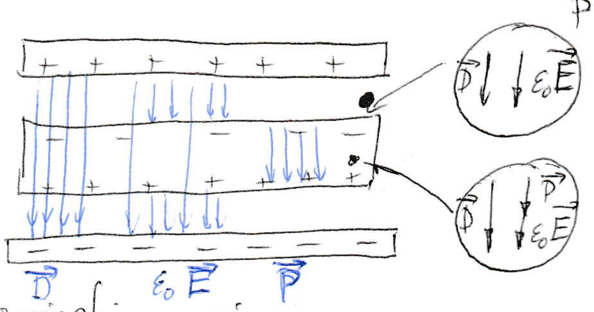
Trzy wektory elektryczne

$$E = \frac{V}{d} = \frac{q}{A\varepsilon_0}$$

$$P = \frac{q'}{A}$$ (polaryzacja elektryczna)



$$\frac{q}{A} = \varepsilon_0 \frac{q}{\varkappa \varepsilon_0 A} + \frac{q'}{A}$$

związki empiryczne

$$\boxed{\vec{D} = \varkappa \varepsilon_0 \vec{E}}$$

$$\boxed{\vec{P} = \varepsilon_0 (\varkappa - 1) \vec{E}}$$

$\varkappa = 1 \Rightarrow \vec{P} = 0$

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}$$

indukcja elektr. (ład. swobodny) — natężenie (całk. ład.) — polaryzacja (ład. polaryzac.)

prawo Gaussa

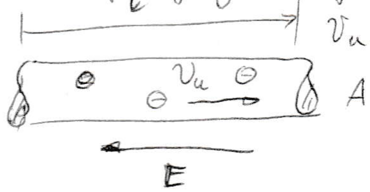
$$\boxed{\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q}$$

związki empiryczne nie zawsze słuszne!

Natężenie i opór prądu elektr.

$$\boxed{i = \frac{q}{t}} \qquad \left[1A = \frac{1C}{1s}\right] \qquad \boxed{i = \frac{dq}{dt}}$$

kierunek przepływu prądu tak, jakby nośnikami były ładunki dodatnie



$j = \frac{i}{A}$ gęstość prądu

$$\boxed{i = \int \vec{j} \cdot d\vec{A}}$$

$t = \frac{L}{v_u}$ koncentracja $q = (nALe)$

$$i = \frac{q}{t} = \frac{nA\cancel{L}e v_u}{L} = nAev_u$$

$$v_u = \frac{i}{nAe} = \frac{j}{ne}$$

$n \sim 8.4 \times 10^{22} \frac{\text{elekt}}{cm^3}$

$v_u(Cu) \sim 3{,}6 \times 10^{-2} \frac{cm}{s}$ $j_{Cu} = 480 \frac{A}{cm^2}$ $j_{Al} = 198 \frac{A}{cm^2}$

Opór, opór właściwy i przewodnictwo elektryczne

$\boxed{R = \frac{V}{i}}$ $\quad [1\,\Omega = \frac{1V}{1A}]$

$\boxed{\rho = \frac{E}{j}}$ $\quad [\Omega \cdot m]$ $\quad \left.\begin{array}{l} \rho_{Cu} \sim 1{,}7 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot m \\ \rho_{kwarc} \sim 10^{16}\ \Omega \cdot m \end{array}\right\}$ oporność właściwa

$\boxed{\sigma = \frac{1}{\rho}}$ przewodność

dla przewodnika o przekroju A i dł. l

$E = \frac{V}{l}$, $j = \frac{i}{A}$ $\Rightarrow$ $\rho = \frac{VA}{li} = R\frac{A}{l}$

$$\boxed{R = \rho \frac{l}{A}}$$

mikroskop.

$$i = \int \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

$$V_{ab} = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

R, V, i — wielkości makroskopowe

ρ, E, j — —"— mikroskopowe

$$\boxed{R = \frac{V_{ab}}{i} = \frac{-\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}}{\int \vec{j} \cdot d\vec{S}}}$$

