

Magnetyzm materii: równania Maxwella

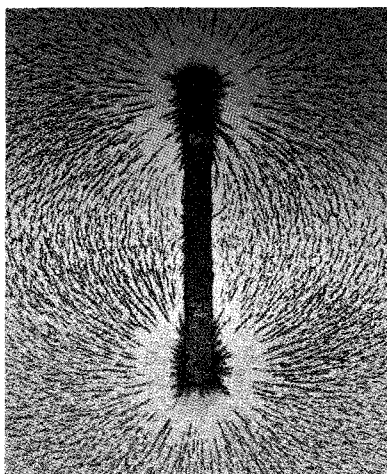
Oto widziana z góry żaba, która unosi się w polu magnetycznym wytworzonym przez prąd płynący w umieszczonym pod nią pionowym solenoidzie. Siła magnetyczna solenoidu działająca na żabę do góry równoważy siłę grawitacyjną działającą na żabę w dół. (Nie jest to dla żaby uciążliwe, gdyż sprawia wrażenie, jakby pływała w wodzie, a to żaby bardzo lubią). Jednakże żaba nie ma właściwości magnetycznych (np. nie może utrzymać się na drzwiach lodówki jak magnes).

Jak w takim razie siła magnetyczna może działać na żabę?

Odpowiedź znajdziesz w tym rozdziale.



32.1. Magnesy



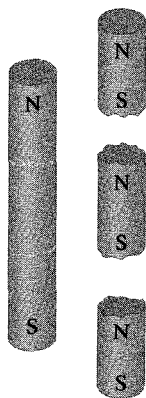
Rys. 32.1. Magnes sztabkowy jest dipolem magnetycznym. Opilki żelaza pokazują układ linii pola magnetycznego. (Tło jest oświetlone światłem barwnym)

Pierwszymi znanymi magnesami były kawałki *magnetytu*, czyli minerału, który został *namagnesowany* w sposób naturalny. Gdy starożytni Grecy i Chińczycy odkryli ten rzadko występujący minerał, wydało im się zabawne, że magnetyt może, jak gdyby w czarodziejski sposób, przyciągać kawałki metalu. Jednak dopiero znacznie później nauczono się wykorzystywać magnetyt (a także namagnesowane kawałki żelaza) do określania kierunku za pomocą kompasu.

Dzisiaj magnesy i materiały magnetyczne są obecne wszędzie. Znajdujemy je w magnetowidach kasetowych, kasetach magnetofonowych, kartach bankomatowych i kredytowych, a nawet w tuszu, używanym do drukowania banknotów. W rzeczywistości niektóre rodzaje płatków śniadaniowych, które są „wzbogacone żelazem”, zawierają drobne kawałki materiałów magnetycznych (możesz je wyłowić z papki płatków i wody za pomocą magnesu). Co ważniejsze jednak, współczesny przemysł elektroniczny (łącznie z branżą muzyczną i informatyczną) nie mógłby istnieć bez materiałów magnetycznych.

Właściwości magnetyczne materiałów pochodzą od ich struktury atomowej i elektronowej. Najpierw zajmiemy się jednak magnesem sztabkowym, przedstawionym na rysunku 32.1. Jak już widzieliśmy, opilki żelaza rozsypane wokół takiego magnesu ustawiają się zgodnie z kierunkiem wektora indukcji magnetycznej pola pochodzącego od magnesu, a ich układ pokazuje przebieg linii pola magnetycznego. Zagęszczenie linii przy końcach magnesu pozwala wnioskować, że linie te wychodzą z jednego końca magnesu, a zbiegają się do drugiego końca. Zgodnie z umową, źródło linii nazywamy *biegunem północnym* magnesu, a przeciwny koniec — *biegunem południowym*. Możemy powiedzieć, że magnes, ze względu na dwa bieguny, jest przykładem **dipola magnetycznego**.

Wyobraź sobie teraz, że łamiemy magnes sztabkowy w taki sposób, w jaki można złamać kawałek kredy (rys. 32.2). Wydawałoby się, że możemy wyodrębnić w ten sposób pojedynczy biegun, czyli *monopol magnetyczny*. Jednakże nie potrafimy tego zrobić, nawet gdybyśmy podzielili magnes na pojedyncze atomy, a następnie elektrony i jądra atomowe. Każda część ma biegun północny i południowy. Tak więc:



➤ Najprostszą strukturą magnetyczną, która może istnieć, jest dipol magnetyczny. Nie stwierdzono istnienia monopolu magnetycznych.

