Elementy kosmologii

- obserwowalny Wszechświat

jeśli $(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2 \le c^2(t_B-t_A)^2$

może nastąpić wymiana informacji między A i B

$(x_B-x_A)^2+ \;---\; > c^2(t_B-t_A)^2$

(zdarzenia nieobserwowalne – stożek Minkowskiego)

- Wszechświat obserwowany: galaktyki, gromady galaktyk

średnia gęstość oszacowana $10^{-28} \div 10^{-31} \frac{g}{cm^3}$

- przesunięcie ku czerwieni (red shift) w widmach galaktyk → efekt oddalania się galaktyk obserwowane w zjawisku Dopplera
- rozszerzanie jest izotropowe
- prawo Hubble'a $\boxed{\vec{v} = H\vec{r}}$

prędkość rozszerzania $\vec{v}$ proporcjonalna do odległości $\vec{r}$

wartości stałej Hubble'a $H\left[\frac{km}{s}/Mps\right]$

E. Hubble (1936) – 526

A. Sandage (1970) – 75 ± 15

L. Bottinelli (1976) – 76 ± 8

$1\,Mps = 10^6 ps \approx 3 \cdot 10^{22} m$!!

$50 < H < 100$

$1\,ps \sim 3.26$ rok św.

przesunięcie ku czerwieni $z = \dfrac{\lambda_{obs} - \lambda_G}{\lambda_G}$

λ_{obs} – długość fali obserw.

λ_G – — „ — emitowana przez galaktykę

$\vec{r} \sim z$ „głębia odległości” – „głębia czasu”

(1965) Penzias & Wilson – odkrycie promieniowania reliktowego (fale EM) tła izotropowe $(\Delta T \sim 10^{-4} K)$

$T_{prom} \approx 2.7\,K$

$n_{prom} \approx \frac{10^3}{cm^3}$

$\varepsilon_{prom} \approx 4 \cdot 10^{-14} \frac{J}{cm^3}$

Modele kosmologiczne

pole grawitacyjne → zakrzywienie czasoprzestrzeni

(ogólna teoria względności) → równania pola grawitacyjnego

$$(*) \qquad \underbrace{R_{ab} - \frac{1}{2} R g_{ab}}_{\text{geometryczna struktura Wszechświata}} = -\varkappa T_{ab} \qquad \varkappa = \frac{8\pi G}{c^4}$$

T_{ab} ← tensor energii-pędu (rozkład gęstości, ciśnień, pędu i energii)

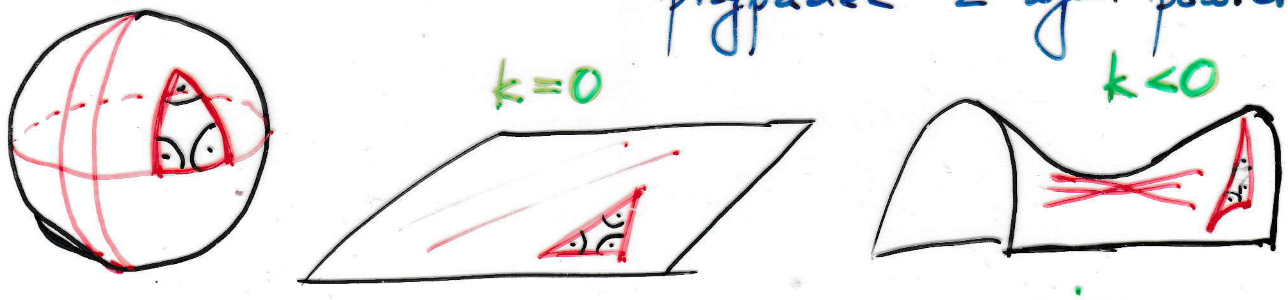
- jak geometria przestrzeni determinuje ruchy materii oraz jak rozkład materii determinuje czasoprzestrzeń.
- z równania (*) nie wynika statyczny model Wszechświata, który preferował Einstein (1917) dodany został tzw. człon kosmologiczny Λg_{ab}

$$R_{ab} - \frac{1}{2} R g_{ab} + \Lambda g_{ab} = -\varkappa T_{ab}$$

- obserwacje wskazują, że $\Lambda \approx 0$
- krzywizny czasoprzestrzeni

przypadek 2-wym. powierzchni

$k > 0$ $\qquad$ $k = 0$ $\qquad$ $k < 0$



dodatnia $\qquad$ zerowa $\qquad$ ujemna

- metryka Robertsona-Walkera

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{\left[1 + k(x^2 + y^2 + z^2)\right]^2}$$

$R(t)$ – promień Wszechświata

k – krzywizna

po podstawieniu do r. Einsteina otrzymujemy 2 równania.

• model Friedmana

stała kosmologiczna

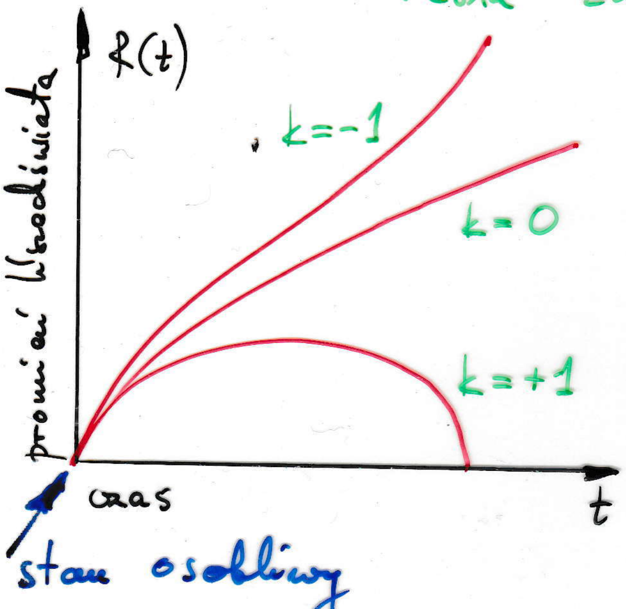
krzywizna

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = c^2\left(\frac{\varkappa E}{3R} + \frac{\Lambda R^2}{3} - k\right) \qquad \varkappa = \frac{8\pi G}{c^4}$$

