

Prąd elektryczny i opór elektryczny

Sterowiec *Hindenburg*, duma Niemiec i cud techniki swoich czasów, miał długość trzech boisk piłkarskich i był największą maszyną latającą, jaką kiedykolwiek zbudowano. Chociaż utrzymywał się w górze dzięki szesnastu komorom z bardzo palnym wodorem w stanie gazowym, to bez wypadku odbył wiele podróży transatlantyckich. Niemieckie sterowce, a wszystkie wykorzystywały wodór, nigdy w rzeczywistości nie uległy wypadkowi z tego powodu. Jednak w dniu 6 maja 1937 r. tuż po godzinie 19.21, gdy *Hindenburg* przygotowywał się do lądowania w bazie lotnictwa morskiego w Lakehurst w stanie New Jersey (USA), stanął w płomieniach. Jego załoga czekała na zmniejszenie się ulewy, gdy tuż po zrzuconiu do personelu naziemnego lin cumowniczych dostrzeżono zmarszczki na zewnętrznej powłoki statku, w jednej trzeciej długości od rufy. Kilka sekund później z obszaru tego wybuchł płomień i czerwony żar oświecił wnętrze statku. W ciągu 32 sekund palący się statek spadł na ziemię.

Dlaczego sterowiec stanął w płomieniach, mimo że sterowce napelnione wodorem odbyły tyle udanych lotów?

Odpowiedź znajdziesz w tym rozdziale.



27.1. Ładunki w ruchu i prądy elektryczne

Rozdziały od 22 do 26 poświęcone były głównie *elektrostatyce*, czyli dotyczyły ładunków w spoczynku. Od tego rozdziału zaczniemy rozważać **prądy elektryczne**, czyli ładunki w ruchu.

Można podać wiele przykładów prądów elektrycznych, od dużych prądów tworzących błyskawice, do małych prądów w nerwach regulujących aktywność naszych mięśni. Wszystkim nam znane są prądy w sieci domowej, w żarówkach i urządzeniach elektrycznych. Wiązka elektronów, czyli też prąd elektryczny, przepływa w próżni w lampie kineskopowej zwykłego odbiornika telewizyjnego. Naładowane cząstki *obydwu* znaków płyną w zjonizowanych gazach lamp fluorescencyjnych, w bateriach zasilających radia i akumulatorach samochodowych. Prądy elektryczne płyną także w półprzewodnikowych elementach komputerów i w elektronicznych układach scalonych, sterujących kuchenkami mikrofalowymi i zmywarkami elektrycznymi.

W skali globu naładowane cząstki schwyte w pasy radiacyjne Van Allena poruszają się nad atmosferą między północnym i południowym biegunem magnetycznym. W skali Układu Słonecznego ogromne prądy protonów, elektronów i jonów wypływają radialnie ze Słońca w postaci *wiatru słonecznego*. W skali galaktycznej promienie kosmiczne, które są głównie protonami o dużej energii, przebywają Drogę Mleczną i niektóre docierają do Ziemi.

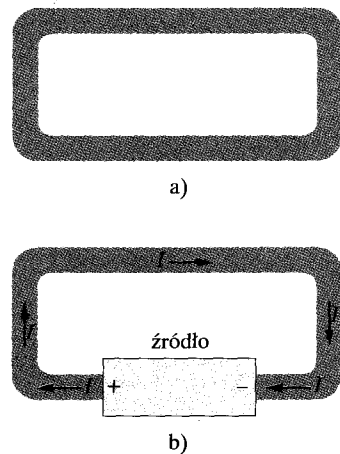
Chociaż prąd elektryczny jest strumieniem poruszających się ładunków, to nie wszystkie poruszające się ładunki tworzą prąd elektryczny. Jeśli przez daną powierzchnię ma przepływać prąd elektryczny, to musi być wypadkowy przepływ ładunku przez tę powierzchnię. Podane niżej dwa przykłady wyjaśniają, co mamy tu na myśli.

1. Elektrony swobodne (elektrony przewodnictwa) w izolowanym kawałku przewodnika miedzianego poruszają się chaotycznie z prędkościami rzędu 10^6 m/s. Jeśli poprowadzimy umowną płaszczyznę przez taki przewodnik, to elektrony przewodnictwa przechodzą przez nią w *obydwu kierunkach* i stąd w przewodniku nie występuje *wypadkowy przepływ ładunku* i nie ma *prądu elektrycznego*. Jeśli jednak podłączymy końce przewodnika do źródła, to zakłócimy nieco przepływ w jednym kierunku i w wyniku tego nastąpi wypadkowy przepływ ładunku, czyli przepływ prądu elektrycznego w przewodniku.
2. Przepływ wody przez wąż ogrodowy jest ukierunkowanym przepływem ładunku dodatniego (protonów w cząsteczkach wody), z szybkością rzędu kilku milionów kulombów na sekundę. Nie ma jednak wypadkowego przepływu ładunku, ponieważ istnieje jednocześnie przepływ ujemnego ładunku (elektronów w cząsteczkach wody), o tej samej wielkości, w tym samym kierunku.

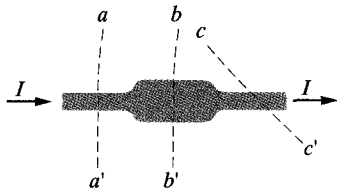
W rozdziale tym ograniczymy się głównie do zbadania, w ramach fizyki klasycznej, *statycznych prądów elektronów przewodnictwa*, poruszających się w *metalicznych przewodnikach*, np. w drutach miedzianych.

27.2. Natężenie prądu elektrycznego

Rysunek 27.1a przypomina nam, że izolowana ramka przewodząca ma wszędzie **taki** sam potencjał, bez względu na to, czy ma nadmiarowy ładunek. Żadne pole



Rys. 27.1. a) Ramka miedziana w równowadze elektrostatycznej. Cała ramka ma taki sam potencjał i we wszystkich punktach w miedzi natężenie pola elektrycznego jest równe zero. b) Dodanie źródła wprowadza różnicę potencjałów między końcami ramki, połączonymi z biegunami źródła. Źródło wytwarza więc pole elektryczne w ramce, i pole powoduje ruch ładunków wzdłuż ramki. Ten ruch ładunków odpowiada prądowi o natężeniu I



Rys. 27.2. Natężenie prądu I w przewodniku ma taką samą wartość dla płaszczyzn aa' , bb' i cc'

elektryczne nie może istnieć w jej wnętrzu, czy wzdłuż jej powierzchni. Chociaż występują w niej elektrony przewodnictwa, to nie działa na nie wypadkowa siła elektryczna i dlatego nie płynie prąd.

Jeśli do ramki podłączymy źródło (rys. 27.1b), to ramka przewodząca przestanie mieć stały potencjał. Wewnątrz materiału ramki działa pole elektryczne, które oddziałuje siłami na elektrony przewodnictwa i powoduje ich ruch, wywołując prąd elektryczny. Po krótkiej chwili przepływ prądu ustala się i mamy do czynienia z prądem *stałym* (nie zmieniającym się w czasie).

Na rysunku 27.2 przedstawiono przekrój przewodnika (części przewodzącej ramki), w którym płynie prąd elektryczny. Jeśli ładunek dq przechodzi przez umowną płaszczyznę (np. aa') w czasie dt , to natężenie prądu I przez tę płaszczyznę jest zdefiniowane wzorem

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (\text{definicja natężenia prądu}). \quad (27.1)$$

Ładunek przepływający przez płaszczyznę w przedziale czasu od 0 do t możemy znaleźć przez całkowanie:

$$q = \int dq = \int_0^t I dt, \quad (27.2)$$

przy czym natężenie prądu I może się zmieniać w czasie.

Dla prądu stałego natężenie prądu jest takie samo dla płaszczyzn aa' , bb' i cc' i dla wszystkich płaszczyzn przecinających całkowicie przewodnik, bez względu na ich położenie i orientację. Wynika to z zasady zachowania ładunku. W stanie ustalonym pewien elektron musi przejść przez płaszczyznę aa' , jeśli inny elektron przechodzi przez płaszczyznę cc' . Podobnie dla ustalonego przepływu wody przez wąż ogrodowy kropla wody musi opuścić końcówkę węża, jeśli inna kropla weszła do węża na drugim końcu. Ilość wody w węźle jest wielkością stałą.

Jednostką natężenia prądu w układzie SI jest *amper* (A), czyli kulomb na sekundę:

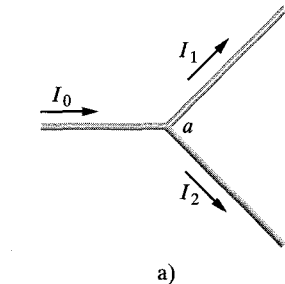
$$1 \text{ amper} = 1 \text{ A} = 1 \text{ kulomb na sekundę} = 1 \text{ C/s}.$$

Amper należy do podstawowych jednostek układu SI, kulomb zaś jest jednostką pochodną, zdefiniowaną za pomocą ampera (mówiliśmy o tym w rozdziale 22). Definicja ampera jest przedstawiona w rozdziale 30.

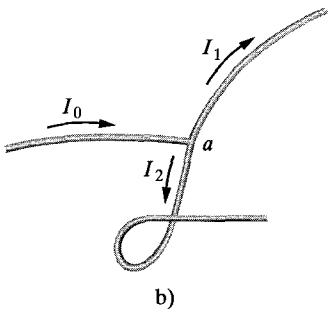
Natężenie prądu, zdefiniowane wzorem (27.1), jest skalarem, ponieważ w tym wzorze zarówno ładunek, jak i czas są skalarami. Mimo to prąd przedstawiamy często przy użyciu strzałki, jak na rysunku 27.1b, aby pokazać ruch ładunku. Takie strzałki nie odpowiadają jednak wektorom i dlatego przy dodawaniu natężeń prądu nie stosujemy reguł dodawania wektorowego. Na rysunku 27.3a przedstawiono przewodnik z prądem o natężeniu I_0 , rozdzielającym się w węźle na dwie gałęzie. Ładunek jest zachowany, a więc suma wartości natężeń prądów w gałęziach musi być równa natężeniu prądu w głównym przewodniku, czyli:

$$I_0 = I_1 + I_2. \quad (27.3)$$

Zgodnie z rysunkiem 27.3b zagięcie czy zmiana ułożenia przewodników nie



a)



b)

Rys. 27.3. Związek $I_0 = I_1 + I_2$ jest słuszny w węźle a bez względu na ustawienia trzech przewodów w przestrzeni. Natężenia prądu są skalarami, a nie wektorami

wpływa na słuszność wzoru (27.3). Strzałki pokazują tylko kierunek przepływu wzdłuż przewodnika, a nie kierunek w przestrzeni.

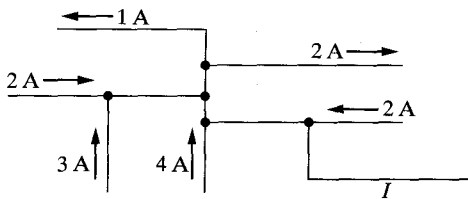
Kierunek prądu elektrycznego

Na rysunku 27.1b zaznaczyliśmy strzałki prądu w kierunku, w którym w ramce pod działaniem pola elektrycznego poruszałaby się cząstki naładowane dodatnio. Takie dodatnie *nośniki ładunku*, jak często się je nazywa, poruszałaby się od dodatniego bieguna baterii do ujemnego. W rzeczywistości nośnikami ładunku w ramce miedzianej na rys. 27.1b są elektrony, czyli cząstki naładowane ujemnie. Pole elektryczne wymusza ich ruch w kierunku przeciwnym do strzałek prądu, od ujemnego do dodatniego bieguna. Z historycznych względów używamy jednak następującej umowy:

➤ Strzałka prądu jest narysowana w kierunku, w którym poruszałaby się dodatnio naładowane nośniki, nawet jeśli rzeczywiste nośniki ładunku są ujemne i poruszają się w przeciwnym kierunku.

Możemy przyjąć tę umowę, ponieważ w *większości* sytuacji przyjęty ruch dodatnio naładowanych nośników w jednym kierunku ma ten sam efekt, jak rzeczywisty ruch ujemnie naładowanych nośników w przeciwnym kierunku. (Gdy efekt nie jest taki sam, to oczywiście odstępimy od tej umowy i będziemy opisywać ruch rzeczywisty).

SPRAWDZIAN 1: Na rysunku przedstawiono wycinek obwodu. Jaka jest wartość natężenia I i kierunek prądu w dolnym przewodniku z prawej strony?



Przykład 27.1

Wąż ogrodowy przepływa strumień objętościowy wody $dV/dt = 450 \text{ cm}^3/\text{s}$. Ile wynosi natężenie prądu ładunku ujemnego?

ODZWIĄZANIE:

Natężenie prądu I ładunku ujemnego pochodzi od elektronów w cząsteczkach wody, poruszających się wzdłuż węża. Natężenie prądu jest równe ilości ujemnego ładunku, przepływającego w jednostce czasu przez dowolną płaszczyznę, przecinającą całkowicie wąż. ➤ Możemy więc powiązać natężenie prądu z liczbą cząsteczek, przepływających przez taką płaszczyznę w ciągu sekundy.

$$I = (\text{ładunek elektronu}) \cdot (\text{liczba elektronów w cząsteczce}) \cdot (\text{liczba cząsteczek na sekundę}),$$

czyli:

$$I = (e)(10) \frac{dN}{dt}.$$

Liczba elektronów w cząsteczce wynosi 10, ponieważ cząsteczka wody (H_2O) zawiera 8 elektronów w atomie tlenu i po 1 elektronie w każdym z dwóch atomów wodoru.