32.2. Prawo Gaussa dla pól magnetycznych

To, że monopole magnetyczne nie istnieją, wynika z prawa Gaussa. Zgodnie z tym prawem, wypadkowy strumień magnetyczny Φ_B przez dowolną zamkniętą powierzchnię jest równy zeru:

$$\Phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (\text{prawo Gaussa dla pól magnetycznych}). \quad (32.1)$$

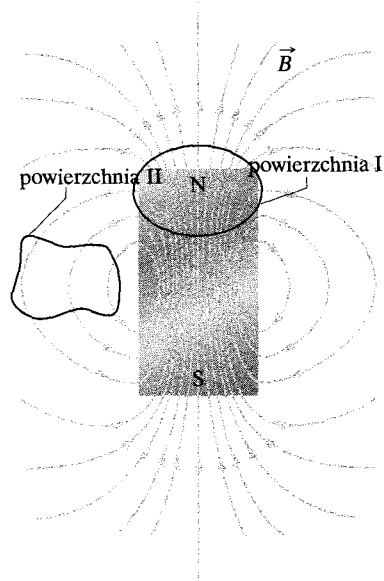
Rys. 32.2. Jeżeli złamiemy magnes, każda część staje się osobnym magnesem, mającym swój biegun północny i południowy

Porównajmy to prawo z prawem Gaussa dla pól elektrycznych:

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{wewn}}}{\epsilon_0} \quad (\text{prawo Gaussa dla pól elektrycznych}).$$

W obydwu równaniach całka jest obliczana po *zamkniętej* powierzchni Gaussa. Z prawa Gaussa dla pól elektrycznych wynika, że ta całka (równa wypadkowemu strumieniowi elektrycznemu przenikającemu przez powierzchnię) jest proporcjonalna do wypadkowego ładunku elektrycznego q_{wewn} , znajdującego się wewnątrz powierzchni. Z prawa Gaussa dla pól magnetycznych wynika natomiast, że wypadkowy strumień magnetyczny, przenikający przez powierzchnię zamkniętą jest równy zero, gdyż nie ma wypadkowego „ładunku magnetycznego”, czyli pojedynczych biegunów magnetycznych, otoczonych przez tę powierzchnię. Najprostszą strukturą magnetyczną, która może istnieć, a więc znajdować się wewnątrz powierzchni Gaussa, jest dipol, złożony zarówno ze źródła linii pola, jak i miejsca, do którego linie pola się zbiegają. Zatem zawsze tyle samo strumienia magnetycznego wpływa do obszaru ograniczonego powierzchnią, ile z niego wypływa, a wypadkowy strumień magnetyczny musi zawsze równać się zero.

Prawo Gaussa dla pól magnetycznych obowiązuje także dla struktur bardziej skomplikowanych niż dipol magnetyczny. Jest ono słuszne nawet wtedy, gdy powierzchnia Gaussa nie obejmuje całego układu. Powierzchnia Gaussa II w pobliżu magnesu sztabkowego na rysunku 32.3 nie obejmuje żadnych biegunów i możesz z łatwością zauważyć, że wypadkowy strumień magnetyczny przenikający przez tę powierzchnię jest równy zero. Powierzchnia Gaussa I sprawia więcej trudności. Mogłoby się wydawać, że otacza ona tylko północny biegun magnesu, gdyż obejmuje tylko jego górną część, a nie obejmuje dolnej. Jednakże dolnej granicy powierzchni musimy przypisać biegun południowy, gdyż linie pola magnetycznego tam właśnie dochodzą. (Część magnesu otoczona powierzchnią przypomina kawałek złamanego magnesu na rysunku 32.2). Tak więc w rzeczywistości powierzchnia Gaussa I obejmuje dipol magnetyczny, a wypadkowy strumień magnetyczny przez powierzchnię jest równy zero.



