STW

Zasady względności — SPECIAL RELATIVITY

w układzie inercjalnym (poruszający się jednostajnie i prostoliniowo) przyspieszenie styczne, dośrodkowe i Coriolisa są równe zeru.

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

- transformacje współrzędnych w układach inercjalnych

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{r}_0 = \vec{r}' + \vec{v}_u t \quad \text{lub} \quad \vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}_u t$$

są transformacjami Galileusza (1564–1642)

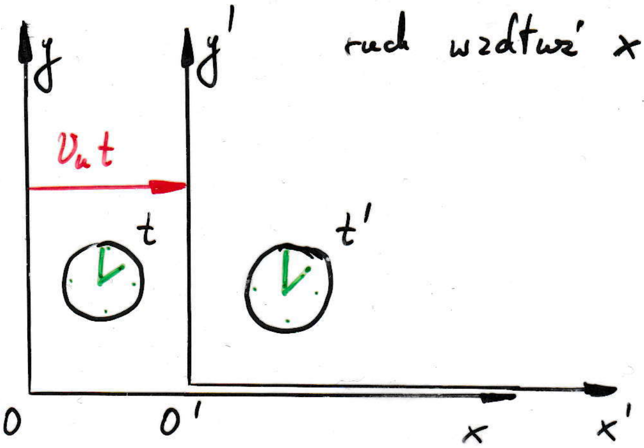
- transformacje prędkości (prawo dodawania)

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_u$$

- transformacja przyspieszenia

$$\vec{a}' = \vec{a}$$

przyspieszenie jest inwariantem (niezmiennikiem) transformacji Galileo



$$x' = x - v_u t$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = t$$

- niezmienniczość sił

$$\vec{F} = \vec{F}'$$

(przy założeniu niezmienniczości mas)

$$m' = m$$

- niezmienniczość praw zachowania pędu i momentu pędu

$$\vec{p} = \vec{p}_0 = const \qquad \vec{L} = \vec{L}_0 = const$$

oraz energii $E_k + E_p = E_0 = const$

>> Wszystkie układy inercjalne są mechanicznie równoważne <<

zasada względności Galileusza

- dodawanie wielkich prędkości ! problem

rozpad mezonów $\pi_0 \to \gamma$

π_0 $\quad v_u = 299718\ \frac{km}{s}$ $\quad c' = 299793\ \frac{km}{s}$ $\quad \gamma$

$c = v_u + c' =$! $599511\ \frac{km}{s}$

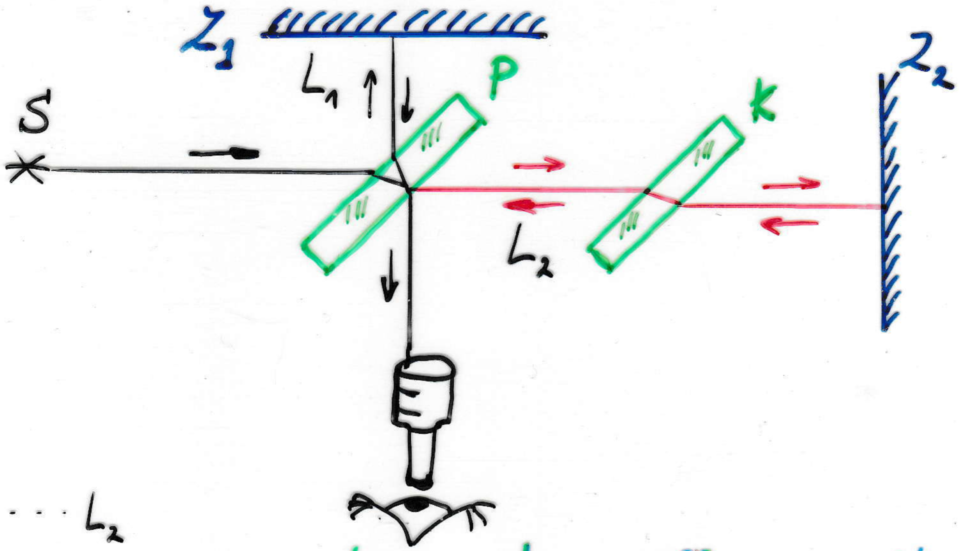
doświadczalnie $\quad c = c' + v_u = 299790 \pm 40\ \frac{km}{s}$

