płyn jest przekazywane niezmienione na każdą część płynu oraz na ścianki w stanie ustalonym!



Prawo Archimedeasa

Ciało zanurzone wypierane jest ku górze siłą równą ciężarowi płynu wypartego przez to ciało.

Jaka część głębi lodowej wystaje ponad pow. morza?

$$\rho_L = 0.92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(stawa) $\rho_w = 1.03 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

$$W_L = \rho_L g V_L$$

$$F_w = \rho_w g V_w$$

$$W_L = F_w \Rightarrow \rho_L V_L = \rho_w V_w$$

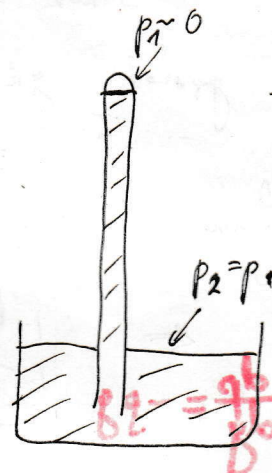
$$\frac{\rho_L}{\rho_w} = \frac{V_w}{V_L} = \frac{0.92}{1.03} \approx 89\%$$

$$\eta \approx 10\%$$

Barometr

Torricelli (1608-1647)

76 cm Hg $\Rightarrow$ 1 atm
poniżej morza $t = 0^\circ\text{C}$

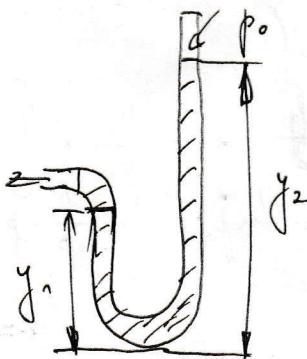


$$p_1 = p_0 + \rho g h$$

$$p = \rho g h$$

$$1 \text{ atm} = 13.59 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 980 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2} = 1.013 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} (\text{Pa})$$

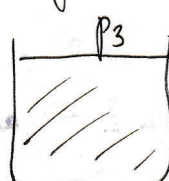
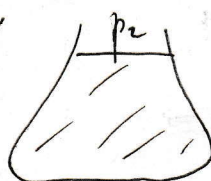
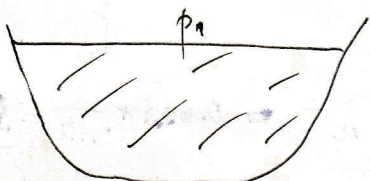
barometr Pascala $\rightarrow$ z czerwonego wina
(dośw. w Auvergne) Puy-le-Dome



$$h = y_2 - y_1$$

$$p - p_0 = \rho g h$$

Para dośw. hydrostatyczny



$$p = p_0 + \rho g h$$

$$dp = \rho g dh$$

$$p = p_0 + \frac{1}{2} \rho \omega^2 r^2$$

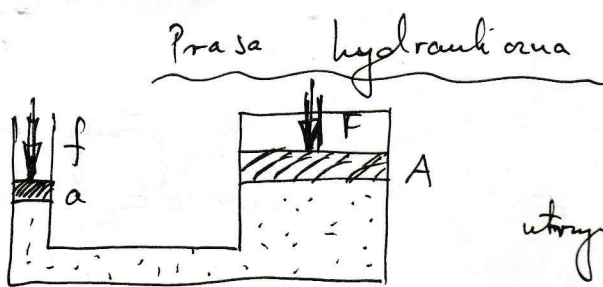
$$\frac{dp}{dr} = \rho \omega^2 r$$

$$f \alpha = \frac{m \omega^2 r}{m g}$$

$$\frac{dh}{dr} = \frac{\omega^2 r}{g}$$

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\omega^2 r}{g} \rho g$$

$$\frac{dp}{dr} = \omega^2 \rho r$$



$$\frac{f}{a} = \frac{F}{A}$$

utrzymamy $\left\{ F = \frac{fA}{a} \right\} \quad \frac{F}{f} = \frac{A}{a} !$

Dynamika płynów

$\rho(x,y,z,t)$ oraz $\vec{v}(x,y,z,t)$

1. laminarny (ustalony) lub niestalony $\vec{v} = \text{const}$ (w dowolnym punkcie płynu) $v - \text{małe}$