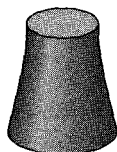
Rys. 32.3. Linie pola magnetycznego krótkiego magnesu sztabkowego. Krzywe zamknięte zaznaczone na czerwono są przekrojami trójwymiarowych powierzchni Gaussa

SPRAWDZIAN 1: Na rysunku przedstawiono cztery zamknięte powierzchnie o płaskich ścianach górnych (g) i dolnych (d) i zakrzywionych ścianach bocznych. W tabeli podano wartości pól powierzchni S ścian górnych i dolnych oraz wartości B indukcji magnetycznej jednorodnych pól, przecinających prostopadle te ściany. Jednostki S i B są dowolne, ale zgodne ze sobą. Uszereguj powierzchnie pod względem wartości strumienia magnetycznego, przenikającego ściany boczne, zaczynając od największej wartości.

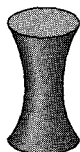
powierzchnia	S_g	B_g	S_d	B_d
a	2	6, na zewnątrz	4	3, do wewnątrz
b	2	1, do wewnątrz	4	2, do wewnątrz
c	2	6, do wewnątrz	2	8, na zewnątrz
d	2	3, na zewnątrz	3	2, na zewnątrz



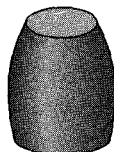
a)



b)



c)



d)

32.3. Magnetyzm ziemski

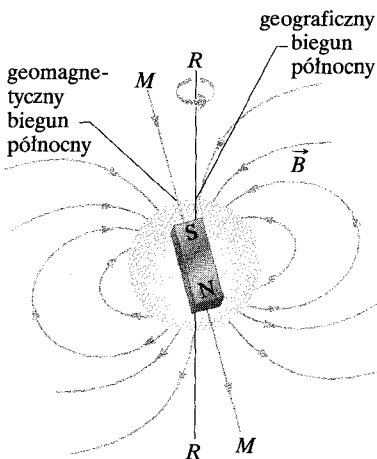
Ziemia jest ogromnym magnesem; w miejscach znajdujących się w pobliżu powierzchni Ziemi pole magnetyczne może być traktowane w przybliżeniu jako pole pochodzące od wielkiego magnesu sztabkowego (dipola magnetycznego), który usadowił się w środku naszej planety. Na rysunku 32.4 w sposób uproszczony zilustrowano symetryczne pole dipola, bez uwzględnienia zniekształceń, spowodowanych przez naładowane cząstki docierające do Ziemi od Słońca.

Ziemskie pole magnetyczne jest polem, pochodzącym od dipola magnetycznego, a więc związany jest z nim dipolowy moment magnetyczny $\vec{\mu}$. Dla idealnego pola, jak na rysunku 32.4, wartość $\vec{\mu}$ wynosi $8 \cdot 10^{22}$ J/T, a kierunek $\vec{\mu}$ tworzy kąt $11,5^\circ$ z osią obrotu (RR) Ziemi. Oś dipola (MM na rysunku 32.4) pokrywa się z kierunkiem wektora $\vec{\mu}$ i przecina powierzchnię Ziemi na *geomagnetycznym biegunie północnym* w północno-zachodniej Grenlandii i na *geomagnetycznym biegunie południowym* na Antarktydzie. Linie pola magnetycznego $\vec{B}$ wybiegają z wnętrza Ziemi na półkuli południowej i zbiegają się na półkuli północnej. Tak więc biegun magnetyczny na półkuli północnej, znany jako „magnetyczny biegun północny”, jest w rzeczywistości *biegunem południowym ziemskiego dipola magnetycznego*.

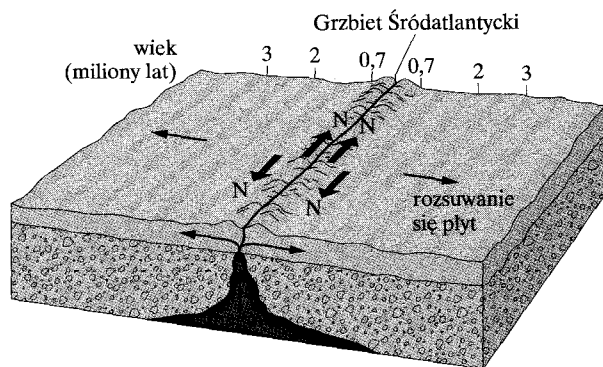
Kierunek wektora indukcji magnetycznej w dowolnym miejscu na powierzchni Ziemi jest zwykle określany za pomocą dwóch kątów. **Deklinacja magnetyczna** jest kątem (mierzonym w prawo lub w lewo) między kierunkiem północy geograficznej (znajdującej się w punkcie o szerokości geograficznej 90°), a kierunkiem poziomej składowej wektora indukcji. **Inklinacja magnetyczna**, zwana również nachyleniem magnetycznym, jest kątem (mierzonym w górę lub w dół) między płaszczyzną poziomą a kierunkiem wektora indukcji.