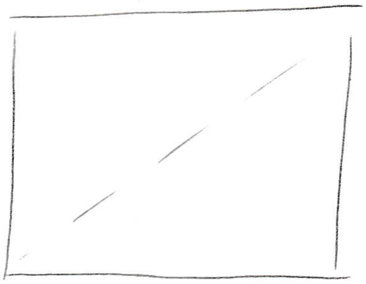
$$\rho = \rho_0 \left[1 + \alpha (T - T_0)\right]$$

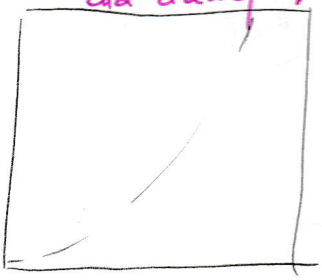
α – temp. współczynnik oporu właściwego

Prawo Ohma

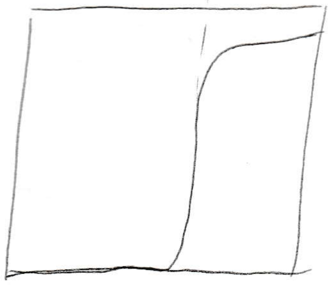
$$\boxed{R = \frac{V}{i} = const}$$

dla danej T



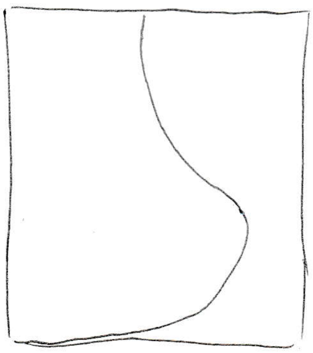


półprzewodnik



nadprzewodnik

termistor



Prawo Ohma – pogląd atomistyczny

$F = ma = eE \Rightarrow a = \frac{eE}{m}$

$v_u = a\tau = \frac{eE}{m}\tau$

$v_u = \frac{\tau}{m} F_e$; $v_u = \frac{j}{ne} = \frac{eE\tau}{m}$

$\rho = \frac{E}{j} = \frac{m}{ne^2\tau}$

$F_g = mg = bv$

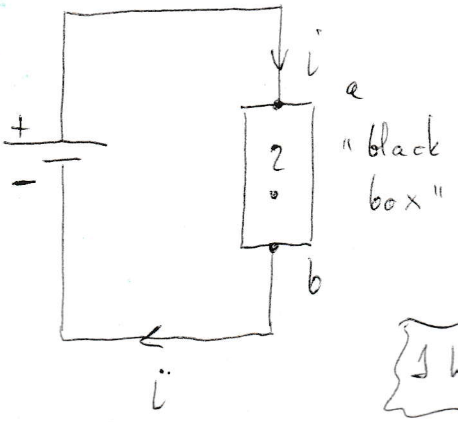
$v_{gr} = \frac{mg}{b}$

prędkość graniczna

$\bar{v} = 10^8 \frac{cm}{s}$ $\quad v_u \sim 10^{-2} \frac{cm}{s}$!

Przemiany energii w obwodzie

Pytania :



$$dU = dq\, V_{ab} = i\, dt\, V_{ab}$$

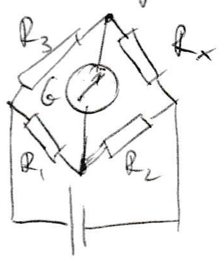
$$P = \frac{dU}{dt} = i\, V_{ab} = i^2 R = \frac{V^2}{R}$$

$$R = \frac{V_{ab}}{i}$$

$$1A \cdot 1V = \cancel{1\frac{J}{C}} \cdot 1\frac{C}{s} \cdot 1\frac{J}{C} = 1\frac{J}{s} = 1W$$

$$\boxed{1W = 1A \cdot 1V}$$

Pomiar oporu (mostek Wheatstone'a)



dla $I = 0$

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_1}$$

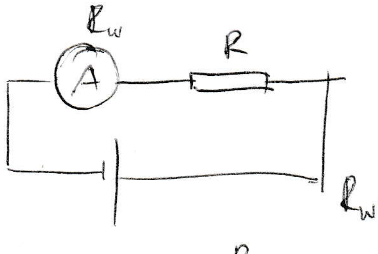
Łączenie źródeł napięcia

szereg $U = nU_0$ duże napięcie!