Liczbę cząsteczek, przepływających w jednostce czasu dN/dt możemy wyrazić przez strumień objętościowy, pisząc:

$$\begin{aligned} (\text{liczba cząsteczek na sekundę}) &= (\text{liczba cząsteczek w molu}) \\ &\cdot (\text{liczba moli w jednostce masy}) \cdot (\text{masa w jednostce objętości}) \\ &\cdot (\text{objętość na sekundę}). \end{aligned}$$

Liczba cząsteczek w molu jest liczbą Avogadra N_A . Liczba moli w jednostce masy jest odwrotnością masy, przypadającej na mol, czyli masy molowej M wody. Masa na jednostkę objętości jest gęstością ρ wody. Objętość na sekundę jest to strumień objętościowy dV/dt . Mamy więc:

$$\frac{dN}{dt} = N_A \left(\frac{1}{M} \right) \rho \left(\frac{dV}{dt} \right) = \frac{N_A \rho}{M} \frac{dV}{dt}.$$

Po podstawieniu tej wielkości do wzoru na I otrzymujemy

$$I = 10e N_A M^{-1} \rho \frac{dV}{dt}.$$

Masę molową wody możemy obliczyć z mas molowych, podanych w dodatku F: dodajemy masę molową tlenu (16 g/mol)

do podwojonej masy molowej wodoru (1 g/mol), otrzymując 18 g/mol = 0,018 kg/mol. Ponieważ $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ cząsteczek/mol, czyli $6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, a $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, to

$$\begin{aligned} I &= (10)(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C})(6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}) \\ &\quad \cdot (0,018 \text{ kg/mol}^{-1})^{-1} (1000 \text{ kg/m}^3) \\ &\quad \cdot (450 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}) = 2,41 \cdot 10^7 \text{ C/s} = 2,41 \cdot 10^7 \text{ A} \\ &= 24,1 \text{ MA.} \end{aligned} \quad (\text{odpowiedź})$$

Ten prąd ładunku ujemnego jest dokładnie skompensowany przez prąd ładunku dodatniego, związanego z jądrami trzech atomów, które tworzą cząsteczkę wody. Przez wąż nie przepływa więc wypadkowy ładunek.

27.3. Gęstość prądu elektrycznego

Często interesuje nas tylko natężenie prądu I w konkretnym przewodniku. Nieraz analizujemy jednak sytuację lokalnie i badamy przepływ ładunku przez przekrój przewodnika w jakimś wybranym punkcie. Do takiego opisu możemy zastosować **gęstość prądu elektrycznego** $\vec{J}$, która ma taki sam kierunek jak prędkość poruszających się ładunków, jeśli są dodatnie, i przeciwny kierunek, jeśli są ujemne. Dla każdego elementu przekroju wartość J jest równa natężeniu prądu, przepływającego przez ten element, przypadającego na jednostkę pola jego powierzchni. Natężenie prądu przez element możemy zapisać w postaci $\vec{J} \cdot d\vec{S}$, gdzie $d\vec{S}$ jest wektorem elementu powierzchni, do niej prostopadłym. Całkowite natężenie prądu, przepływającego przez powierzchnię wynosi więc:

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}. \quad (27.4)$$

Jeśli przepływ prądu przez powierzchnię jest stały i zachodzi prostopadle do $d\vec{S}$, to gęstość prądu $\vec{J}$ jest także stała i równoległa do $d\vec{S}$. Wtedy wzór (27.4) przyjmuje postać:

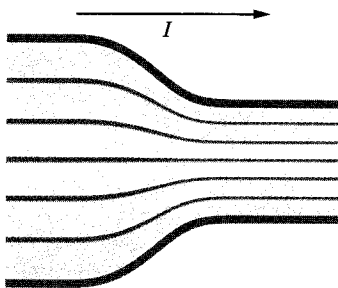
$$I = \int J dS = J \int dS = JS,$$

czyli

$$J = \frac{I}{S}, \quad (27.5)$$

gdzie S jest całkowitym polem powierzchni. Ze wzorów (27.4) i (27.5) wynika, że jednostką gęstości prądu elektrycznego w układzie SI jest amper na metr kwadratowy (A/m^2).

W rozdziale 23 pokazaliśmy, że pole elektryczne możemy przedstawiać za pomocą linii pola elektrycznego. Na rysunku 27.4 pokazano, jak gęstość prądu elektrycznego można przedstawić za pomocą podobnego układu linii, które będziemy nazywać *liniami prądu*. Prąd, który na rys. 27.4 przepływa w prawo, przechodzi z szerszego przewodnika z lewej strony do węższego przewodnika



Rys. 27.4. Linie prądu odzwierciedlają gęstość prądu przy jego przepływie przez zwężający się przewodnik

z prawej. Ładunek jest zachowany przy tym przejściu, a więc ilość ładunku, a stąd i natężenie prądu nie może się zmienić. Zmienia się jednak gęstość prądu elektrycznego — jest ona większa w węższym przewodniku. Odstęp między liniami prądu zawiera informację o wartości gęstości prądu — jeśli linie są bliżej siebie, to gęstość prądu jest większa.

Prędkość unoszenia

Gdy w przewodniku nie płynie prąd elektryczny, elektrony przewodnictwa poruszają się w nim przypadkowo i brak jest uporządkowanego ruchu w jakimkolwiek kierunku. Gdy przez przewodnik płynie prąd, elektrony w rzeczywistości nadal poruszają się przypadkowo, ale teraz *przemieszczają się z prędkością unoszenia (dryfu) v_d* w kierunku przeciwnym do natężenia przyłożonego pola elektrycznego, które wywołuje przepływ prądu. Prędkość unoszenia jest bardzo mała w porównaniu z prędkościami w ruchu przypadkowym, np. w miedzianych przewodnikach sieci domowej prędkości unoszenia elektronu wynoszą około 10^{-5} czy 10^{-4} m/s, a prędkości ruchu przypadkowego około 10^6 m/s.

Korzystając z rysunku 27.5, powiążemy prędkość unoszenia v_d elektronów przewodnictwa dla prądu, płynącego wzdłuż przewodnika, z wartością gęstości prądu J w przewodniku. Dla uproszczenia, na rys. 27.5 przedstawiono równoważne przesunięcie nośników o ładunku *dodatnim*, w kierunku natężenia $\vec{E}$ przyłożonego pola elektrycznego. Załóżmy, że wszystkie nośniki ładunku poruszają się z taką samą prędkością unoszenia v_d i że gęstość prądu J jest jednolita w przekroju przewodnika o polu powierzchni S . Liczba nośników ładunku w przewodniku o długości L wynosi nSL , gdzie n jest liczbą nośników na jednostkę objętości. Całkowity ładunek nośników, z których każdy ma ładunek e , w przewodniku o długości L wynosi więc:

$$q = (nSL)e.$$

Wszystkie nośniki poruszają się wzdłuż przewodnika z prędkością v_d , dlatego też cały ten ładunek przepływa przez dowolny przekrój przewodnika w przedziale czasu:

$$t = \frac{L}{v_d}.$$

Ze wzoru (27.1) wynika, że natężenie prądu I jest równe stosunkowi ładunku, przepływającego przez przekrój, do czasu, czyli:

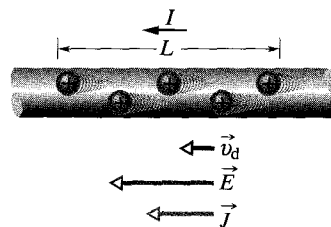
$$I = \frac{q}{t} = \frac{nSLe}{L/v_d} = nSev_d. \quad (27.6)$$

Wyznaczając stąd v_d i uwzględniając wzór (27.5) ($J = I/S$), otrzymujemy

$$v_d = \frac{I}{nSe} = \frac{J}{ne},$$

czyli po przejściu do postaci wektorowej:

$$\vec{J} = (ne)\vec{v}_d. \quad (27.7)$$



Rys. 27.5. Nośniki ładunku dodatniego przemieszczają się z prędkością v_d w kierunku natężenia pola elektrycznego $\vec{E}$. Kierunek gęstości prądu $\vec{J}$ i strzałka prądu są zwykle rysowane w tym samym kierunku

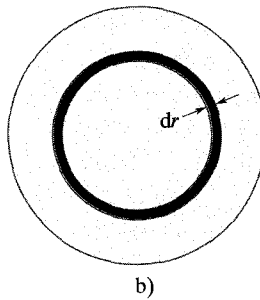
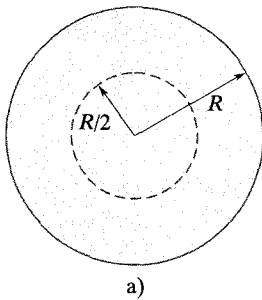
We wzorze tym iloczyn ne , którego jednostką w układzie SI jest kulomb na metr sześcienny (C/m³), jest *gęstością ładunku nośników*. Dla dodatnich nośników iloczyn ne jest dodatni i zgodnie ze wzorem (27.7) wielkości $\vec{J}$ i $\vec{v}_d$ mają taki sam kierunek. Dla ujemnych nośników iloczyn ne jest ujemny i wtedy $\vec{J}$ i $\vec{v}_d$ mają kierunki przeciwnne.

SPRAWDZIAN 2: Na rysunku przedstawiono elektrony przewodnictwa, poruszające się w przewodniku w lewo. Czy: a) natężenie prądu I , b) gęstość prądu $\vec{J}$, c) natężenie pola elektrycznego $\vec{E}$ są skierowane w lewo, czy w prawo?



Przykład 27.2

a) Gęstość prądu w przewodniku o kształcie walca o promieniu $R = 2 \text{ mm}$ jest jednakowa na całym przekroju przewodnika i równa $J = 2 \cdot 10^5 \text{ A/m}^2$. Ile wynosi natężenie prądu, przepływającego przez zewnętrzną warstwę przewodnika w obszarze między odległościami radialnymi $R/2$ i R (rys. 27.6a)?



Rys. 27.6. Przykład 27.2. a) Przekrój poprzeczny przewodnika o promieniu R . b) Wąski pierścień o szerokości dr i obwodzie $2\pi r$ ma pole powierzchni $dS = 2\pi r dr$

ROZWIĄZANIE:

Ze względu na jednorodność gęstości prądu na całym przekroju przewodnika gęstość prądu J , natężenie prądu I i pole przekroju S są powiązane wzorem (27.5) ($J = I/S$). Chcemy jednak obliczyć natężenie prądu, płynącego tylko przez powierzchnię przekroju o mniejszym polu S' (a nie przez cały przekrój), gdzie:

$$\begin{aligned} S' &= \pi R^2 - \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \pi \left(\frac{3R^2}{4}\right) \\ &= \frac{3\pi}{4} (0,002 \text{ m})^2 = 9,424 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Napiszemy teraz wzór (27.5) w postaci:

$$I = JS'$$

i po podstawieniu danych otrzymamy

$$I = (2 \cdot 10^5 \text{ A/m}^2)(9,424 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2) = 1,9 \text{ A.} \quad (\text{odpowiedź})$$

b) Załóżmy teraz, że gęstość prądu przez powierzchnię przekroju zależy od odległości radialnej r zgodnie ze wzorem $J = ar^2$, gdzie $a = 3 \cdot 10^{11} \text{ A/m}^4$ i r wyrażone jest w metrach. Ile wynosi obecnie natężenie prądu, przepływającego przez tę samą zewnętrzną warstwę przewodnika?

ROZWIĄZANIE:

Ze względu na niejednorodność gęstości prądu w całym przekroju przewodnika musimy powrócić do wzoru (27.4) ($I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$) i scałkować gęstość prądu po części przekroju przewodnika, od $r = R/2$ do $r = R$. Wektor gęstości prądu $\vec{J}$ (wzdłuż przewodnika) i wektor powierzchni $d\vec{S}$ (prostopadły do przekroju przewodnika) mają taki sam kierunek. Stąd:

$$\vec{J} \cdot d\vec{S} = J dS \cos 0 = J dS.$$

Musimy teraz zastąpić pole dS powierzchni przez coś, co będziemy całkować w granicach od $r = R/2$ do $r = R$. Najprostszym podstawieniem (ze względu na zależność J tylko od r) jest pole $2\pi r dr$ wąskiego pierścienia o obwodzie $2\pi r$ i szerokości dr (rys. 27.6b). Obliczamy następnie całkę, w której r jest zmienną całkowania i zgodnie ze wzorem (27.4) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} I &= \int \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int J dS = \int_{R/2}^R ar^2 2\pi r dr \\ &= 2\pi a \int_{R/2}^R r^3 dr = 2\pi a \left[\frac{r^4}{4} \right]_{R/2}^R \\ &= \frac{\pi a}{2} \left[R^4 - \frac{R^4}{16} \right] = \frac{15}{32} \pi a R^4 \\ &= \frac{15}{32} \pi (3 \cdot 10^{11} \text{ A/m}^4)(0,002 \text{ m})^4 \\ &= 7,1 \text{ A.} \quad (\text{odpowiedź}) \end{aligned}$$

Przykład 27.3

Ile wynosi prędkość unoszenia elektronów przewodnictwa w przewodniku miedzianym o promieniu $r = 900 \mu\text{m}$, w którym płynie stały prąd o natężeniu $I = 17 \text{ mA}$? Przyjmij, że każdy atom miedzi dostarcza jednego elektronu przewodnictwa, a gęstość prądu jest stała na całym przekroju drutu.

ROZWIĄZANIE:

➡ 1. Prędkość unoszenia v_d jest związana z gęstością prądu $\vec{J}$ i liczbą n elektronów przewodnictwa na jednostkę objętości wzorem (27.7), który dla wartości wektorów przyjmuje postać $\vec{J} = nev_d$.

➡ 2. Gęstość prądu jest stała, a więc wartość J jest związana z podanym natężeniem prądu I i rozmiarami przewodnika wzorem (27.5) ($J = I/S$, gdzie S jest polem przekroju przewodnika).