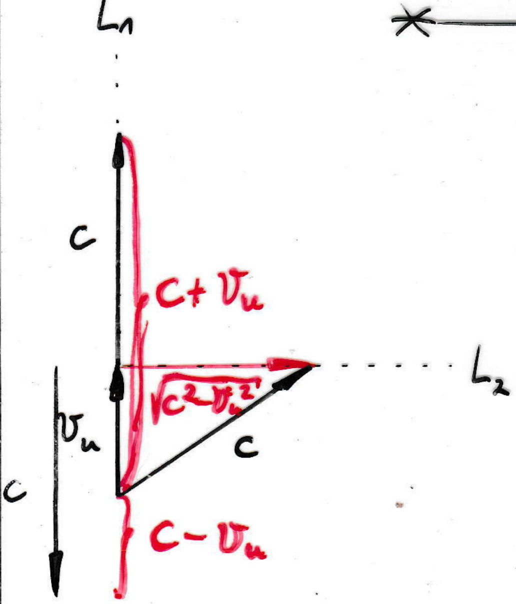
wg transformacji Galileusza prędkość światła powinna być 2 razy większa niż obserwowana !

- doświadczenie Michelsona - Morleya (1852-1931) (nagroda Nobla 1907)

sprawdzenie wpływu ruchu źródła światła na c

światło monochromat.





$$t_\parallel = \frac{L}{c+v_u} + \frac{L}{c-v_u} = \frac{2Lc}{c^2-v_u^2} = \frac{2L}{c\left(1-\frac{v_u^2}{c^2}\right)}$$

$$t_\perp = \frac{2L}{\sqrt{c^2-v_u^2}} = \frac{2L}{c\sqrt{1-\frac{v_u^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t \approx \frac{L v_u^2}{c^3}$$

$$c\Delta t = n\lambda = \frac{L v_u^2}{c^2}$$

$n = \frac{L}{\lambda}\frac{v_u^2}{c^2}$ (przesunięcie prążków interferenc.)

λ = żółte światło, $L = 11\,m$ powinno dać $n = 0.2$; dokładność przyrządu 40 razy lepsza

nie obserwuje się przesunięcia

→ WYNIK NEGATYWNY ⇒ c stała w różnych układach

Zasada względności Einsteina (1879–1955)

We wszystkich układach inercjalnych prawa fizyki mają taką samą postać i zjawiska fizyczne przebiegają jednakowo (nie ma zjawiska, które rozróżniłoby układy)

Wszystkie układy inercjalne są równoważne.

- konsekwencje dośw. M–M

prędkość fal EM nie zależy od ruchu układu odniesienia

$\Rightarrow$ nie podlega transformacji Galileusza

Transformacje relatywistyczne

- prędkość światła jest niezmiennikiem transformacji
- skrócenie Fitzgeralda–Lorentza

$$t_{\parallel} = \frac{2L}{c\left(1-\frac{v_u^2}{c^2}\right)} \qquad t_{\perp} = \frac{2L}{c\sqrt{1-\frac{v_u^2}{c^2}}}$$

takie $L_{\perp}$ i $L_{\parallel}$ by $t_{\perp} = t_{\parallel}$

$$L_{\parallel} = L_{\perp}\sqrt{1-\frac{v_u^2}{c^2}} \Rightarrow L(v_u) = L\sqrt{1-\frac{v_u^2}{c^2}}$$

równoległe do ruchu wymiary skracają się (doświadczenie)

- dylatacja czasu

$$t_{\parallel} = \frac{L_{\parallel}}{c} = \frac{L_{\perp}}{c}\sqrt{1-\frac{v_u^2}{c^2}} = t_{\perp}\sqrt{1-\frac{v_u^2}{c^2}}$$

układ nieruchomy układ ruchomy

$$t(v_u) = t\sqrt{1-\frac{v_u^2}{c^2}}$$

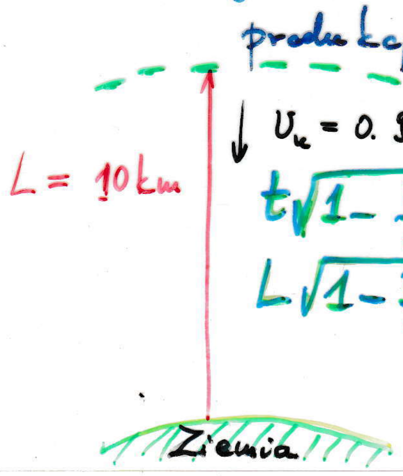
w układzie ruchomym czas płynie wolniej!

czas życia mionów μ (leptony)