Za pomocą *magnetometrów* można zmierzyć te kąty i wyznaczyć indukcję magnetyczną z dużą dokładnością. Możemy sobie jednak całkiem dobrze poradzić, używając tylko *kompasu* i *miernika inklinacji* (*inklinometru*). Kompas jest to po prostu magnes w kształcie igły, umocowany w taki sposób, że może obracać się swobodnie wokół osi pionowej. Gdy igła znajduje się w płaszczyźnie poziomej, jej północny biegun wskazuje geomagnetyczny biegun północny (który, jak pamiętamy, jest w rzeczywistości biegunem południowym). Kąt między kierunkiem igły a północą geograficzną jest równy deklinacji magnetycznej. Inklinometr jest podobnym magnesem, który może obracać się swobodnie wokół osi poziomej. Jeśli pionowa płaszczyzna obrotu jest ustawiona zgodnie z kierunkiem wskazywanym przez kompas, to kąt między igłą miernika a płaszczyzną poziomą jest równy inklinacji magnetycznej.

W każdym punkcie na powierzchni Ziemi wartość i kierunek zmierzonej indukcji magnetycznej mogą się znacznie różnić od tych dla idealnego pola dipola na rysunku 32.4. W rzeczywistości punkt, w którym wektor indukcji jest skierowany prostopadle do wnętrza Ziemi, nie znajduje się na geomagnetycznym biegunie północnym w Grenlandii, jak by można oczekiwać. Ten punkt, zwany *inklinacyjnym biegunem północnym*, jest położony daleko od Grenlandii, na Wyspach Królowej Elżbiety w północnej Kanadzie.



Rys. 32.4. Pole magnetyczne Ziemi przedstawione jako pole dipola. Oś dipola MM tworzy kąt $11,5^\circ$ z osią obrotu Ziemi RR . Południowy biegun dipola znajduje się na półkuli północnej



Rys. 32.5. Magnetyczny profil dna morskiego po obydwu stronach Grzbietu Śród atlantyckiego. Magma pokrywająca dno morskie, wypchnięta przez szczelinę w grzbiecie i rozsuwająca się wraz z płytami tektonicznymi, pokazuje zapis magnetycznej historii jądra Ziemi. Kierunek pola magnetycznego wytworzonego przez jądro zmienia się na przeciwny w przybliżeniu co milion lat

Ponadto pole obserwowane w wielu miejscach na powierzchni Ziemi zmienia się w czasie. Zmiany kilkuletnie są niewielkie, natomiast zmiany zachodzące w okresie np. stu lat mogą być znaczne. Na przykład między rokiem 1580 a 1820 kierunek wskazywany przez kompas w Londynie zmienił się o 35° .

Pomimo takich lokalnych zmian, średnie pole dipola zmienia się powoli w takich stosunkowo krótkich okresach czasu. Zmiany zachodzące w dłuższym czasie mogą być badane za pomocą pomiaru słabego magnetyzmu dna oceanu po obu stronach Grzbietu Śród atlantyckiego (rys. 32.5). Dno zostało uformowane przez stopioną magmę, która przesączała się z wnętrza Ziemi przez pęknięcie w grzbiecie, zestalała się, a następnie była odsuwana od grzbietu przez ruch płyt tektonicznych z szybkością kilku centymetrów na rok. W czasie krzepnięcia magma została słabo namagnesowana w kierunku zgodnym z ówczesnym kierunkiem ziemskiego pola magnetycznego. Badania zestalonej magmy na dnie oceanu wykazały, że pole ziemskie zmieniało swoją *biegunowość* (czyli kierunek bieguna północnego i południowego) w przybliżeniu co milion lat. Przyczyna tych zmian nie jest znana, a mechanizm powstawania ziemskiego pola magnetycznego jest w dalszym ciągu nie do końca zrozumiały.