równoległe $U = U_0$ (opór wewn. zmniejsza się n razy)

duże natężenie prądu

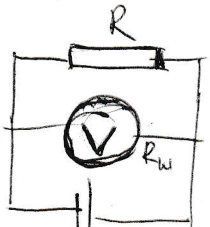
Pomiar prądu



$R_W \ll R$

$$I = I_0 \frac{R}{(R_W + R)}$$

Pomiar napięcia

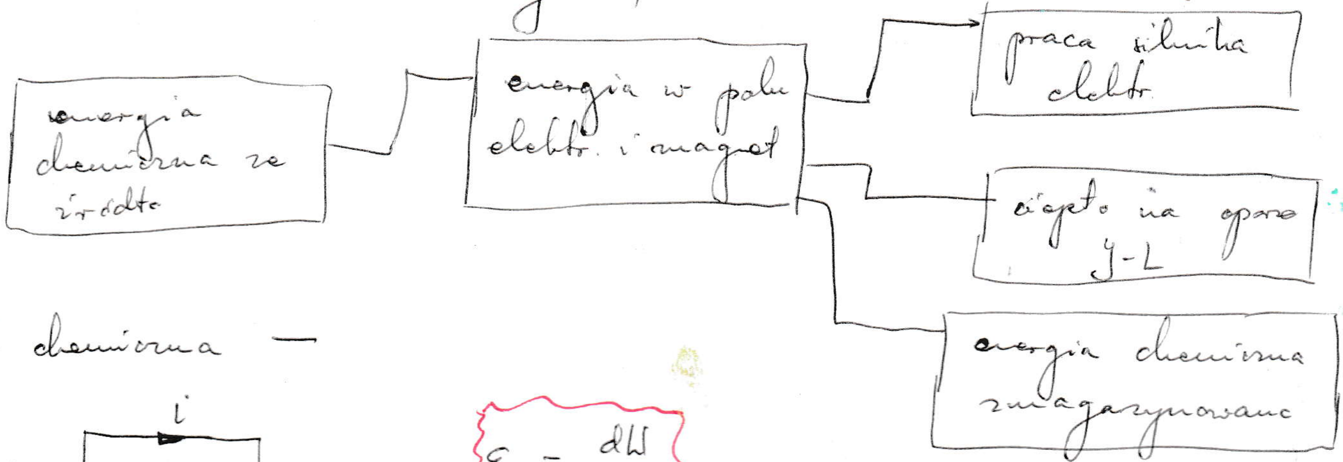


$R_W \gg R$

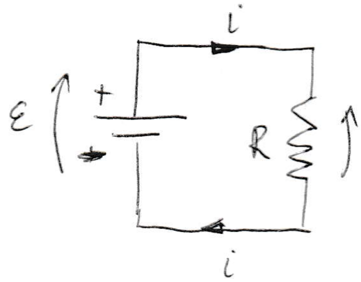
jak największy!