➡ 3. Przyjeliśmy jeden elektron przewodnictwa na atom, więc liczba n elektronów przewodnictwa w jednostce objętości jest taka sama, jak liczba atomów w jednostce objętości.

Zacznijmy od trzeciego punktu:

$$\begin{aligned} n &= (\text{liczba atomów w jednostce objętości}) \\ &= (\text{liczba atomów w molu}) \\ &\quad \cdot (\text{liczba moli w jednostce masy}) \\ &\quad \cdot (\text{masa na jednostkę objętości}). \end{aligned}$$

Liczba atomów w molu jest po prostu liczbą Avogadra $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. Liczba moli w jednostce masy jest odwrotnością masy na mol, czyli masy molowej M miedzi. Masa na jednostkę objętości jest gęstością ρ miedzi. Stąd:

$$n = N_A \left(\frac{1}{M} \right) \rho = \frac{N_A \rho}{M}.$$

Odczytując masę molową M i gęstość ρ z dodatku F, otrzymujemy (po zamianie jednostek):

$$\begin{aligned} n &= \frac{(6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1})(8,96 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3)}{63,54 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}} \\ &= 8,49 \cdot 10^{28} \text{ elektronów/m}^3, \end{aligned}$$

czyli

$$n = 8,49 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}.$$

Następnie skorzystamy z dwóch pierwszych punktów, pisząc:

$$\frac{I}{S} = nev_d.$$

Podstawiając $S = \pi r^2 (= 2,54 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2)$ i wyznaczając v_d , mamy:

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{I}{ne(\pi r^2)} = \frac{17 \cdot 10^{-3} \text{ A}}{(8,49 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3})(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})(2,54 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2)} \\ &= 4,9 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}, \end{aligned} \quad (\text{odpowiedź})$$

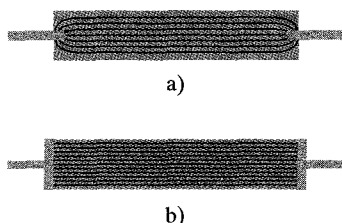
czyli elektrony przemieszczają się z prędkością zaledwie 1,8 mm/h, czyli wolniej niż ślimak.

Nasuwa się więc pytanie: „Jeśli elektrony przemieszczają się tak wolno, to dlaczego światło w pokoju zapala się tak szybko po włączeniu przełącznika?” Nieporozumienie wynika tu z nierozróżniania prędkości przemieszczania się elektronów i prędkości, z jaką *zmiany* konfiguracji pola elektrycznego rozchodzą się wzdłuż przewodów. Ta ostatnia prędkość jest bliska prędkości światła — elektrony w którymkolwiek punkcie przewodnika, włącznie z żarówkami, zaczynają przemieszczać się prawie natychmiast. Podobnie, jeśli otworzymy zawór przy wężu ogrodowym napełnionym wodą, to fala ciśnienia przesuwająca się wzdłuż węża z prędkością dźwięku w wodzie. Prędkość przepływu samej wody w wężu (możemy ją zmierzyć przez zabarwienie w jakimś miejscu) jest znacznie mniejsza.

27.4. Opór elektryczny i opór elektryczny właściwy

Jeśli przyłożymy tę samą różnicę potencjałów do końców prętów miedzianych i szklanych o podobnych kształtach, to popłyną prądy o bardzo różnych natężeniach. Ma to związek z charakterystyczną właściwością przewodnika, zwaną **oporem elektrycznym** (rezystancją). Opór elektryczny między dwoma dowolnymi punktami przewodnika określamy przez przyłożenie różnicy potencjałów U między tymi punktami i pomiar natężenia I powstałego prądu. Opór elektryczny R jest określony wzorem:

$$R = \frac{U}{I} \quad (\text{definicja oporu } R). \quad (27.8)$$



Rys. 27.7. Dwa sposoby przyłożenia różnicy potencjałów do przewodzącego pręta. Ciemnoszare złącza mają z założenia znikomo mały opór. W sytuacji (a) mierzony opór jest większy niż w sytuacji (b)

Jednostką oporu elektrycznego w układzie SI, wynikającą ze wzoru (27.8), jest wolt na amper. Taka kombinacja występuje często, dlatego też wprowadzono dla niej specjalną nazwę **om** (symbol Ω), czyli

$$1 \text{ om} = 1 \Omega = 1 \text{ wolt na amper} = 1 \text{ V/A}. \quad (27.9)$$

Element obwodu, którego rolą jest zapewnienie określonego oporu, nazywamy **opornikiem** (rezystorem). Na schemacie obwodu opornik o określonym oporze przedstawiamy za pomocą symbolu $\text{---}\text{W}\text{---}$. Jeśli wzór (27.8) zapiszemy w postaci:

$$I = \frac{U}{R},$$

to widzimy, że nazwa „opór” została wprowadzona trafnie. Im większy jest opór przy przepływie prądu dla danej różnicy potencjałów, tym mniejsze jest natężenie prądu.

Opór przewodnika zależy od sposobu, w jaki przyłożono do niego różnicę potencjałów. Na rysunku 27.7 przedstawiono dwa różne sposoby przyłożenia danej różnicy potencjałów do tego samego przewodnika. Linie gęstości prądu wskazują, że w tych dwóch przypadkach natężenia prądu, a stąd i mierzone opory, będą różne. Jeśli specjalnie tego nie zaznaczono, będziemy zakładać, że dana różnica potencjałów jest przyłożona, jak na rysunku 27.8b.

Podobnie, jak w wielu innych sytuacjach, chcemy często rozważyć ogólny problem i zająć się nie poszczególnymi ciałami, ale materiałami. Skupimy się dlatego nie na różnicy potencjałów U na określonym oporniku, ale na natężeniu pola elektrycznego $\vec{E}$ w jakimś punkcie materiału przewodnika. Podobnie zamiast natężenia prądu I płynącego przez przewodnik, rozważymy gęstość prądu $\vec{J}$ w rozważanym punkcie. Zamiast oporu R rozważymy **opór elektryczny właściwy** (rezystywność) ρ materiału:

$$\rho = \frac{E}{J} \quad (\text{definicja oporu właściwego } \rho). \quad (27.10)$$

(Porównaj ten wzór ze wzorem (27.8)).

Zgodnie ze wzorem (27.10) jednostką oporu właściwego ρ w układzie SI jest om razy metr ($\Omega \cdot \text{m}$)

$$\frac{\text{jednostka } (E)}{\text{jednostka } (J)} = \frac{\text{V/m}}{\text{A/m}^2} = \frac{\text{V}}{\text{A}} \text{m} = \Omega \cdot \text{m}.$$

W tabeli 27.1 podano opory właściwe kilkunastu materiałów.

Wzór (27.10) możemy zapisać w postaci wektorowej jako

$$\vec{E} = \rho \vec{J}. \quad (27.11)$$

Wzory (27.10) i (27.11) są prawdziwe tylko dla materiałów *izotropowych*, czyli materiałów, których właściwości elektryczne są takie same we wszystkich kierunkach.

Często mówimy o **przewodności elektrycznej właściwej** (konduktywności) σ materiału. Jest ona po prostu odwrotnością jego oporu właściwego, czyli:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (\text{definicja przewodności właściwej } \sigma). \quad (27.12)$$

Tabela 27.3. Opór elektryczny właściwy dla niektórych substancji w temperaturze pokojowej (20°C)

Materiał	Opór elektryczny właściwy ρ [$\Omega \cdot \text{m}$]	Współczynnik temperaturowy oporu właściwego α [K^{-1}]
<i>Typowe metale</i>		
Srebro	$1,62 \cdot 10^{-8}$	$4,1 \cdot 10^{-3}$
Miedź	$1,69 \cdot 10^{-8}$	$4,3 \cdot 10^{-3}$
Glin	$2,75 \cdot 10^{-8}$	$4,4 \cdot 10^{-3}$
Wolfram	$5,25 \cdot 10^{-8}$	$4,5 \cdot 10^{-3}$
Żelazo	$9,68 \cdot 10^{-8}$	$6,5 \cdot 10^{-3}$
Platyna	$10,6 \cdot 10^{-8}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$
Manganin ^a	$4,82 \cdot 10^{-8}$	$0,002 \cdot 10^{-3}$
<i>Typowe półprzewodniki</i>		
Czysty krzem	$2,5 \cdot 10^3$	$-70 \cdot 10^{-3}$
Krzem typu n ^b	$8,7 \cdot 10^{-4}$	
Krzem typu p ^c	$2,8 \cdot 10^{-3}$	
<i>Typowe izolatory</i>		
Szkło	$10^{10} - 10^{14}$	
Stopiony kwarc	$\sim 10^{16}$	

^a Specjalnie przygotowany stop o małej wartości współczynnika temperaturowego α .

^b Czysty krzem domieszkowany fosforem do otrzymania koncentracji nośników ładunku 10^{23} m^{-3} .

^c Czysty krzem domieszkowany glinem do otrzymania koncentracji nośników ładunku 10^{23} m^{-3} .

Jednostką przewodności właściwej w układzie SI jest simens ($1 \text{ S} = 1/(\Omega \cdot \text{m})$). Definicja przewodności właściwej σ pozwala napisać wzór (27.11) w innej postaci:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}. \quad (27.13)$$

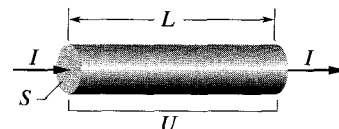
Obliczanie oporu elektrycznego na podstawie oporu elektrycznego właściwego

Dokonałismy ważnego rozróżnienia:

➤ Opór elektryczny jest właściwością ciała. Opór elektryczny właściwy jest właściwością materiału.

Jeśli znamy opór właściwy substancji, np. miedzi, to możemy obliczyć opór przewodnika miedzianego. Załóżmy, że S jest polem przekroju poprzecznego przewodnika, L jego długością i U różnicą potencjałów na końcach przewodnika (rys. 27.8). Jeśli linie gęstości prądu są rozłożone jednorodnie w przewodniku, to natężenie pola elektrycznego i gęstość prądu będą stałe we wszystkich punktach przewodnika i na podstawie wzorów (25.42) i (27.5) możemy obliczyć ich wartości:

$$E = U/L \quad \text{ i } \quad J = I/S. \quad (27.14)$$



Rys. 27.8. Różnica potencjałów U została przyłożona do końców przewodnika o długości L i polu przekroju poprzecznego S , wytwarzając prąd o natężeniu I

Ze wzorów (27.10) i (27.14) otrzymujemy wtedy:

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{U/L}{I/S}. \quad (27.15)$$

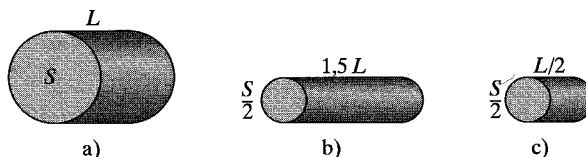
Wielkość U/I jest oporem R , co pozwala napisać wzór (27.15) w postaci:

$$R = \rho \frac{L}{S}. \quad (27.16)$$

Wzór (27.16) można stosować tylko do jednorodnego izotropowego przewodnika o stałym przekroju poprzecznym, jeśli przyłożono do niego różnicę potencjałów tak, jak na rysunku 27.7b.

Wielkości makroskopowe U , I i R są najbardziej interesujące wtedy, gdy dokonujemy pomiarów elektrycznych na konkretnych przewodnikach. Są to wielkości, których wartości odczytujemy bezpośrednio na miernikach. Do wielkości mikroskopowych E , J i ρ przechodzimy wtedy, gdy jesteśmy zainteresowani podstawowymi właściwościami elektrycznymi materiałów.

SPRAWDZIAN 3: Na rysunku przedstawiono trzy walcowe przewodniki miedziane o podanych przekrojach poprzecznych i długościach. Uszereguj je według wartości natężenia prądu, płynącego przez nie po przyłożeniu tej samej różnicy potencjałów U do ich podstaw, zaczynając od wartości największej.



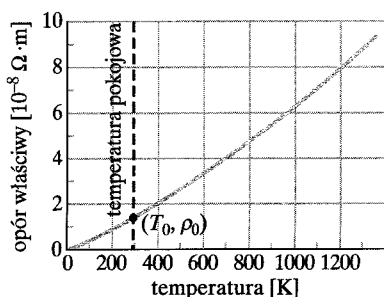
Zależność od temperatury

Wiele wielkości fizycznych zmienia się wraz z temperaturą i opór właściwy nie stanowi tu wyjątku. Na rysunku 27.9 przedstawiono np. zmiany oporu właściwego miedzi w szerokim zakresie temperatury. Zależność oporu właściwego od temperatury dla miedzi — i w ogólności dla metali — jest w przybliżeniu liniowa w szerokim zakresie temperatury. Dla takich liniowych zależności możemy napisać przybliżony wzór empiryczny, wystarczająco poprawny dla większości zastosowań technicznych:

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha (T - T_0), \quad (27.17)$$

gdzie T_0 jest wybraną temperaturą odniesienia i ρ_0 jest oporem właściwym w tej temperaturze. Zwykle wybieramy $T_0 = 293 \text{ K}$ (co odpowiada temperaturze pokojowej) i wtedy dla miedzi $\rho_0 = 1,69 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$.

We wzorze (27.17) występuje tylko różnica temperatury, a więc nie ma znaczenia, czy używamy w tym wzorze skali Celsjusza, czy Kelvina, ponieważ różnice temperatury w stopniach dla tych skal są identyczne. Wielkość α we wzorze (27.17), zwana *współczynnikiem temperaturowym oporu właściwego*, jest



Rys. 27.9. Opór właściwy miedzi w zależności od temperatury. Kropka na krzywej odpowiada wygodnemu punktowi odniesienia przy temperaturze $T_0 = 293 \text{ K}$ i oporze właściwym $\rho_0 = 1,69 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$

dobrana tak, aby wzór był zgodny z doświadczeniem dla wybranego zakresu temperatury. W tabeli 27.1 podano wartości α dla kilku metali.