32.4. Magnetyzm i elektrony

Materiały magnetyczne, od magnetytu po taśmy wideo, mają właściwości magnetyczne, gdyż znajdują się w nich elektrony. Zapoznaliśmy się już z jednym ze sposobów wytwarzania pola magnetycznego przez elektrony: jeżeli elektrony poruszają się w przewodzie w postaci prądu elektrycznego, to ich ruch wywołuje pole magnetyczne wokół przewodu. Są jeszcze dwa inne sposoby, a każdy z nich związany jest z dipolowym momentem magnetycznym, który wytwarza pole magnetyczne w otaczającej go przestrzeni. Wyjaśnienie tych zjawisk wymaga jednak znajomości fizyki kwantowej, która wykracza poza zakres materiału zawarty w tej książce, dlatego przedstawimy tutaj tylko wyniki.

Spinowy moment magnetyczny

Elektron ma swój własny moment pędu, nazywany **spinowym momentem pędu** (albo po prostu **spinem**) $\vec{S}$. Z tym spinem związany jest własny **spinowy moment**

magnetyczny $\vec{\mu}_s$. (Słowo *własny* oznacza, że $\vec{S}$ i $\vec{\mu}_s$ są podstawowymi cechami charakterystycznymi elektronu, tak jak jego masa i ładunek elektryczny). $\vec{S}$ i $\vec{\mu}_s$ są związane równaniem

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m}\vec{S}, \quad (32.2)$$

w którym e jest ładunkiem elementarnym ($1,60 \cdot 10^{-19}$ C), a m — masą elektronu ($9,11 \cdot 10^{-31}$ kg). Znak minus oznacza, że $\vec{\mu}_s$ i $\vec{S}$ są skierowane przeciwnie.

Spin $\vec{S}$ różni się od momentów pędu omawianych w rozdziale 12 pod dwoma względami:

1. Nie możemy zmierzyć wektora $\vec{S}$. Możemy jednak zmierzyć jego składową wzdłuż dowolnej osi.
2. Mierzona składowa wektora $\vec{S}$ jest *skwantowana*, co jest ogólnym terminem oznaczającym, że może ona przyjmować tylko pewne wartości. Składowa wektora $\vec{S}$ może mieć tylko dwie wartości różniące się znakiem.

Założmy, że składowa spinu $\vec{S}$ jest mierzona wzdłuż osi z układu współrzędnych. Składowa S_z może przyjmować tylko dwie wartości:

$$S_z = m_s \frac{h}{2\pi}, \quad \text{dla } m_s = \pm \frac{1}{2}, \quad (32.3)$$

gdzie m_s jest *magnetyczną spinową liczbą kwantową*, a h ($= 6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s) jest stałą Plancka, wszechobecną stałą fizyki kwantowej. Znaki w równaniu (32.3) mają związek z kierunkiem S_z wzdłuż osi z . Gdy S_z jest równoległe do osi z , m_s jest równe $+\frac{1}{2}$, a o elektronie mówimy, że ma *spin skierowany w górę*. Gdy S_z jest antyrównoległe do osi z , m_s jest równe $-\frac{1}{2}$, a o elektronie mówimy, że ma *spin skierowany w dół*.

Nie możemy również zmierzyć spinowego momentu magnetycznego $\vec{\mu}_s$. Możemy tylko zmierzyć jego składową wzdłuż dowolnej osi i ta składowa także jest skwantowana, przyjmując dwie możliwe wartości, równe co do wartości bezwzględnej, ale różniące się znakiem. Można znaleźć związek składowej $\mu_{s,z}$, mierzonej wzdłuż osi z , ze składową S_z , przepisując równanie (32.2) dla składowych z -owych:

$$\mu_{s,z} = -\frac{e}{m}S_z.$$

Podstawiając S_z z równania (32.3), otrzymujemy:

$$\mu_{s,z} = \mp \frac{eh}{4\pi m}, \quad (32.4)$$

gdzie znak plus lub minus oznacza $\mu_{s,z}$, skierowane odpowiednio równoległe lub antyrównoległe do osi z .