Prąd elektryczny (obwody prądu stałego)

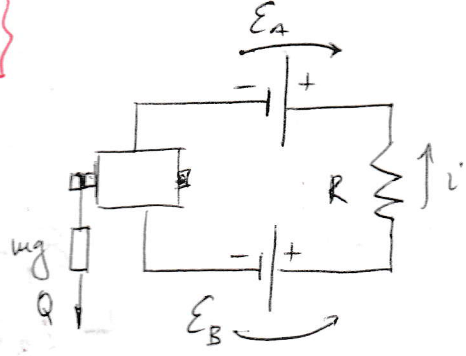
SEM (siła elektromotoryczna)



E chemiczna —



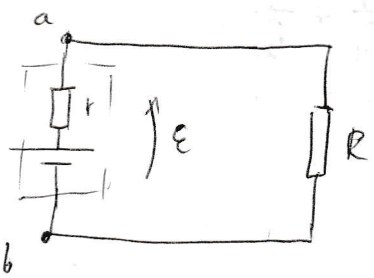
$$\boxed{\mathcal{E} = \frac{dW}{dq}}$$



$$\boxed{\begin{aligned} dW &= \mathcal{E}\, dq = \mathcal{E}\, i\, dt \\ \mathcal{E}\, i\, dt &= i^2 R\, dt \end{aligned}} \Rightarrow \boxed{i = \frac{\mathcal{E}}{R}}$$

II prawo Kirchoffa >> Algebraiczna suma zmian potencjału napotkanych przy całkowitym obiegu obwodu musi być równa zeru <<

$$\boxed{\sum_i \vec{U}_i = 0}$$



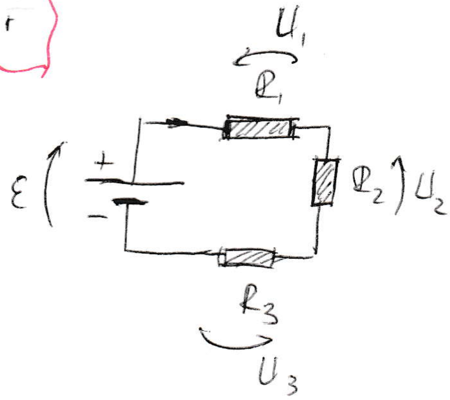
$$V_b + \mathcal{E} - ir - iR = V_b$$

lub

$$+\mathcal{E} - ir - iR = 0$$

$$\boxed{i = \frac{\mathcal{E}}{R+r}}$$

Łączenie szeregowe oporów



$$U_1 + U_2 + U_3 = \mathcal{E}$$

$$iR_1 + iR_2 + iR_3 = \mathcal{E} \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3}$$

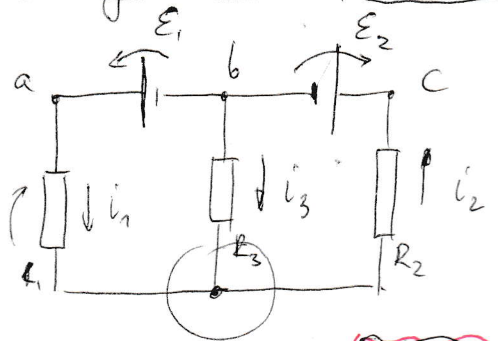
$$\boxed{R_z = R_1 + R_2 + R_3}$$

Różnica potencjałów

$$V_b + iR = V_a$$

SEM źródła jest równa ΔV na zaciskach przy otwartym obwodzie.

Obwody złożone (wiele oczek)



$$i_1 + i_3 - i_2 = 0$$

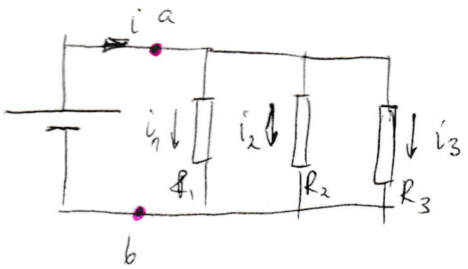
I prawo Kirchhoffa: w dowolnym węźle algebraiczna suma prądów musi być równa zero

$$\boxed{\sum_k \vec{i}_k = 0}$$

z II prawa Kirchhoffa:

$$\left\{\begin{array}{l} \mathcal{E}_1 - i_1 R_1 + i_3 R_3 = 0 \\ -i_3 R_3 - i_2 R_2 - \mathcal{E}_2 = 0 \end{array}\right\}$$ można rozwiązać!