Hindenburg

Gdy sterowiec *Hindenburg* przygotowywał się do lądowania, personelowi naziemnemu zrzucono liny cumownicze. Pod wpływem deszczu liny stały się mokre (i mogły przewodzić prąd elektryczny). W tych warunkach liny „uziemiły” metalową podstawę sterowca, do której były przymocowane, czyli mokre liny utworzyły przewodzącą ścieżkę między podstawą sterowca i ziemią, wyrównując potencjał podstawy z potencjałem ziemi. Powinna zostać uziemiona także zewnętrzna powłoka sterowca. Jednak *Hindenburg* był pierwszym sterowcem, którego zewnętrzna powłoka została pokryta warstwą substancji uszczelniającej o dużym oporze właściwym. Powłoka miała więc nadal potencjał elektryczny atmosfery na wysokości około 43 m, na jakiej znajdował się sterowiec i wskutek burzy potencjał ten był duży względem potencjału ziemi.

Manipulacja linami doprowadziła widocznie do uszkodzenia jednej z komór wodorowych i wypływu wodoru z tej komory, co spowodowało zaobserwowane pomarszczenie powłoki. Powstała więc niebezpieczna sytuacja: powłoka była namoczona przez przewodzącą wodę deszczową i miała potencjał znacznie różniący się od potencjału podstawy sterowca. Prawdopodobnie wzdłuż mokrej powłoki popłynął ładunek i do metalowej podstawy otoczonej uwolnionym wodorem przeskoczyła iskra, która spowodowała zapalenie się wodoru. Pożar przeniósł się błyskawicznie do komory wodoru w sterowcu, co spowodowało jego spadek. Gdyby warstwa uszczelniająca na zewnętrznej powłoce *Hindenburga* miała mniejszy opór właściwy (jak we wcześniejszych i późniejszych sterowcach), katastrofa *Hindenburga* pewnie nigdy by się nie wydarzyła.

Przykład 27.4

Prostopadłościenna sztabka żelazna ma wymiary $1,2 \text{ cm} \times 1,2 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$. Do dwóch równoległych ścian przyłożono różnicę potencjałów tak, że te ściany są powierzchniami ekwipotencjalnymi (jak na rys. 27.8b). Ile wynosi opór sztabki, jeśli tymi dwiema równoległymi ścianami są: 1) kwadratowe podstawy (o wymiarach $1,2 \text{ cm} \times 1,2 \text{ cm}$), 2) prostokątne ściany (o wymiarach $1,2 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$)?

ROZWIĄZANIE:

Opór R ciała zależy od sposobu przyłożenia do niego różnicy potencjałów. W szczególności zależy od stosunku L/S , zgodnie ze wzorem (27.16) ($R = \rho L/S$), gdzie S jest polem powierzchni, do których przyłożono różnicę potencjałów, a L jest odległością między tymi powierzchniami. W przypadku 1 mamy:

$$L = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$S = (1,2 \text{ cm})^2 = 1,44 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Podstawiając te wartości i opór właściwy ρ z tabeli 27.1, otrzymujemy w przypadku 1:

$$R = \frac{\rho L}{S} = \frac{(9,68 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(0,15 \text{ m})}{(1,44 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2)} = 1 \cdot 10^{-4} \Omega \\ = 100 \mu\Omega. \quad (\text{odpowiedź})$$

Podobnie w przypadku 2, podstawiając odległość $L = 1,2 \text{ cm}$ i pole powierzchni $S = (1,2 \text{ cm})(15 \text{ cm})$, otrzymujemy:

$$R = \frac{\rho L}{S} = \frac{(9,68 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m})}{(1,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2)} = 6,5 \cdot 10^{-7} \Omega \\ = 0,65 \mu\Omega. \quad (\text{odpowiedź})$$

27.5. Prawo Ohma

Jak już mówiliśmy w paragrafie 27.4, opornik jest przewodnikiem o określonym oporze elektrycznym. W tym przypadku opór nie zależy od wartości i kierunku (polaryzacji) przyłożonej różnicy potencjałów. Inne ciała przewodzące (np. niektóre przyrządy) mogą mieć opory zależne od przyłożonej różnicy potencjałów.

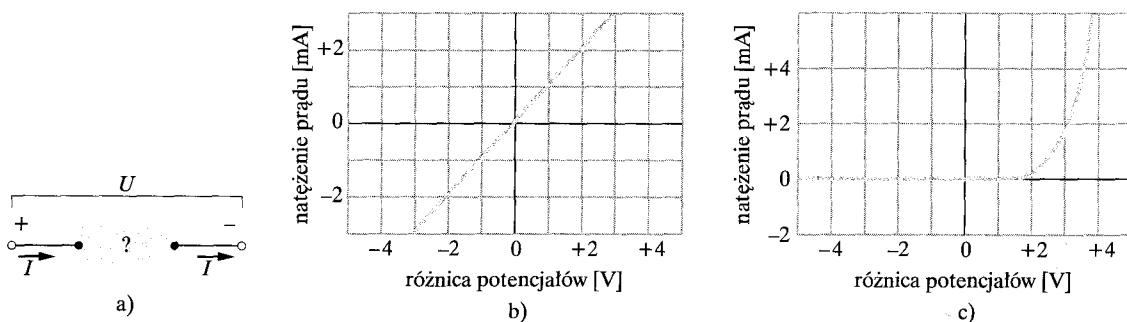
Na rysunku 27.10a przedstawiono sposób rozróżniania takich ciał. Do badanego elementu obwodu przykładamy różnicę potencjałów U i mierzymy natężenie I prądu, powstałego w elemencie, zmieniając wartość i polaryzację wielkości U . Polaryzację U przyjmujemy z umowy za dodatnią, jeśli lewy zacisk ciała ma większy potencjał niż prawy zacisk. Kierunkowi powstałego prądu (z lewej strony na prawą) przypisujemy umownie znak plus. Odwrotna polaryzacja różnicy potencjałów U (o większym potencjale na prawym zacisku) jest wtedy ujemna; natężeniu powstałego prądu przypisujemy znak minus.

Na rysunku 27.10b przedstawiono wykres natężenia I w zależności od U dla pewnego elementu obwodu. Wykres jest linią prostą, przechodzącą przez początek układu współrzędnych, czyli stosunek I/U (nachylenie linii prostej) jest taki sam dla wszystkich wartości U . Oznacza to, że opór $R = U/I$ tego elementu jest niezależny od wartości i polaryzacji przyłożonej różnicy potencjałów U .

Na rysunku 27.10c przedstawiono wykres dla innego elementu przewodzącego. Prąd przez ten element może płynąć tylko wtedy, gdy polaryzacja różnicy potencjałów U jest dodatnia i przyłożona różnica potencjałów jest większa od około 1,5 V. Zależność natężenia I płynącego prądu od U jest nieliniowa i stosunek I/U zależy od przyłożonej różnicy potencjałów U .

Te dwa rodzaje przewodników rozróżniamy mówiąc, że w pierwszym przypadku spełnione jest prawo Ohma, a w drugim nie.

➤ **Prawo Ohma** brzmi: natężenie prądu, płynącego przez przewodnik jest zawsze wprost proporcjonalne do różnicy potencjałów, przyłożonej do przewodnika.



Rys. 27.10. a) Po przyłożeniu różnicy potencjałów U do zacisków badanego elementu powstaje prąd o natężeniu I . b) Wykres natężenia prądu I w zależności od przyłożonej różnicy potencjałów U , gdy elementem obwodu jest opornik o oporze 1000 Ω . c) Podobny wykres, gdy elementem obwodu jest dioda półprzewodnikowa ze złączem p-n

(Mimo że stwierdzenie to jest słuszne tylko w pewnych sytuacjach, to z powodów historycznych używamy określenia „prawo”). Element obwodu z rysunku 27.10b — które jest opornikiem o oporze $1000\ \Omega$ — spełnia prawo Ohma. Element obwodu z rysunku 27.10c — które jest złączem p-n (diodą) — nie spełnia prawa Ohma.

➤ Element obwodu spełnia prawo Ohma, gdy jego opór nie zależy od wartości i polaryzacji przyłożonej różnicy potencjałów.

Współczesna mikroelektronika — w istotnym stopniu nadająca charakter naszej obecnej cywilizacji technicznej — oparta jest prawie całkowicie na elementach, które *nie* spełniają prawa Ohma, np. komputer zawiera mnóstwo takich elementów.

Często spotykamy się ze stwierdzeniem, że wzór $U = IR$ wyraża prawo Ohma. Nie jest to prawda! Wzór ten jest definicją oporu i stosuje się do wszystkich przewodników niezależnie od tego, czy spełniają prawo Ohma, czy nie. Jeśli zmierzmy różnicę potencjałów U , przyłożoną do dowolnego ciała (nawet do diody ze złączem p-n) i natężenie I powstałego w ciele prądu, to możemy obliczyć opór $R = U/I$ przy tej wartości różnicy potencjałów U . Istotą prawa Ohma jest jednak to, że wykres natężenia I w zależności od U jest liniowy, czyli że opór R nie zależy od U .

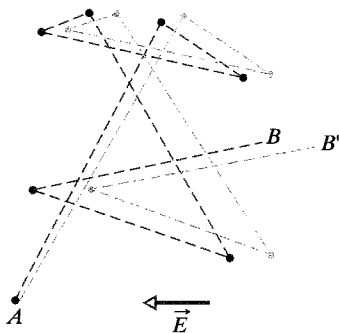
Prawo Ohma możemy sformułować ogólniej, jeśli weźmiemy pod uwagę *materiały* przewodzące, a nie *elementy obwodu*. Odpowiednim związkiem jest wtedy wzór (27.11) ($\vec{E} = \rho \vec{J}$), który jest odpowiednikiem wzoru $U = RI$.

➤ Materiał przewodzący spełnia prawo Ohma, gdy opór właściwy materiału nie zależy od wartości i kierunku przyłożonego pola elektrycznego.

Wszystkie jednorodne materiały, niezależnie od tego, czy są przewodnikami, jak miedź, czy półprzewodnikami, jak czysty krzem lub krzem z odpowiednimi domieszkami, spełniają prawo Ohma w pewnym zakresie wartości natężenia pola elektrycznego. Jeśli jednak natężenie pola jest dostatecznie duże, to zawsze pojawiają się odstępstwa od prawa Ohma.

✓ **SPRAWDZIAN 4:** W tabeli podano natężenie prądu I (w amperach) dla kilku wartości różnicy potencjałów U (w woltach), przyłożonej do dwóch elementów obwodu. Określ na podstawie tych danych, który element nie spełnia prawa Ohma.

Element 1		Element 2	
U	I	U	I
2,00	4,50	2,00	1,50
3,00	6,75	3,00	2,20
4,00	9,00	4,00	2,80



Rys. 27.11. Szare linie ilustrują ruch elektronu od punktu A do punktu B z sześcioma zderzeniami po drodze. Zielone linie pokazują, jak mógłby wyglądać tor w obecności przyłożonego pola elektrycznego o natężeniu $\vec{E}$. Zauważ stałe przesunięcie w kierunku $-\vec{E}$. (W rzeczywistości zielone linie byłyby nieco zakrzywione, przypominałyby odcinki parabol, po których elektrony poruszają się między zderzeniami pod wpływem pola elektrycznego)

27.6. Prawo Ohma — obraz mikroskopowy

Wyjaśnienie, *dlaczego* pewne materiały spełniają prawo Ohma, wymaga szczegółowego zbadania procesu przewodzenia na poziomie atomowym. Rozważymy tu przewodzenie tylko w metalach, takich jak miedź. Nasza analiza opiera się na *modelu elektronów swobodnych*, w którym zakładamy, że elektrony przewodnictwa w metalu mogą poruszać się swobodnie w całej objętości próbki, podobnie, jak cząsteczki w gazie w zamkniętym zbiorniku. Założymy także, że elektrony zderzają się tylko z atomami metalu, a nie z innymi elektronami.

Zgodnie z fizyką klasyczną, elektrony powinny mieć maxwellowski rozkład prędkości, podobnie jak cząsteczki w gazie. Przy takim rozkładzie (zob. paragraf 20.7) wartość średnia prędkości elektronu jest proporcjonalna do pierwiastka kwadratowego z temperatury bezwzględnej. Ruchem elektronów rządzą jednak nie prawa fizyki klasycznej, ale fizyki kwantowej. Okazuje się, że założeniem dużo bliższym rzeczywistości jest przyjęcie, że elektrony przewodnictwa w metalu poruszają się efektywnie z jednakową prędkością v_{ef} i że ta prędkość w zasadzie nie zależy od temperatury. Dla miedzi $v_{ef} \approx 1,6 \cdot 10^6$ m/s.

Gdy do próbki metalu przyłożymy pole elektryczne, elektrony zmieniają nieco swoje ruchy przypadkowe i przesuwały się bardzo powoli — w kierunku przeciwnym do kierunku natężenia pola — ze średnią prędkością unoszenia v_d . Jak widzieliśmy w przykładzie 27.3, wartość prędkości unoszenia w typowym przewodniku metalicznym wynosi około $5 \cdot 10^{-7}$ m/s i jest o wiele rzędów wielkości mniejsza od wartości prędkości efektywnej ($1,6 \cdot 10^6$ m/s). Na rysunku 27.11 można dostrzec związek między tymi dwiema wartościami prędkości. Szare linie ilustrują możliwe tory elektronu przy braku zewnętrznego pola; elektron przemieszcza się z punktu A do punktu B , doznając sześciu zderzeń na swej drodze. Linie zielone ilustrują wyniki tych samych zdarzeń po przyłożeniu pola elektrycznego o natężeniu $\vec{E}$. Widzimy, że elektron przesuwa się stale w prawo, kończąc swoją drogę w punkcie B' , a nie w punkcie B . Na rysunku 27.11 przyjęto, że $v_d \approx 0,02v_{ef}$. Przesunięcie na rysunku jest wyolbrzymione, bo rzeczywista wartość prędkości unoszenia wynosi $v_d \approx (10^{-13})v_{ef}$.