2. wirowy lub bezwirowy

3. ścisły lub nieścisły

4. lepki lub nielepki $\vec{v}_R$



linia prądu
struga prądu składająca się z linii prądu



$$\Delta m_1 = A_1 v_1 \Delta t \rho_1$$

$$\Delta m_2 = A_2 v_2 \Delta t \rho_2$$

strumień

masy $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \text{const}$ $\left\{ A_1 v_1 \rho_1 = A_2 v_2 \rho_2 \right\}$

$\Delta m_1 = \Delta m_2$ (prawa zach. masy)

$Av\rho = \text{const}$

dynamika płynów

płyn nieścisły
nie ma "źródeł"
ani "wycieków"

$$\rho_1 = \rho_2 \Rightarrow$$

$\left\{ A_1 v_1 = A_2 v_2 \right\}$

woda w rurze

$Av = \text{const}$

$\left[\frac{m^3}{s} \right]$ natężenie przepływu

$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = S$

rownanie ciętości

wypływ masy na jedn. obj.

syłkość

gramachenia masy w dV

w dV

dotywu
lub wypływu

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = S \quad (\text{źródło})$$

$S = S(t)$

$S = 0 \Rightarrow$

$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) \leq 0$

(dotywu masy)

poziome

$S > 0$

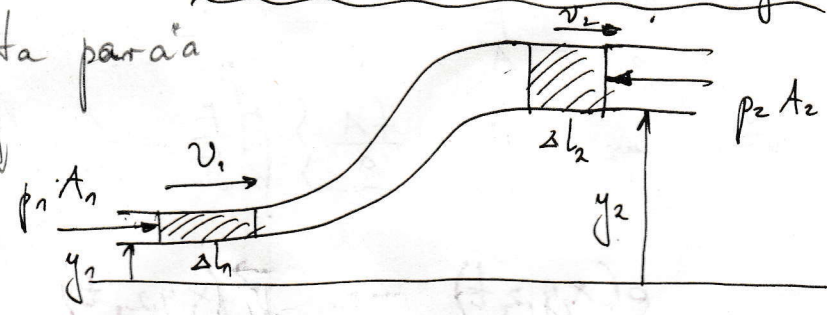
$S < 0$

dotywu masy

wypływu (z zewnątrz)

Równanie Bernoulli'ego

środa para'a



tw. o pracy energii
 $W = \Delta E_k$

$$W = p_1 A_1 \Delta l_1 - p_2 A_2 \Delta l_2 - mg(y_2 - y_1)$$

$$A_1 \Delta l_1 = A_2 \Delta l_2 = \Delta V$$

ale $\Delta V = \frac{m}{\rho}$

$$W = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V - mg(y_2 - y_1)$$

$$W = (p_1 - p_2) \frac{m}{\rho} - mg(y_2 - y_1)$$

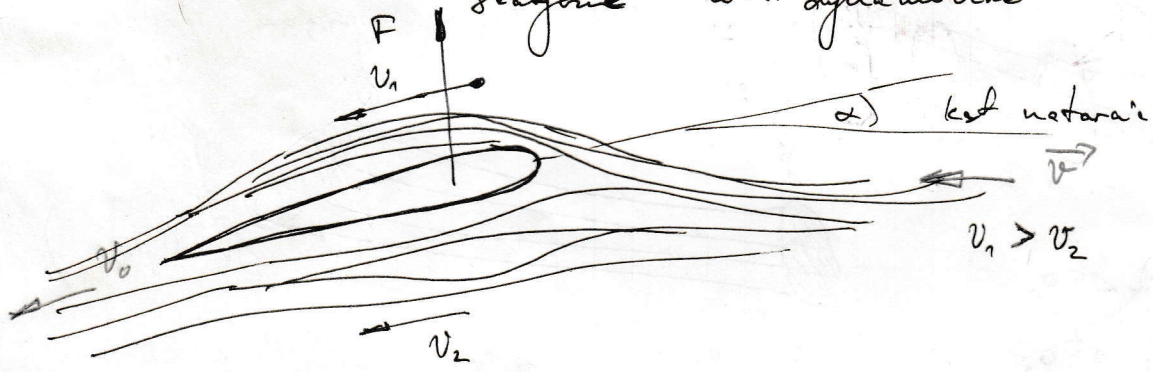
$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