$\tau = 2.2\times10^{-6}$ s

$L = 0.999c\tau = 659$ m

obserwowane na Ziemi



$v_u = 0.999c$

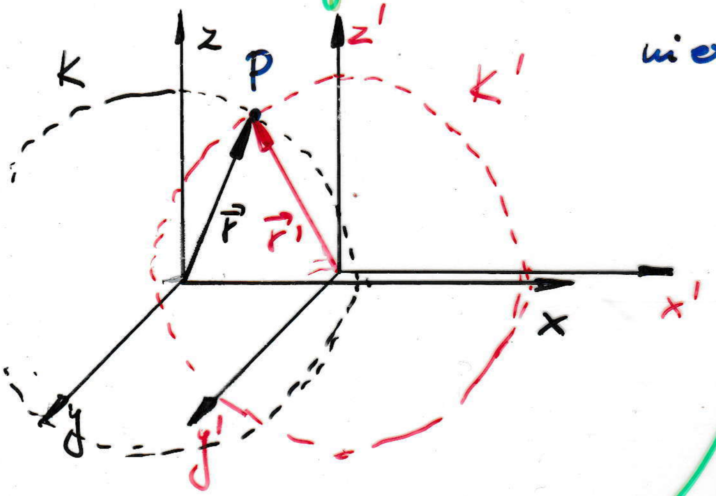
$t\sqrt{1-\frac{v_u^2}{c^2}} \approx 1.5\times10^{-6}$ s

$L\sqrt{1-\frac{v_u^2}{c^2}} \approx 0.44$ km

Transformacje Lorentza (1853 – 1928)

(1902 – nagroda Nobla za badania wpływu $\vec{B}$ na światło)

niezmienniczość c !



$\vec{r}(x, y, z)$

$\vec{r}'(x - v_u t, y, z)$

$$x' = \frac{x - v_u t}{\sqrt{1 - \frac{v_u^2}{c^2}}}$$ odpowiada skróceniu F–L

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{v_u}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v_u^2}{c^2}}}$$ odpowiada dylatacji czasu

t. Lorentza

(z punktu widzenia obserwatora nieruchomego)

$x' = x - v_u t$

$y' = y$

$z' = z$ dla $v_u \ll c$

$t' = t$

t. Galileusza

- relatywistyczne prawo dodawania prędkości

$$v = \frac{v' + v_u}{1 + \frac{v_u}{c^2} v'}$$ bo

$$dx = \frac{dx' + v_u\,dt'}{\sqrt{1 - \frac{v_u^2}{c^2}}}, \quad dy = dy', \quad dz = dz', \quad dt = \frac{dt' + \frac{v_u}{c^2}dx'}{\sqrt{1 - \frac{v_u^2}{c^2}}}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dots = \frac{v_x' + v_u}{1 + \frac{v_u}{c^2} v_x'}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \dots = \frac{v_y' \sqrt{1 - \frac{v_u^2}{c^2}}}{1 + \frac{v_u}{c^2} v_y'}$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} = \dots = \frac{v_z' \sqrt{1 - \frac{v_u^2}{c^2}}}{1 + \frac{v_u}{c^2} v_z'}$$

$v_u = c$

$v' = c$

$v = 2c$ t. Gal.

$$v = \frac{c + c}{1 + \frac{c^2}{c^2}} = \frac{2c}{2} = c$$ t. Lor.

- przyspieszenia

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = a_x' \left(\frac{\sqrt{1 - \frac{v_u^2}{c^2}}}{1 + \frac{v_u v_x'}{c^2}} \right)^3$$