Ruch elektronów przewodnictwa w polu elektrycznym o natężeniu $\vec{E}$ jest więc złożeniem ruchu, wynikającego z przypadkowych zderzeń i ruchu wywołanego polem $\vec{E}$. Gdy rozważymy wszystkie elektrony swobodne, ich przemieszczenia przypadkowe uśredniają się do zera i nie dają wkładu do prędkości unoszenia. Prędkość unoszenia jest wynikiem oddziaływania pola elektrycznego na elektrony.

Jeśli elektron o masie m znajdzie się w polu elektrycznym o wartości natężenia E , to doznaje przyspieszenia, określonego przez drugą zasadę dynamiki Newtona:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}. \quad (27.18)$$

Natura zderzeń elektronów przewodnictwa jest taka, że po typowym zderzeniu każdy elektron, można powiedzieć, traci całkowicie swą pamięć o poprzedniej prędkości unoszenia. Każdy elektron po każdym zderzeniu „zaczyna wszystko od nowa”, poruszając się w przypadkowym kierunku. W średnim czasie τ między zderzeniami, elektron uzyska średnio prędkość unoszenia $v_d = a\tau$. Co więcej, jeśli zmierzylibyśmy wartości prędkości unoszenia wszystkich elektronów

w dowolnej chwili, to ich średnia wartość prędkości unoszenia okazałaby się równa $a\tau$. W dowolnej chwili elektrony mają więc średnio wartość prędkości unoszenia $v_d = a\tau$. Ze wzoru (27.18) otrzymujemy wtedy:

$$v_d = a\tau = \frac{eE\tau}{m}. \quad (27.19)$$

Korzystając ze wzoru (27.7) ($\vec{J} = ne\vec{v}_d$), możemy napisać, że dla wartości wektorów mamy:

$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{eE\tau}{m},$$

co można zapisać w postaci:

$$E = \left(\frac{m}{e^2 n \tau} \right) J.$$

Porównując ten wynik ze wzorem (27.11) ($\vec{E} = \rho \vec{J}$), otrzymujemy:

$$\rho = \frac{m}{e^2 n \tau}. \quad (27.20)$$

Wykażemy, że dla metali spełnione jest prawo Ohma, gdy udowodnimy, że ich opór właściwy ρ , określony wzorem (27.20), jest stały, czyli niezależny od natężenia przyłożonego pola elektrycznego $\vec{E}$. Wielkości n , m i e są stałe, a więc wystarczy wykazać, że τ , średni czas między zderzeniami (czyli *średni czas swobodny*), jest stały, niezależny od natężenia przyłożonego pola elektrycznego. Wielkość τ można rzeczywiście uważać za stałą, ponieważ wartość prędkości unoszenia v_d , która jest wywołana polem, jest o rzędy wielkości mniejsza od wartości prędkości efektywnej v_{ef} ; zmiana prędkości elektronu — a stąd i τ — przez pole jest niezauważalna.

Przykład 27.5

a) Ile wynosi średni czas swobodny τ między zderzeniami dla elektronów przewodnictwa w miedzi?

ROZWIĄZANIE:

☛ Średni czas swobodny τ dla miedzi jest w przybliżeniu stały i nie zależy od pola elektrycznego, przyłożonego do próbki miedzi. Nie musimy więc rozważać żadnej szczególnej wartości natężenia przyłożonego pola elektrycznego. Zauważ jednak, że opór właściwy ρ miedzi zależy od τ , zatem średni czas swobodny możemy znaleźć ze wzoru (27.20) ($\rho = m/(e^2 n \tau)$). Zgodnie z tym wzorem:

$$\tau = \frac{m}{ne^2 \rho}.$$

Wartość n , liczby elektronów przewodnictwa na jednostkę objętości w miedzi, podaliśmy w przykładzie 27.3, a wartość ρ w tabeli 27.1. Mianownik przyjmuje wartość:

$$\begin{aligned} & (8,49 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3})(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2(1,69 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) \\ & = 3,67 \cdot 10^{-17} \text{ C}^2 \cdot \Omega/\text{m}^2 = 3,67 \cdot 10^{-17} \text{ kg/s}, \end{aligned}$$

gdzie dokonaliśmy następującego przekształcenia jednostek:

$$\frac{\text{C}^2 \cdot \Omega}{\text{m}^2} = \frac{\text{C}^2 \cdot \text{V}}{\text{m}^2 \cdot \text{A}} = \frac{\text{C}^2 \cdot \text{J/C}}{\text{m}^2 \cdot \text{C/s}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2}{\text{m}^2/\text{s}} = \frac{\text{kg}}{\text{s}}.$$

Korzystając z tych wyników i podstawiając wartość masy elektronu m , otrzymujemy:

$$\tau = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{3,67 \cdot 10^{-17} \text{ kg/s}} = 2,5 \cdot 10^{-14} \text{ s}. \quad (\text{odpowiedź})$$

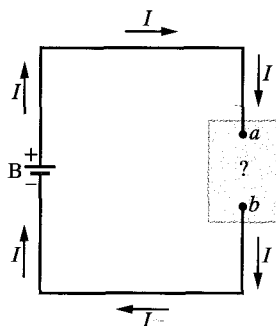
b) Średnia droga swobodna λ elektronów przewodnictwa w przewodniku jest średnią odległością, przebywaną przez elektron między zderzeniami. (Definicja ta jest analogiczna do przedstawionej w paragrafie 20.6 definicji średniej drogi swobodnej cząstek w gazie). Jaka jest wartość λ dla elektronów przewodnictwa w miedzi, jeśli wartość ich prędkości efektywnej v_{ef} wynosi $1,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$?

ROZWIĄZANIE:

☛ Droga d , jaką przebywa cząstka o stałej prędkości v , w pewnym czasie t wynosi $d = vt$. Dla elektronów w miedzi otrzymujemy stąd:

$$\lambda = v_{ef} \tau = (1,6 \cdot 10^6 \text{ m/s})(2,5 \cdot 10^{-14} \text{ s}) = 4 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 40 \text{ nm}, \quad (\text{odpowiedź})$$

co jest równe około 150 odległościom między leżącymi najbliżej siebie atomami miedzi w sieci. Średnio więc każdy elektron przewodnictwa mija wiele atomów miedzi, zanim w końcu uderzy w jeden z nich.



Rys. 27.12. Źródło B wytwarza prąd o natężeniu I w obwodzie z nieznanym elementem przewodzącym

27.7. Moc w obwodach elektrycznych

Na rysunku 27.12 przedstawiono obwód, składający się ze źródła B połączonego przewodnikami o znikomo małym oporze z pewnym przewodzącym elementem obwodu. Element ten może być opornikiem, akumulatorem (baterią odnawialną), silnikiem lub jakimś przyrządem elektrycznym. Źródło utrzymuje różnicę potencjałów o wartości U między biegunami, a więc i (za pośrednictwem przewodów) na zaciskach elementu, o większym potencjale na zacisku a niż na zacisku b .

Istnienie drogi przewodzącej między biegunami źródła i podtrzymywanie przez źródło różnicy potencjałów powodują, że w obwodzie powstaje stały prąd o natężeniu I , skierowany od zacisku a do zacisku b . Ilość ładunku dq , przeniesiona między tymi zaciskami w przedziale czasu dt wynosi Idt . Ruchowi ładunku dq towarzyszy spadek potencjału o wartości U i stąd wartość elektrycznej energii potencjalnej maleje o:

$$dE_p = dq U = I dt U.$$

Zgodnie z zasadą zachowania energii zmniejszaniu się elektrycznej energii potencjalnej przy przesunięciu ładunku z a do b towarzyszy jej zamiana w inny rodzaj energii. Moc P , związana z tym przekazem energii jest równa dE_p/dt i wynosi

$$P = IU \quad (\text{energia elektryczna przekazana w jednostce czasu}). \quad (27.21)$$

Moc P jest także równa ilości energii, przekazanej ze źródła do rozważanego elementu, w jednostce czasu. Jeśli tym elementem jest silnik, połączony z jakimś urządzeniem mechanicznym, to energia jest zamieniana na energię mechaniczną. Jeśli elementem jest akumulator, który jest ładowany, to energia jest zamieniana na energię chemiczną w akumulatorze. Jeśli elementem jest opornik, to energia jest zamieniana na energię wewnętrzną, co prowadzi do wzrostu temperatury opornika (mówimy też, że wydziela się ciepło Joule'a).

Jednostką mocy, jaka wynika ze wzoru (27.21), jest volt razy amper ($V \cdot A$). Jednostka ta jest równa watowi (W), gdyż:

$$1 \text{ V} \cdot \text{A} = \left(1 \frac{\text{J}}{\text{C}}\right) \left(1 \frac{\text{C}}{\text{s}}\right) = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \text{ W}.$$

Ruch elektronu w oporniku o stałej wartości prędkości unoszenia przypomina ruch kamienia, spadającego w wodzie z prędkością graniczną. Uśredniona energia kinetyczna elektronu pozostaje stała, a tracona przez elektron elektryczna energia potencjalna pojawia się w postaci energii wewnętrznej (termicznej) w oporniku i jego otoczeniu. Na poziomie mikroskopowym energia ta jest przekazywana podczas zderzeń elektronu z cząsteczkami opornika, co prowadzi do wzrostu temperatury opornika. Energia mechaniczna, zamieniona na energię termiczną jest tracona (ulega *rozproszeniu*), bo tego przekazu energii nie można odwrócić.

Dla opornika lub innego ciała o oporze R możemy połączyć wzory (27.8) ($R = U/I$) i (27.21) i otrzymujemy wtedy następujące wzory na moc, czyli ilość energii ulegającej rozproszeniu w jednostce czasu:

$$P = I^2 R \quad (\text{rozpraszanie energii w oporniku}) \quad (27.22)$$

lub

$$P = \frac{U^2}{R} \quad (\text{rozpraszanie energii w oporniku}). \quad (27.23)$$

Uwaga: Musimy być ostrożni i odróżniać te dwa wzory od wzoru (27.21): wzór $P = IU$ stosuje się do dowolnych przekazów energii elektrycznej; wzory $P = I^2 R$ i $P = U^2/R$ możemy stosować tylko do zamiany elektrycznej energii potencjalnej na energię termiczną w przewodniku o określonym oporze.

SPRAWDZIAN 5: Różnica potencjałów U przyłożona do elementu przewodzącego o oporze R powoduje przepływ prądu o natężeniu I przez ten element. Uszereguj następujące zmiany szybkości rozpraszania energii wskutek istnienia oporu, gdy: a) wartość U zostaje podwojona bez zmiany R , b) wartość I zostaje podwojona bez zmiany R , c) wartość R zostaje podwojona bez zmiany U , d) wartość R zostaje podwojona bez zmiany I , zaczynając od największej.

Przykład 27.6

Kawałek jednorodnego drutu grzejnego ze stopu nikiel–chrom–żelazo, zwanego chromonikieliną, ma opór $R = 72 \, \Omega$. Oblicz szybkość rozpraszania energii w każdej sytuacji: 1) różnica potencjałów 120 V jest przyłożona do całej długości drutu, 2) drut został przecięty na pół i różnica potencjałów 120 V jest przyłożona do każdej połówki?

ROZWIĄZANIE:

🔑 Prąd w materiale z oporem zamienia energię mechaniczną na termiczną; szybkość tej zamiany jest określona wzorami (27.21)–(27.23). Znamy różnicę potencjałów U i opór R , więc używamy wzoru (27.23), który w sytuacji 1 daje:

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{(120 \, \text{V})^2}{72 \, \Omega} = 200 \, \text{W}. \quad (\text{odpowiedź})$$

W sytuacji 2 opór każdej połówki drutu wynosi $(72 \, \Omega)/2$, czyli $36 \, \Omega$. Szybkość rozpraszania energii dla każdej połówki wynosi więc:

$$P' = \frac{(120 \, \text{V})^2}{36 \, \Omega} = 400 \, \text{W}$$

i dla dwóch połówek otrzymujemy:

$$P = 2P' = 800 \, \text{W}, \quad (\text{odpowiedź})$$

czyli szybkość cztery razy większą niż dla całej długości drutu. Można by więc wnioskować, że można kupić spiralę grzejną, przeciąć ją na połowy i po podłączeniu uzyskać cztery razy większą moc. Dlaczego jest to nierozsądne? (Jak zmieni się natężenie prądu w spirali?)

27.8. Półprzewodniki

Przyrządy półprzewodnikowe stanowią podstawę rewolucji mikroelektronicznej, która wprowadziła nas w wiek informacji. W tabeli 27.2 porównano właściwości krzemu — typowego półprzewodnika — i miedzi — typowego przewodnika metalicznego. Widzimy, że krzem ma dużo mniej nośników ładunku, dużo większy opór właściwy oraz duży i ujemny współczynnik temperaturowy oporu właściwego. Opór właściwy miedzi rośnie więc wraz z temperaturą, a opór czystego krzemu maleje.

Tabela 27.2. Niektóre właściwości elektryczne miedzi i krzemu^a

Właściwość	Miedź	Krzem
Typ materiału	metal	półprzewodnik
Koncentracja nośników ładunku, m ⁻³	$9 \cdot 10^{28}$	$1 \cdot 10^{16}$
Opór właściwy, $\Omega \cdot \text{m}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^3$
Współczynnik temperaturowy oporu właściwego, K ⁻¹	$+4 \cdot 10^{-3}$	$-7 \cdot 10^{-3}$

^a Wartości zaokrąglone do jednej cyfry znaczącej dla łatwiejszego porównania.