$$+$$



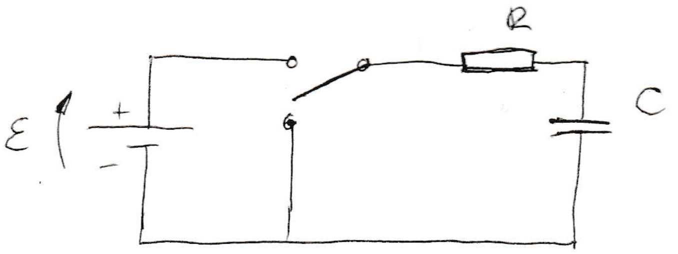
$$\boxed{i = i_1 + i_2 + i_3} \Rightarrow i_1 = \frac{V}{R_1};\ i_2 = \frac{V}{R_2};\ i_3 = \frac{V}{R_3}$$

$$V_{ba} = V$$

$$i = \frac{V}{R_z} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Obwód RC



praca źródła:

$$dW = \mathcal{E}\, dq$$

energia cieplna na oporze

$$dQ = i^2 R\, dt$$

energia zgromadzona w kond.

$$dW_c = d\left(\frac{q^2}{2C}\right)$$

bilans energii

$$\mathcal{E}\, dq = i^2 R\, dt + \frac{q}{C} dq \quad /: dt$$

$$\mathcal{E} \frac{dq}{dt} = i^2 R + \frac{q}{C}\frac{dq}{dt} \quad /: i$$

$$\mathcal{E} = iR + \frac{q}{C} \ (= V) \qquad i = \frac{dq}{dt}$$

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - R\frac{dq}{dt} = 0$$

$$\mathcal{E} = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$q(t) = C\mathcal{E}\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$\frac{dq}{dt} = \cancel{C}\mathcal{E}\frac{1}{R\cancel{C}}e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

po podstawieniu

$$\cancel{\mathcal{E}} = \cancel{R}\frac{\mathcal{E}}{\cancel{R}}e^{-\frac{t}{RC}} + \cancel{\mathcal{E}} - \cancel{\mathcal{E}e^{-\frac{t}{RC}}}$$

$\tau = RC$ – stała czasowa obwodu

τ – czas po jakim ładunek na C powiększa się o 63%

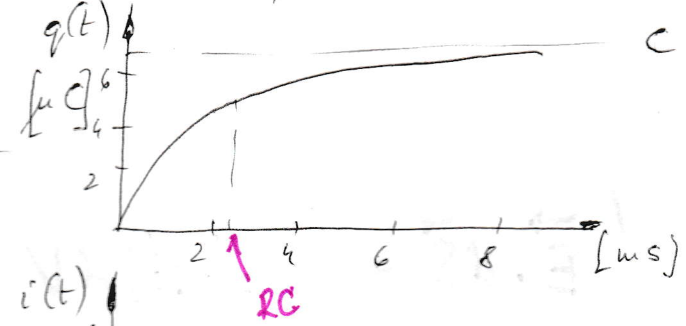
$$q(t=\tau) = C\mathcal{E}\left(1-e^{-1}\right) \approx 0.63\, C\mathcal{E}$$

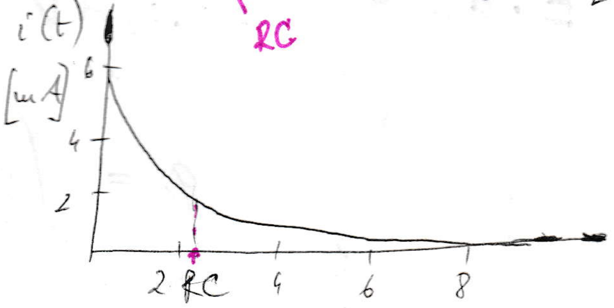
$t = 0$ $\quad q(0) = 0$

$$i(0) = i_{max} = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$t = \infty$ $\quad q(\infty) = C\mathcal{E}$