wymiar energii ← $E = \rho R^3 c^2$

gęstość materii

r. Friedmana określa zmianę R w czasie



przypadek $k=0$ odpowiada modelowi Einsteina - de Sittera

$$\rho_{E-S} \approx 1.9 \cdot 10^{-29} h^2 \frac{g}{cm^3}$$

$$0.5 < h < 1.0$$

model zamknięty $\rho > \rho_{E-S}$

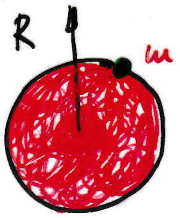
— " — otwarty $\rho < \rho_{E-S}$

• modele Friedmana - Lemaitre'a $\Lambda \neq 0$

• model Einsteina - stacjonarny $\Lambda = 4$

• model Sittera $\rho = 0$ - pusty Wszechświat rozszerzający się

modele Friedmana z mechaniki klasycznej



$$\frac{mv^2}{2} + \left(-\frac{GmM}{R}\right) = E = const$$

$$v = \frac{dR}{dt} \quad \Rightarrow \quad \dot{R}^2 - \frac{8}{3}\pi G \rho R^2 = \frac{2E}{m}$$

$$M = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\frac{2E}{m} = -kc^2$$

$E = 0 \Rightarrow v = v_{II}$ (druga prędkość kosm.

$R \to \infty$

$M = const \quad \rho R^3 = \rho_0 R_0^3$

$$\dot{R}^2 - \frac{8}{3}\pi G \frac{\rho_0}{R} = \frac{2E}{m} \qquad R = a t^{\frac{2}{3}}$$

- wyznaczenie gęstości krytycznej

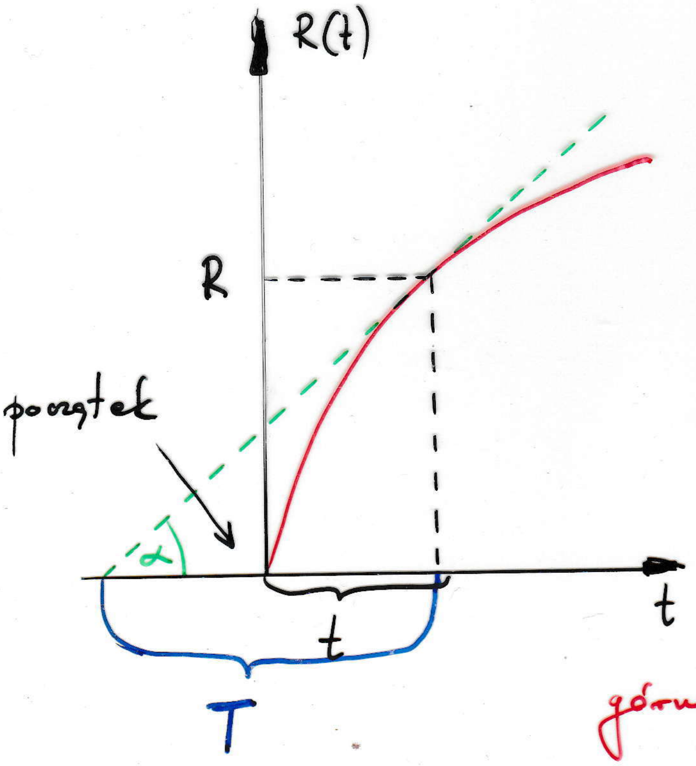
przypadek $E=0$ (czyli $k=0$, $R=at^{2/3}$)

$$\dot{R}^2 - \frac{8}{3}\pi G \varrho_{kr} R^2 = 0 \qquad \dot{R} = v = HR$$

$5\cdot10^{-3} \div 2\cdot10^{-29} \frac{g}{cm^3} \Leftarrow \varrho_{kr} = \frac{3}{8\pi G}\frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{3H^2}{8\pi G}$

stała Hubble'a

- można starać się przewidzieć dalszy los Wszechświata: mierząc wystarczająco dokładnie stałą Hubble'a H oraz średnią gęstość $\bar{\varrho}_0$
- wiek Wszechświata



$$\frac{dR}{dt} = \dot{R} = tg\,\alpha = \frac{R}{T}$$

$$T = \frac{R}{\dot{R}} = H^{-1} \quad \text{bo} \quad v = HR$$

czas Hubble'a $\qquad H = H(t)$!

wiek Wszechświata $\quad t < T$

dla $50 < H_0 < 100 \frac{km}{s}/Mps$

$H_0 = 56 \frac{km}{s}/Mps \Rightarrow t = 1.8\cdot10^{10}$ lat

górne ograniczenie $t < 2\cdot10^{10}$ lat

20 mld lat = 20.000.000.000 lat

gdy założyć, że Wszechświat płaski ($k=0$) model E–S

$$R = at^{2/3} \Rightarrow T = \frac{R}{\dot{R}} = \frac{at^{2/3}}{\frac{2}{3}at^{-1/3}} = \frac{3}{2}t \Rightarrow t = \frac{2}{3}T$$

wiek Wszechświata wówczas $t_0 = \frac{2}{3}T_0 = \frac{2}{3}H_0^{-1}$

$$7\cdot10^9 < t_0 < 13\cdot10^9 \text{ lat}$$