Czysty krzem ma tak duży opór właściwy, że właściwie jest izolatorem i dlatego też nie ma dużego zastosowania w obwodach mikroelektrycznych. Jednak jego opór właściwy można znacznie zmniejszyć w kontrolowany sposób, przez dodanie niewielu określonych atomów domieszkowych, w procesie zwanym *domieszkowaniem*. W tabeli 27.1 podano typowe wartości oporu właściwego krzemu, przed domieszkowaniem i po domieszkowaniu fosforem oraz glinem.

Różnice w oporze właściwym (a stąd i w przewodności właściwej) między półprzewodnikami, izolatorami i przewodnikami metalicznymi możemy z grubsza wyjaśnić, rozważając energie ich elektronów. (Bardziej szczegółowe wyjaśnienie wymaga zastosowania fizyki kwantowej). W przewodnikach metalicznych, takich jak drut miedziany, większość elektronów jest na stałe związanych w cząsteczkach i potrzebna byłaby duża energia, aby po uwolnieniu mogły się poruszać i uczestniczyć w przepływie prądu elektrycznego. Jednak istnieją także elektrony słabo związane, które wymagają małej energii, aby stać się elektronami swobodnymi. Energia ta może pochodzić zarówno od energii termicznej, jak i od pola elektrycznego, przyłożonego do przewodnika. Pole nie tylko może uwolnić te słabo związane elektrony, ale także wprowadzić je w ruch wzdłuż przewodnika — pole pozwala kierować prądem przepływającym przez przewodnik.

W izolatorze potrzebna jest znacznie większa energia do uwolnienia elektronów, aby mogły się poruszać w materiale. Energia termiczna nie jest wystarczająca, nie może tego także dokonać przyłożone do izolatora pole elektryczne o umiarkowanej wartości natężenia. Nie ma więc żadnych elektronów, które mogłyby poruszać się przez izolator i stąd nie pojawia się żaden prąd, nawet po przyłożeniu pola elektrycznego.

Półprzewodnik jest podobny do izolatora z tym *wyjątkiem*, że energia potrzebna do uwolnienia niektórych elektronów nie jest tak duża. Co ważniejsze, domieszkowanie może dostarczyć elektronów lub dodatnich nośników ładunku, które są słabo związane i można je łatwo uwolnić. Co więcej, przez odpowiednie domieszkowanie półprzewodnika możemy wpływać na koncentrację nośników ładunku, które mogą mieć wpływ na przepływ prądu, i wobec tego otrzymywać pożądane właściwości elektryczne półprzewodnika. Większość przyrządów półprzewodnikowych, takich jak tranzystory i diody złączone, wytwarza się przez selektywne domieszkowanie różnych obszarów krzemu atomami domieszek różnego rodzaju.

Spójrzmy ponownie na wzór (27.20) dla oporu właściwego przewodnika:

$$\rho = \frac{m}{e^2 n \tau}, \quad (27.24)$$

gdzie n jest liczbą nośników ładunku, przypadających na jednostkę objętości, a τ jest średnim czasem między zderzeniami nośników ładunku. (Wzór ten wyprowadziliśmy dla przewodników, ale można go stosować także do półprzewodników). Rozważmy, jak wielkości n i τ zmieniają się wraz ze wzrostem temperatury.

W przewodniku wartość n jest duża i w bardzo dobrym przybliżeniu stała przy zmianie temperatury. Wzrost oporu właściwego wraz ze wzrostem temperatury dla metali (rys. 27.10) wynika ze wzrostu liczby zderzeń nośników ładunku, co we wzorze (27.24) ujawnia się w zmniejszaniu się średniego czasu między zderzeniami τ .

W półprzewodniku wartość n jest mała, ale rośnie bardzo szybko wraz ze wzrostem temperatury, gdyż dzięki większej energii ruchu termicznego liczba dostępnych nośników ładunku jest większa. Ten fakt powoduje *zmniejszenie* oporu właściwego wraz ze wzrostem temperatury, co ujawnia się w postaci ujemnego współczynnika temperaturowego oporu właściwego dla krzemu, podanego w tabeli 27.2. Dla półprzewodników występuje także taki sam wzrost liczby zderzeń, jak dla przewodników, ale jego wpływ jest niewielki, ze względu na szybszy wzrost liczby nośników ładunku.

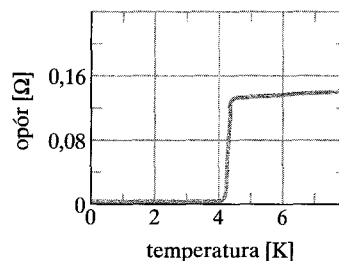
27.9. Nadprzewodniki

W 1911 r. holenderski fizyk Heike Kamerlingh Onnes odkrył, że opór właściwy rtęci znika całkowicie przy temperaturze mniejszej niż 4 K (rys. 27.13). To zjawisko **nadprzewodnictwa** ma ogromne potencjalne znaczenie w technice, ponieważ oznacza, że ładunek może płynąć przez nadprzewodnik bez strat w postaci energii termicznej. Prądy, wytworzone w pierścieniu nadprzewodzącym mogą więc płynąć przez wiele lat bez zmniejszenia się ich natężenia; elektrony, powodujące przepływ prądu, wymagają siły i źródła energii tylko w chwili początkowej, ale nie potem.

Przed 1986 r. zastosowanie nadprzewodnictwa w technice było utrudnione przez wysokie koszty wytwarzania bardzo niskich temperatur, koniecznych do uzyskania nadprzewodnictwa. W 1986 r. odkryto jednak nowe materiały ceramiczne, które stają się nadprzewodnikami przy wyraźnie wyższych temperaturach. Wykorzystanie elementów nadprzewodzących w temperaturze pokojowej może w końcu okazać się możliwe.

Nadprzewodnictwo jest zjawiskiem bardzo różnym od przewodnictwa. Okazuje się, że najlepsze przewodniki, jak srebro i miedź, nie mogą stać się nadprzewodnikami przy żadnej temperaturze, a nowe nadprzewodniki ceramiczne są w normalnych warunkach dobrymi izolatorami.

Nadprzewodnictwo wyjaśniamy zwykle w następujący sposób. Elektrony tworzące prąd poruszają się w skorelowanych parach. Jeden z elektronów pary podczas swego ruchu zaburza elektrycznie strukturę cząsteczkową materiału nadprzewodzącego, wytwarzając w swym otoczeniu chwilowo ładunek dodatni. Drugi elektron pary jest wtedy przyciągany do tego dodatniego ładunku. Zgodnie z teorią, taka korelacja między elektronami zabezpiecza je przed zderzeniami z cząsteczkami materiału i dlatego eliminuje opór elektryczny. Teoria ta dobrze wyjaśnia zjawisko nadprzewodnictwa zachodzące w niskich temperaturach (znane przed 1986 r.), ale dla nadprzewodników wysokotemperaturowych potrzebne są nowe teorie.



Rys. 27.13. Opór rtęci maleje do zera przy temperaturze około 4 K

Natężenie prądu elektrycznego Natężenie prądu elektrycznego w przewodniku jest zdefiniowane wzorem:

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad (27.1)$$

gdzie dq jest ilością ładunku (dodatniego), przepływającego w czasie dt przez powierzchnię przekroju poprzecznego przewodnika. Kierunek prądu elektrycznego wybieramy umownie jako kierunek, w którym poruszałyby się dodatnie nośniki ładunku. Jednostką natężenia prądu elektrycznego w układzie SI jest **amper** (A): $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$.

Gęstość prądu elektrycznego Natężenie prądu elektrycznego (skalar) jest powiązane z **gęstością prądu elektrycznego** $\vec{J}$ (wektorem) wzorem:

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}, \quad (27.4)$$

gdzie $d\vec{S}$ jest wektorem prostopadłym do elementu powierzchni o polu dS i całkę obliczamy po dowolnej powierzchni przekroju poprzecznego przewodnika. Wektor $\vec{J}$ ma taki sam kierunek, jak prędkość poruszających się ładunków, jeśli są one dodatnie, i przeciwny do prędkości, jeśli są ujemne.

Prędkość unoszenia nośników ładunku Gdy w przewodniku istnieje pole elektryczne o natężeniu $\vec{E}$, nośniki ładunku uzyskują **prędkość unoszenia** $\vec{v}_d$ w kierunku natężenia pola $\vec{E}$, jeśli są dodatnie (lub w przeciwnym kierunku, jeśli są ujemne); prędkość $\vec{v}_d$ jest powiązana z gęstością prądu wzorem:

$$\vec{J} = ne\vec{v}_d, \quad (27.7)$$

gdzie ne jest koncentracją nośników ładunku.

Opór elektryczny przewodnika **Opór elektryczny** (rezystancja) R przewodnika zdefiniowany jest wzorem:

$$R = \frac{U}{I} \quad (\text{definicja oporu } R), \quad (27.8)$$

gdzie U jest różnicą potencjałów na końcach przewodnika i I natężeniem prądu. Jednostką oporu w układzie SI jest **om** (Ω): $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$. Analogiczne wzory definiują **opór właściwy** (rezystywność) ρ i **przewodność właściwą** (konduktywność) σ materiału:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{E}{J} \quad (\text{definicje } \rho \text{ i } \sigma), \quad (27.12, 27.10)$$

gdzie E jest wartością natężenia przyłożonego pola elektrycznego. Jednostką oporu właściwego w układzie SI jest **om razy metr** ($\Omega \cdot \text{m}$). Wzór (27.10) odpowiada wzorowi wektorowemu:

$$\vec{E} = \rho \vec{J}. \quad (27.11)$$

Opór R przewodnika o długości L i jednorodnym przekroju poprzecznym wynosi:

$$R = \rho \frac{L}{S}, \quad (27.16)$$

gdzie S jest polem przekroju poprzecznego.

Zależność oporu właściwego ρ od temperatury Opór właściwy ρ dla większości materiałów zmienia się wraz z temperaturą. Dla wielu materiałów, także dla metali, związek między ρ i temperaturą T ma w przybliżeniu postać:

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha (T - T_0), \quad (27.17)$$

gdzie T_0 jest temperaturą odniesienia, ρ_0 jest oporem właściwym w temperaturze T_0 , a α jest współczynnikiem temperaturowym oporu właściwego materiału.

Prawo Ohma Dane ciało (przewodnik, opornik lub inny element obwodu) spełnia **prawo Ohma**, jeśli jego opór R , zdefiniowany wzorem (27.8) ($R = U/I$), jest niezależny od przyłożonej różnicy potencjałów U . Dany materiał spełnia prawo Ohma, jeśli jego opór właściwy, zdefiniowany wzorem (27.10), jest niezależny od wartości i kierunku natężenia przyłożonego pola elektrycznego $\vec{E}$.

Opór właściwy metalu Zakładając, że elektrony przewodnictwa w metalu są swobodne i mogą poruszać się jak cząsteczki gazu, możemy wyprowadzić wyrażenie na opór właściwy metalu:

$$\rho = \frac{m}{e^2 n \tau}, \quad (27.20)$$

gdzie n jest liczbą elektronów swobodnych w jednostce objętości i τ jest średnim czasem między zderzeniami elektronu z atomami metalu. Metale spełniają prawo Ohma, ponieważ czas τ jest prawie niezależny od wartości natężenia E pola elektrycznego, przyłożonego do metalu.

Moc elektryczna Moc P , czyli ilość energii przenoszonej w jednostce czasu, w danym przewodniku, na którym utrzymuje się przyłożona różnica potencjałów U , wynosi:

$$P = IU \quad (\text{moc elektryczna}). \quad (27.21)$$

Rozproszenie energii w oporniku Dla opornika możemy zapisać wzór (27.21) w postaci:

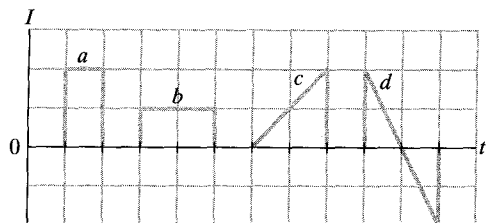
$$P = I^2 R = \frac{U^2}{R} \quad (\text{moc w oporniku}). \quad (27.22, 27.23)$$

W oporniku elektryczna energia potencjalna zamienia się na energię wewnętrzną w wyniku zderzeń między nośnikami ładunku i atomami.

Półprzewodniki Półprzewodniki są materiałami z małą liczbą elektronów przewodnictwa, ale mogą stać się przewodnikami, gdy są *domieszkowane* innymi atomami, które dostarczają swobodnych elektronów.

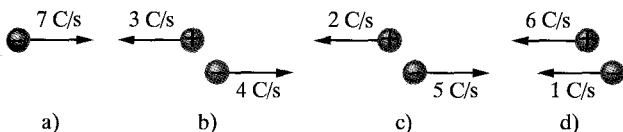
Nadprzewodniki Nadprzewodniki są materiałami, dla których opór elektryczny zanika przy niskich temperaturach. Ostatnio odkryto materiały, które są nadprzewodzące przy zaskakująco wysokich temperaturach.

1. Na rysunku 27.14 przedstawiono wykresy natężenia prądu I , płynącego przez przewodnik o pewnym przekroju poprzecznym, w czterech różnych przedziałach czasu. Uszereguj te przedziały zgodnie z wartością wypadkowego ładunku, jaki w tym przedziale przepływa przez przekrój poprzeczny przewodnika, zaczynając od największej.