Interwał czasoprzestrzenny

- zmiana koncepcji czasu i przestrzeni

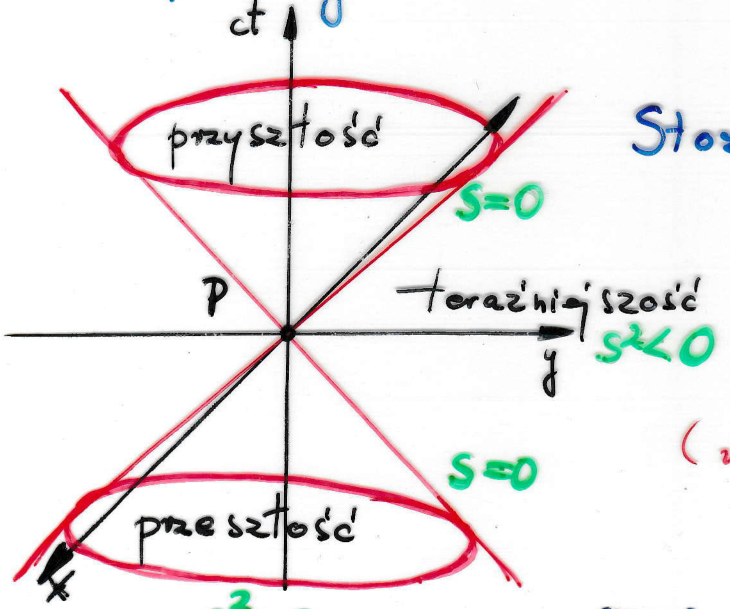
  t jako 4-ta współrzędna

$Q(x, y, z, t)$ – zdarzenie : położenie + czas

- punkt w czasoprzestrzeni → punkt świata
- miarą odległości między punktami (A, B) w przestrzeni jest przedział przestrzenny $r_{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2}$
- miarą odległości czasoprzestrzennej jest interwał czasoprzestrzenny $s_{AB} = \sqrt{c^2(t_A - t_B)^2 - (x_A - x_B)^2 - (y_A - y_B)^2 - (z_A - z_B)^2}$

Interwał czasoprzestrzenny jest niezmiennikiem transformacji Lorentza

$$\boxed{S'_{AB} = S_{AB}}$$



Stożek Minkowskiego

$$c^2t^2 - x^2 = 0$$

$$x = \pm ct$$

zdarzenia osiągalne (wewnątrz stożka)

czas własny

$$dt_0 = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\, dt$$

w układzie poruszającym się odstęp czasu między zdarzeniami jest najkrótszy (paradoks bliźniąt)

Relatywistyczne prawa ruchu

- pęd relatywistyczny

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

można też interpretować: masa się nie zmienia tylko pęd rośnie z prędkością.

- relatywistyczny moment pędu

$$\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} = \vec{r}\times\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

- energia kinetyczna

$$E_k = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right)$$

$E_{całk} = m_0c^2 + E_k$

energia spoczynkowa

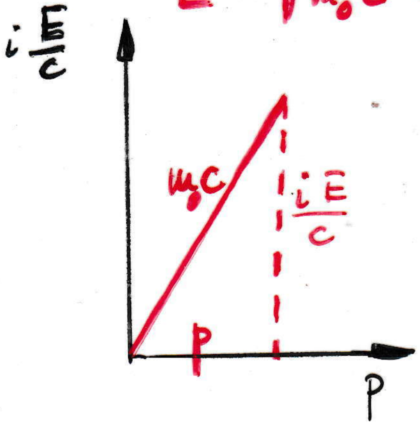
$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \approx 1+\frac{v^2}{2c^2} \quad \text{przy } v \ll c$$

- równoważność masy i energii $\qquad E = mc^2$

$m = 1g \Rightarrow E = 9\cdot 10^{13} J$!!!

- czterowektor energii-pędu

$$E = \sqrt{m_0^2c^4+p^2c^2} \Rightarrow E^2-p^2c^2 = m_0^2c^4 = const$$



$$E^2-p^2c^2 = E'^2-p'^2c^2$$

$$p^\mu = (p^0, p^1, p^2, p^3) \qquad p^0 = \frac{E}{c}$$

$$p^1 = p_x \ldots$$

$$p^\mu = const$$

W dynamice relatywistycznej z zasady zachowania pędu wynika zachowanie energii.

Ogólna teoria względności (General Relativity)

Einstein (1915)

- zasada równoważności

przyspieszenie układu odniesienia (przynajmniej lokalnie) jest równoważne występowaniu odpowiedniego pola grawitacyjnego.

- $m_g = m_b$ ← masa bezwładna (opór ruchu)

masa grawitacyjna (ważka)

- struktura matematyczna równań Einsteina

geometria nieeuklidesowa → Riemanna (szczególny przypadek geometria kuli)

- uogólnienie I zasady dynamiki Newtona

czasoprzestrzeń ma w każdym punkcie krzywiznę lokalną → ciała poruszają się po liniach geodezyjnych, czyli w danej geometrii najkrótszych.
(w geometrii Euklidesa → geodetyki są prostymi)

- lokalną krzywiznę czasoprzestrzeni wyraża rozkład mas w przestrzeni,
- zjawiska potwierdzające słuszność GR:
  - zakrzywienie promieni świetlnych w silnym polu grawitacyjnym,
  - zmiana rejestrowanej częstości w efekcie Mössbauera przy kierunku zgodnym z $\vec{g}$ oraz przeciwnym,
  - przesuwanie peryhelium Merkurego (większe niż z mech. klasycznej)