$$i(\infty) = 0$$





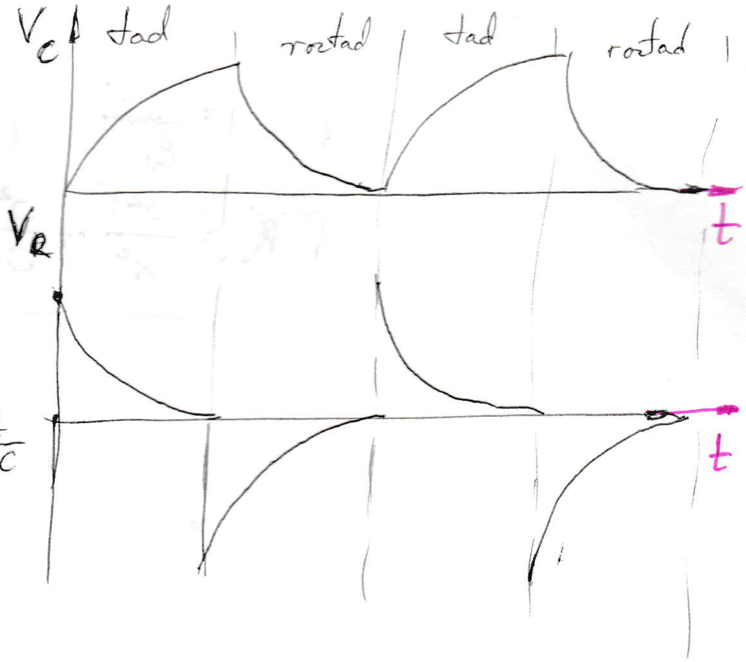
Po jakim czasie energia w kondensatorze $\frac{1}{2} U_C^{max}$

$$U = \frac{1}{2C}(C\mathcal{E})^2\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)^2$$

$$U_\infty = \frac{1}{2C}(C\mathcal{E})^2 \quad ; \quad t = 1{,}22\, RC$$

$$V_C = \frac{1}{C}q =$$

$$V_R = Ri = \mathcal{E}e^{-\frac{t}{RC}}$$



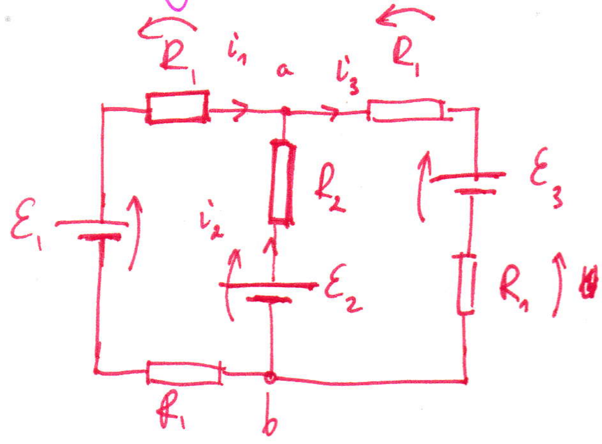
$$iR + \frac{q}{C} = 0$$

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad \to \quad q = q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i = -\frac{q_0}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\boxed{i = -\frac{\mathcal{E}}{R}e^{-\frac{t}{RC}}}$$

Przykład:



$V_{ab} = ?$

$V_{ab} = \mathcal{E}_2 + i_2 R_2$

Dla zainteresowanych:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{E})\, dV \longmapsto \text{r. Poissona}$$

$$q = \int_V \rho(V)\, dV$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0} \qquad \vec{E} = -\vec{\nabla} V \ !$$

$$\nabla^2 V = \frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0} \quad (\text{Poisson})$$

$$\nabla^2 V = \underbrace{\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \frac{\rho(x,y,z)}{\varepsilon_0}}$$