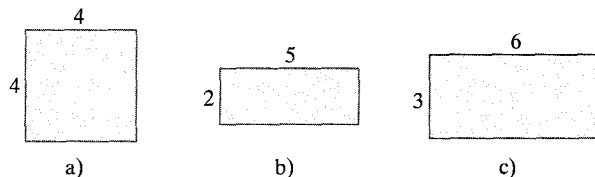
Rys. 27.14. Pytanie 1

2. Na rysunku 27.15 przedstawiono cztery sytuacje, w których dodatnie i ujemne ładunki poruszają się poziomo w pewnym obszarze. Podano wartości ładunków, przepływających w jednostce czasu. Uszereguj te sytuacje, zgodnie z efektywnym natężeniem prądu przepływającego przez te obszary, zaczynając od największego.



Rys. 27.15. Pytanie 2

3. Na rysunku 27.16 przedstawiono przekroje poprzeczne trzech przewodników o jednakowej długości i wykonanych z tego samego materiału. Na rysunku podano także długość każdego boku przekroju w milimetrach. Uszereguj przewodniki zgodnie z ich oporami (dla prądów płynących wzdłuż długości przewodnika, od końca do końca), zaczynając od największego.

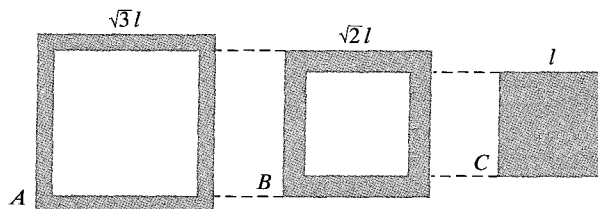


Rys. 27.16. Pytanie 3

4. Czy opór walcowego przewodnika (dla prądu płynącego wzdłuż jego długości, od końca do końca) wzrośnie, zmaleje, czy się nie zmieni, jeśli rozciągniemy przewodnik bez zmiany kształtu przekroju?

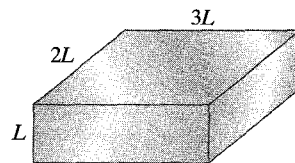
5. Na rysunku 27.17 przedstawiono przekroje poprzeczne i ich wymiary dla trzech długich przewodników tej samej długości i wykonanych z tego samego materiału. Przewodnik B mieści się

dokładnie wewnątrz przewodnika A i przewodnik C mieści się dokładnie wewnątrz przewodnika B. Uszereguj te przewodniki i ich układy A + B, B + C i A + B + C zgodnie z ich oporami, od końca do końca, zaczynając od największego.



Rys. 27.17. Pytanie 5

6. Na rysunku 27.18 przedstawiono prostopadłościenny przewodnik o długościach krawędzi L , $2L$ i $3L$. Pewna różnica potencjałów U zostanie przyłożona między pary leżących naprzeciwko ścian przewodnika, jak na rys. 27.7b: lewą i prawą, górną i dolną oraz przednią i tylną. Uszereguj te pary zgodnie z: a) wartością natężenia pola elektrycznego w przewodniku, b) gęstością prądu w przewodniku, c) natężeniem prądu, przepływającego przez przewodnik, d) prędkością unoszenia elektronów w przewodniku, zaczynając od największej wartości.



Rys. 27.18. Pytanie 6

7. W tabeli niżej podano długości trzech miedzianych prętów, ich średnice i różnice potencjałów między ich końcami. Uszereguj pręty zgodnie z wartością: a) natężenia pola elektrycznego, b) gęstości prądu, c) prędkości unoszenia elektronów w prętach, zaczynając od największej.

Pręt	Długość	Średnica	Różnica potencjałów
1	L	$3d$	U
2	$2L$	d	$2U$
3	$3L$	$2d$	$2U$

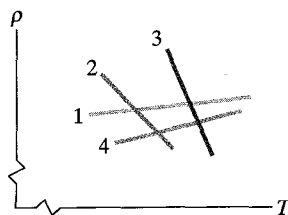
8. W tabeli niżej podano przewodność właściwą i koncentrację elektronów przewodnictwa dla materiałów A, B, C i D. Uszereguj materiały zgodnie ze średnim czasem między zderzeniami elektronów przewodnictwa z atomami materiałów, zaczynając od największego.

	A	B	C	D
Przewodność właściwa	σ	2σ	2σ	σ
Liczba elektronów/m ³	n	$2n$	n	$2n$

9. Trzy przewodniki o tej samej średnicy podłączono po kolei między dwa punkty o ustalonej różnicy potencjałów. Opory właściwe i długości przewodników wynoszą ρ i L (przewodnik A), $1,2\rho$ i $1,2L$ (przewodnik B) oraz $0,9\rho$ i L (przewodnik C). Uszereguj przewodniki w zależności od szybkości rozpraszania w nich energii termicznej, zaczynając od największej.

10. Na rysunku 27.19 przedstawiono opory właściwe czterech materiałów, w zależności od temperatury. a) Które z materiałów są przewodnikami, a które półprzewodnikami? W których materiałach wzrost temperatury prowadzi do: b) wzrostu liczby elek-

tronów przewodnictwa na jednostkę objętości, c) wzrostu liczby zderzeń elektronów przewodnictwa na jednostkę czasu?



Rys. 27.19. Pytanie 10

Zadania

Rozwiązanie jest dostępne na stronie internetowej pod-
ręcznika: <http://www.wiley.com/college/hrw>

Rozwiązanie jest dostępne w postaci interaktywnej,
wykorzystującej oprogramowanie Interactive Learning-
Ware (na tej samej stronie)

27.2. Natężenie prądu elektrycznego

1. Prąd o natężeniu 5 A płynie przez opornik o oporze 10 Ω przez 4 minuty. Ile: a) kulombów, b) elektronów przechodzi przez dowolny przekrój poprzeczny opornika w tym czasie?

2. Naładowany pas o szerokości 50 cm przesuwa się z prędkością 30 m/s, między źródłem ładunku i sferą. Pas przenosi ładunek na sferę z natężeniem 100 μA . Oblicz gęstość powierzchniową ładunku na pasie.

3. Izolowana kula przewodząca ma promień 10 cm. Jednym przewodnikiem dopływa do niej prąd o natężeniu 1,000002 A. Innym przewodnikiem odpływa z niej prąd o natężeniu 1,000000 A. Po jakim czasie sfera zwiększy swój potencjał o 1000 V?

27.3. Gęstość prądu elektrycznego

4. Mały, ale mierzalny prąd o natężeniu $1,2 \cdot 10^{-10}$ A płynie przez przewodnik miedziany o średnicy 2,5 mm. Przyjmując, że natężenie prądu jest stałe, oblicz: a) gęstość prądu, b) prędkość unoszenia elektronów. (Zob. przykład 27.3).

5. Wiązka zawiera $2 \cdot 10^8$ podwójnie naładowanych jonów dodatnich w centymetrze sześciennym, które poruszają się na północ, z prędkością $1 \cdot 10^5$ m/s. a) Jaka jest wartość i kierunek gęstości prądu $\vec{J}$? b) Czy można obliczyć całkowite natężenie prądu I w tej wiązce jonów? Jeśli nie, to jaka dodatkowa informacja jest potrzebna?

6. W tabeli podano fragment Narodowej Normy Elektrycznej z USA, która ustala maksymalne natężenia bezpiecznych prądów

dla izolowanych drutów miedzianych o różnych średnicach. Wykreśl gęstość bezpiecznego prądu w zależności od średnicy. Który drut ma największą bezpieczną gęstość prądu?

Kaliber	4	6	8	10	12	14	16	18
Średnica, 10^{-3} cala	204	162	129	102	81	64	51	40
Bezpieczne natężenie prądu, A	70	50	35	25	20	15	6	3

7. Bezpiecznik w obwodzie elektrycznym jest drutem, który do-
biera się tak, aby stopił się i otworzył obwód, jeśli natężenie prądu przekroczy określoną wartość. Załóżmy, że materiał zastoso-
wany w bezpieczniku topi się, gdy gęstość prądu osiąga wartość 440 A/cm². Jaka powinna być średnica walcowego drutu dla bez-
piecznika, który ogranicza prąd do natężenia 0,5 A?

8. W pobliżu Ziemi koncentracja protonów w wietrze słonecznym (strumieniu cząstek ze Słońca) wynosi 8,7 cm⁻³, a ich prędkość 470 km/s. a) Znajdź gęstość prądu tych protonów. b) Jeśli pole magnetyczne Ziemi nie odchyłaloby tych protonów, to uderzałyby w nią. Ile wynosiłoby całkowite natężenie prądu dopływającego do Ziemi?

9. Cząstki α ($q = +2e$) poruszają się w stacjonarnej wiązce ze stałą energią kinetyczną 20 MeV, przenosząc prąd o natę-
żeniu 0,25 μA . a) Jeśli wiązka jest prostopadła do płaskiej po-
wierzchni, to ile cząstek α uderza w powierzchnię w ciągu 3 s? b) Ile cząstek α znajduje się w wiązce o długości 20 cm w do-
wolnej chwili? c) Jakiej różnicy potencjałów trzeba użyć do przy-
spieszenia cząstki α ze stanu spoczynku do energii 20 MeV?

10. a) Gęstość prądu wzdłuż walcowego przewodnika o promie-
niu R zmienia się zgodnie ze wzorem:

$$J = J_0 \left(1 - \frac{r}{R} \right),$$

gdzie r jest odległością od osi walca. Gęstość prądu osiąga mak-
symalną wartość J_0 na tej osi ($r = 0$) i maleje liniowo do zera na
powierzchni ($r = R$). Oblicz natężenie prądu, wyrażając je przez

J_0 i pole przekroju poprzecznego przewodnika $S = \pi R^2$. b) Załóż teraz, że gęstość prądu osiąga maksimum J_0 na powierzchni walca i maleje liniowo do zera na osi: $J = J_0 r/R$. Oblicz natężenie prądu. Dlaczego wynik jest różny od wyniku z punktu (a)?

11. Po jakim czasie elektrony docierają z akumulatora samochodowego do silnika? Przyjmij, że natężenie prądu wynosi 300 A i elektrony poruszają się w przewodniku miedzianym o polu przekroju poprzecznego $0,21 \text{ cm}^2$ i długości 0,85 m. (Zob. przykład 27.3).

27.4. Opór elektryczny i opór elektryczny właściwy

12. W przewodniku chromonikielinowym (czyli ze stopu nikiel-chrom-żelazo, używanego powszechnie w elementach grzejnych) o długości 1 m i polu przekroju poprzecznego 1 mm^2 płynie prąd o natężeniu 4 A przy różnicy potencjałów 2 V, przyłożonej do jego końców. Oblicz przewodność właściwą chromonikieliny.

13. Przewodzący drut ma średnicę 1 mm, długość 2 m i opór $50 \text{ m}\Omega$. Jaki jest opór właściwy tego drutu?

14. Stalowa szyna tramwajowa ma przekrój poprzeczny o polu 56 cm^2 . Ile wynosi opór szyny o długości 10 km? Opór właściwy stali wynosi $3 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$.

15. Człowiek może zostać porażony nawet przez tak słaby prąd, jak prąd o natężeniu 50 mA, jeśli przepływa on blisko serca. Elektryk, pracujący ze spoconymi rękami ma dobry kontakt z dwoma przewodnikami, trzymanymi po jednym w każdej ręce. Jeśli jego opór wynosi 2000Ω , to ile wynosi śmiertelna różnica potencjałów?

16. Przewodnik o długości 4 m i średnicy 6 mm ma opór $15 \text{ m}\Omega$. Do końców przewodnika przyłożono różnicę potencjałów 23 V. a) Ile wynosi natężenie prądu w przewodniku? b) Ile wynosi gęstość prądu? c) Oblicz opór właściwy materiału przewodnika i zidentyfikuj go, korzystając z tabeli 27.1.

17. Spiralę utworzono przez nawinięcie 250 zwojów izolowanego drutu miedzianego o średnicy 1,3 mm, w jednej warstwie, na walcowym rdzeniu o promieniu 12 cm. Ile wynosi opór spirali? Możesz zaniedbać grubość izolacji. (Skorzystaj z tabeli 27.1).

18. a) W jakiej temperaturze opór przewodnika miedzianego będzie dwa razy większy od oporu w temperaturze 20°C ? (Przyjmij temperaturę 20°C jako punkt odniesienia we wzorze (27.17); porównaj odpowiedź z rys. 27.10). b) Czy ta temperatura jest taka sama dla wszystkich przewodników miedzianych, niezależnie od ich kształtu czy rozmiarów?

19. Przewodnik o oporze 6Ω rozciągnięto za pomocą gwintownika, tak że jego nowa długość jest trzy razy większa niż początkowa. Znajdź opór wydłużonego drutu, przyjmując, że opór właściwy i gęstość materiału się nie zmienia.

20. Pewien przewód ma opór R . Ile wynosi opór drugiego przewodu, zrobionego z tego samego materiału, o dwukrotnie mniejszej długości i dwukrotnie mniejszej średnicy?

21. Dwa przewodniki z tego samego materiału mają tę samą długość. Przewodnik A jest pełnym drutem o średnicy 1 mm. Przewodnik B jest rurką o średnicy zewnętrznej 2 mm i średnicy wewnętrznej 1 mm. Ile wynosi stosunek oporów R_A/R_B , mierzonych między końcami przewodników?

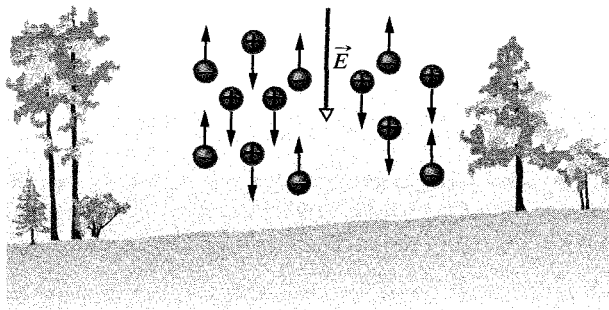
22. Przewód elektryczny składa się ze 125 żyłek z cienkiego drutu, każda o oporze $2,65 \mu\Omega$. Taka sama różnica potencjałów została przyłożona między końcami wszystkich żyłek, powodując przepływ prądu o całkowitym natężeniu 0,75 A. a) Ile wynosi natężenie prądu w każdej żyłce? b) Ile wynosi przyłożona różnica potencjałów? c) Ile wynosi opór przewodu?