(1738)
 proces izotermiczny
 ciśnienie statyczne

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2 = \text{const}$$

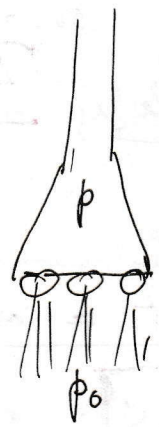
$p + \rho g h + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{const}$
 ciśn. dynamiczne

Daniel Bernoulli (1738)
 "Hydrodynamica"



środa nośna

środa ciśn. statycznego



$$p - p_0 = \frac{1}{2} \rho (v_0^2 - v^2)$$

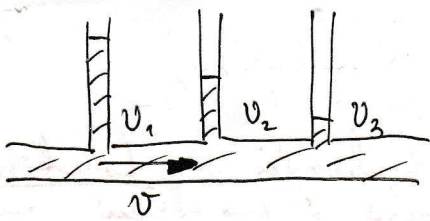
$$v^2 = \frac{2(p - p_0)}{\rho} + v_0^2$$

$$A v = A_0 v_0$$

$$A_0 \ll A \Rightarrow v \ll v_0$$

$$v_0^2 = \frac{2(p - p_0)}{\rho}$$

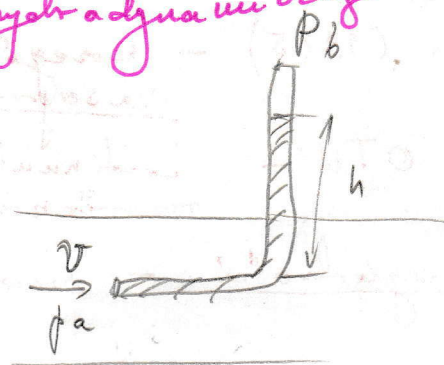
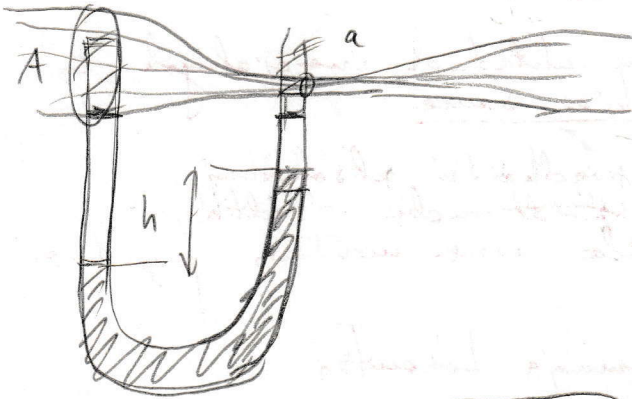
$$F_{\text{ciężn}} = v_0 \frac{dM}{dt} = v_0 \rho A_0 v_0 = \rho A_0 v_0^2 = \rho A_0 \frac{2(p - p_0)}{\rho} = 2A_0(p - p_0)$$



$$p + \rho g h + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{const}$$

"paradoks hydrodynamiczny"

Śluzka Venturiego



$$p_a + \frac{\rho v^2}{2} = p_b \Rightarrow p_b - p_a = \frac{\rho v^2}{2}$$