23. Gdy między końcami przewodnika o długości 10 m i promieniu 0,3 mm przyłożono różnicę potencjałów 115 V, gęstość prądu wyniosła $1,4 \cdot 10^4 \text{ A/m}^2$. Znajdź opór właściwy przewodnika.

24. Prostopadłościenny klocek ma pole przekroju $3,5 \text{ cm}^2$, długość 15,8 cm i opór 935Ω . Materiał, z którego wykonano klocek, ma $5,33 \cdot 10^{22}$ elektronów przewodnictwa na m^3 . Między przednią i tylną ścianą utrzymywana jest różnica potencjałów 35,8 V. a) Ile wynosi natężenie prądu w klocku? b) Jeśli gęstość prądu jest stała, to jaka jest jej wartość? c) Ile wynosi prędkość unoszenia elektronów przewodnictwa? d) Jaka jest wartość natężenia pola elektrycznego w klocku?

25. W żarówce latarki płynie (podczas jej działania) prąd 0,3 A przy różnicy potencjałów 2,9 V. Jeśli opór włókna żarówki w temperaturze pokojowej (20°C) wynosi $1,1 \Omega$, to jaka jest temperatura włókna świecącej żarówki? Włókno jest wykonane z wolframu.

26. Dolna warstwa atmosfery Ziemi zawiera ujemne i dodatnie jony, wytwarzane przez pierwiastki promieniotwórcze znajdujące się w glebie i promieniowanie kosmiczne. W pewnym obszarze natężenie pola elektrycznego w atmosferze wynosi 120 V/m i jest skierowane pionowo w dół. Pole to powoduje, że pojedynczo



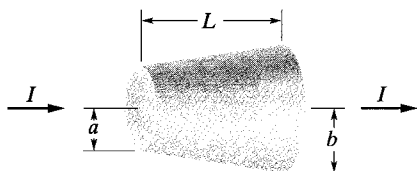
Rys. 27.20. Zadanie 26

naładowane jony dodatnie o koncentracji $620/\text{cm}^3$ przemieszczają się w dół, a pojedynczo naładowane jony ujemne o koncentracji $550/\text{cm}^3$ przemieszczają się w górę (rys. 27.20). Mierzona przewodność właściwa powietrza w tym obszarze wynosi $2,7 \cdot 10^{-14} (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$. Oblicz: a) prędkość unoszenia jonów (przy założeniu, że jest taka sama dla jonów dodatnich i ujemnych), b) gęstość prądu.

27. Gdy pręt metalowy jest ogrzewany, zmienia się nie tylko jego opór, ale także długość i pole przekroju poprzecznego. Ze związku $R = \rho L/S$ wynika, że wszystkie trzy czynniki należy wziąć pod uwagę przy pomiarze ρ w różnych temperaturach. a) Jeśli temperatura zmienia się o 1°C , to jakie są w procentach zmiany wielkości R , L i S dla miedzianego przewodnika? b) Współczynnik rozszerzalności liniowej miedzi wynosi $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$. Jaki można wysnuć stąd wniosek?

28. Jeśli kaliber drutu wzrasta o 6, to jego średnica maleje dwukrotnie; jeśli kaliber drutu wzrasta o 1, to średnica maleje o czynnik $2^{1/6}$ (zob. tabelę w zadaniu 6). Wiedząc o tym i wiedząc, że 300 m drutu miedzianego kalibru 10 ma w przybliżeniu opór 1 Ω , oszacuj opór drutu miedzianego kalibru 22 o długości 7,5 m.

29. Opornik ma kształt ściętego stożka obrotowego (rys. 27.21). Promienie podstaw wynoszą a i b , a wysokość L . Jeśli różnica między a i b jest niewielka, to możemy założyć, że gęstość prądu jest stała w każdym przekroju poprzecznym. a) Oblicz opór tego opornika. b) Wykaż, że wynik redukuje się do $\rho(L/S)$ dla szczególnego przypadku $a = b$.



Rys. 27.21. Zadanie 29

27.6. Prawo Ohma — obraz mikroskopowy

30. Pokaż, że zgodnie z modelem elektronów swobodnych dla przewodnictwa w metalach i fizyką klasyczną, opór właściwy metali powinien być proporcjonalny do $\sqrt{T}$, gdzie T jest temperaturą bezwzględną. (Zob. wzór 20.31).

27.7. Moc w obwodach elektrycznych

31. W pewnej lampie rentgenowskiej płynie prąd o natężeniu 7 mA, przy różnicy potencjałów 80 kV. Ile wynosi jej moc w watach?

32. Student słuchał ustawionego na pełną głośność radia o mocy 7 W, zasilanego ze źródła o różnicy potencjałów 9 V od 9.00 wieczorem do 2.00 w nocy. Jaki ładunek przepłynął przez radio?

33. Do ogrzewacza pokojowego, którego opór, gdy jest gorący, wynosi 14 Ω , przyłożono różnicę potencjałów 120 V. a) Z jaką mocą energia elektryczna jest zamieniana na energię termiczną? b) Jaki jest koszt działania ogrzewacza w ciągu 5 h, przy cenie 0,3 zł/kWh?

34. W oporniku, przez który płynie prąd o natężeniu 3 A, rozprasza się energia termiczna z mocą 100 W. Ile wynosi jego opór?

35. Nieznany opornik podłączono do biegunów źródła prądu o różnicy potencjałów 3 V. Energia rozprasza się w nim z szybkością 0,54 W. Ten sam opornik podłączono następnie do biegunów źródła prądu o różnicy potencjałów 1,5 V. Z jaką szybkością rozprasza się teraz energia?

36. Ogrzewacz pokojowy, podłączony do różnicy potencjałów 120 V, wytwarza energię termiczną z mocą 500 W. a) Ile wynosi opór ogrzewacza podczas jego działania? b) Ile elektronów przepływa w jednostce czasu przez dowolny przekrój poprzeczny elementu grzejnego ogrzewacza?

37. Ogrzewacz promiennikowy o mocy 1250 W przystosowano do pracy przy 115 V. a) Ile wynosi natężenie prądu w ogrzewaczu? b) Ile wynosi opór spirali grzejnej? c) Ile energii termicznej wytwarza ogrzewacz w ciągu 1 h?

38. Element grzejny, podłączony do źródła o różnicy potencjałów 75 V, wykonano z drutu chromonikielowego o polu przekroju poprzecznego $2,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$. Opór właściwy chromonikielowy wynosi $5 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$. a) Ile wynosi długość elementu, jeśli wytwarza on energię termiczną z mocą 5000 W? b) Jaka musiałaby być długość elementu, gdyby do wytwarzania energii termicznej z tą mocą użyć różnicy potencjałów 100 V?

39. Chromonikielowy ogrzewacz wydzielą energię termiczną z mocą 500 W, jeśli zastosowana różnica potencjałów wynosi 110 V, a temperatura drutu jest równa 800°C . Jaka byłaby moc wytwarzania energii termicznej, jeśli drut byłby utrzymywany w temperaturze 200°C , przez zanurzenie go w oleju? Zastosowana różnica potencjałów pozostaje bez zmian, a α dla chromonikieliny przy 800°C wynosi $4 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

40. Żarówkę o mocy 100 W podłączono do gniazdka sieci elektrycznej 120 V. a) Jaki jest miesięczny koszt używania tej żarówki, jeśli świeci ona ciągle? Cenę energii elektrycznej przyjmij równą 0,3 zł/kWh. b) Ile wynosi opór żarówki? c) Ile wynosi natężenie prądu, płynącego w żarówce? Czy opór żarówki jest inny, gdy się ją wyłączy?

41. Akcelerator liniowy wytwarza impulsowo wiązkę elektronów. W czasie impulsu, trwającego 0,1 μs natężenie prądu wynosi 0,5 A. a) Ile elektronów jest przyspieszanych podczas jednego impulsu? b) Ile wynosi średnie natężenie prądu dla akceleratora, pracującego przy 500 impulsach/s? c) Ile wynosi średnia i maksymalna moc akceleratora, jeśli elektrony są przyspieszane do energii 50 MeV?

42. Walcowy opornik o promieniu 5 mm i długości 2 cm wykonano z materiału o oporze właściwym $3,5 \cdot 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$. Ile wynoszą: a) gęstość prądu, b) różnica potencjałów, gdy w oporniku energia ulega rozproszeniu z mocą 1 W?

43. W przewodniku miedzianym o polu przekroju poprzecznego $2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$ i długości 4 m płynie przez cały przekrój stały prąd o natężeniu 2 A. a) Jaka jest wartość natężenia pola elektrycznego w przewodniku? b) Jaka ilość energii elektrycznej zamienia się w energię termiczną w ciągu 30 minut?

Zadania dodatkowe

44. *Tajemnica proszku czekoladowego.* Jest to ciąg dalszy historii z zadania 48 w rozdziale 24, kontynuowanej w rozdziałach 25 i 26. Proszek czekoladowy przesypywano do silosu rurą o promieniu R ze stałą prędkością v i stałą gęstością ładunku ρ . a) Znajdź wyrażenie na natężenie prądu I , przepływającego przez przekrój poprzeczny rury. b) Oblicz I dla warunków występujących w fabryce: promień rury $R = 5 \text{ cm}$, prędkość $v = 2 \text{ m/s}$ i gęstość ładunku $\rho = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ C/m}^3$.

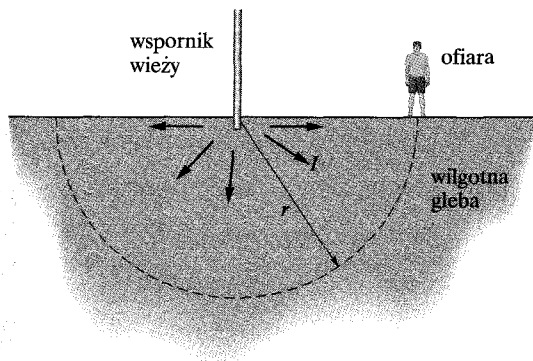
Gdyby proszek poruszał się w obszarze o różnicy potencjałów U , to energia pola mogłaby zostać przekazana iskrze z mocą $P = IU$. c) Czy występuje taki przekaz w rurze, w związku z radialną różnicą potencjałów, omawianą w zadaniu 57 z rozdziału 25?

Gdy proszek dotarł rurą do silosu, potencjał elektryczny proszku się zmienił. Wielkość tej zmiany była równa przynajmniej radialnej różnicy potencjałów w rurze (zgodnie z obliczeniami w zadaniu 57 w rozdziale 25). d) Przyjmując te wartości różnicy potencjałów i natężenia prądu, które zostały znalezione wyżej w punkcie b), znajdź moc, z jaką energia mogłaby być przekazywana od proszku do iskry, gdy proszek opuszcza rurę. e) Ile energii zostałoby przekazane iskrze, jeśli iskra pojawiłaby się przy wylocie rury i trwała 0,2 s (co wydaje się rozsądnym założeniem)?

Przypomnij sobie z zadania 48 w rozdziale 24, że do wywołania eksplozji potrzebny jest przekaz energii minimum 150 mJ. f) Gdzie najprawdopodobniej wystąpił wybuch proszku: w chmurze proszku przy rozładunku (co rozważaliśmy w zadaniu 48 w rozdziale 26), w rurze, czy przy wylocie rury w silosie?

45. *Atak serca czy śmiertelne porażenie prądem elektrycznym?* Pewnego ranka mężczyzna, wracając boso z pikniku, szedł po

wilgotnej ziemi w pobliżu wieży, podtrzymującej elektryczne linie przesyłowe i nagle upadł. Jego krewni, siedzący przy stole na pikniku, zauważyli upadek i dotarli do niego kilka sekund później, stwierdzili u niego migotanie komór serca. Mężczyzna zmarł, zanim ekipa pogotowia dotarła do niego z aparaturą defibrylacyjną. Rodzina wytoczyła później proces zakładowi energetycznemu, twierdząc, że ofiara uległa śmiertelnemu porażeniu prądem elektrycznym wskutek działania przypadkowego prądu upływowego z wieży. Wyobraź sobie, że zostałeś wynajęty przez sąd, jako biegły do zbadania przyczyny śmierci — czy był to atak serca, czy porażenie elektryczne?



Rys. 27.22. Zadanie 45

Badanie dokumentów zakładu energetycznego wykazało, że tego ranka rzeczywiście miał miejsce *upływ prądu* z wieży — przez około 1 s prąd o natężeniu I przepływał ze wspornika do ziemi. Załóżmy, że prąd rozplątał się w ziemi jednorodnie (półkuliscie) (rys. 27.22). Niech ρ będzie oporem właściwym gruntu, a r odległością od wspornika. Znajdź wyrażenia na: a) gęstość prądu, b) wartość natężenia pola elektrycznego w zależności od r . Dolny koniec wspornika miał kształt półkuli o promieniu b . c) Z wyrażenia na wartość natężenia pola elektrycznego znajdź wyrażenie na różnicę potencjałów U między dolnym końcem wspornika i punktem, znajdującym się w odległości r . Badania wykazały, że $I = 100 \text{ A}$, $\rho = 100 \Omega \cdot \text{m}$ i $b = 1 \text{ cm}$ oraz że ofiara znajdowała się w odległości $r = 10 \text{ m}$. Ile wynosiła: d) gęstość prądu, e) wartość natężenia pola elektrycznego, f) różnica potencjałów U w miejscu znajdowania się ofiary? (Dalszy ciąg tej historii opowiemy w zadaniu 56 w rozdziale 28).