Wielkość po prawej stronie równania (32.4) nazywamy *magnetonem Bohra* μ_B :

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ J/T} \quad (\text{magneton Bohra}). \quad (32.5)$$

Spinowe momenty magnetyczne elektronów i innych cząstek elementarnych mogą być wyrażone w jednostkach μ_B . Dla elektronu wartość bezwzględna mierzonej

składowej z-owej $\vec{\mu}$ jest równa:

$$\mu_{s,z} = \mu_B. \quad (32.6)$$

(Zgodnie z teorią kwantową, zwaną *elektrodynamiką kwantową* (QED, od ang. *quantum electrodynamics*), $\mu_{s,z}$ jest w rzeczywistości nieco większe niż μ_B , ale będziemy pomijać ten fakt).

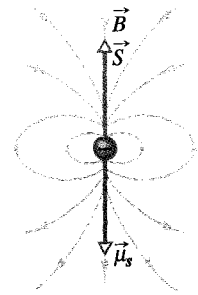
Gdy elektron jest umieszczony w zewnętrznym polu magnetycznym $\vec{B}_{zewn}$, jego energia potencjalna E_p może być związana z ustawieniem spinowego momentu magnetycznego $\vec{\mu}_s$, podobnie jak energia potencjalna jest związana z ustawieniem dipolowego momentu magnetycznego $\vec{\mu}$ ramki z prądem, umieszczonej w polu $\vec{B}_{zewn}$. Zgodnie z równaniem (29.38), energia potencjalna elektronu jest równa:

$$E_p = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_{zewn} = -\mu_{s,z} B_{zewn}, \quad (32.7)$$

gdzie oś z pokrywa się z kierunkiem $\vec{B}_{zewn}$.

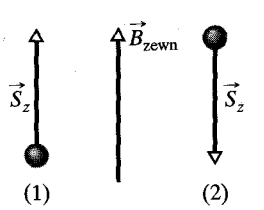
Jeżeli wyobrazimy sobie elektron jako kulkę o rozmiarach mikroskopowych (którą w rzeczywistości nie jest), to możemy przedstawić spin $\vec{S}$, spinowy moment magnetyczny $\vec{\mu}_s$ i związane z nim pole dipola magnetycznego o indukcji $\vec{B}$, jak na rysunku 32.6. Chociaż używamy tu słowa „spin” (które oznacza wirowanie), elektron w rzeczywistości nie wiruje jak bąk. Jak wobec tego coś może mieć moment pędu bez wykonywania ruchu wirowego? Aby odpowiedzieć na to pytanie, znów musielibyśmy skorzystać z praw fizyki kwantowej.

Protony i neutrony również mają swój własny moment pędu zwany spinem i związany z nim własny spinowy moment magnetyczny. Dla protonu te dwa wektory mają taki sam kierunek, a dla neutronu ich kierunki są przeciwne. Nie będziemy badać przyczynków od tych momentów magnetycznych do pola magnetycznego atomów, gdyż ich wartości są około tysiąc razy mniejsze od wartości spinowego momentu magnetycznego elektronu.



Rys. 32.6. Spin $\vec{S}$, spinowy moment magnetyczny $\vec{\mu}_s$ i wektor indukcji pola $\vec{B}$ dipola magnetycznego dla elektronu przedstawionego jako kulka o rozmiarach mikroskopowych

SPRAWDZIAN 2: Na rysunku przedstawiono ustawienie spinu dla dwóch cząstek, umieszczonych w zewnętrznym polu magnetycznym o indukcji $\vec{B}_{zewn}$. a) Jeżeli cząstki są elektronami, to które ustawienie spinu odpowiada mniejszej energii potencjalnej? b) Jeżeli natomiast cząstki są protonami, to które ustawienie spinu odpowiada mniejszej energii potencjalnej?



Orbitalny moment magnetyczny

Elektron w atomie ma także moment pędu, zwany **orbitalnym momentem pędu** $\vec{L}_{orb}$, oraz towarzyszący mu **orbitalny moment magnetyczny** $\vec{\mu}_{orb}$. Te dwie wielkości są związane równaniem:

$$\vec{\mu}_{orb} = -\frac{e}{2m} \vec{L}_{orb}. \quad (32.8)$$

Znak minus oznacza, że $\vec{\mu}_{orb}$ i $\vec{L}_{orb}$ są skierowane przeciwnie.

Nie możemy zmierzyć orbitalnego momentu pędu $\vec{L}_{\text{orb}}$. Możemy tylko zmierzyć jego składową wzdłuż dowolnej osi i ta składowa jest skwantowana. Na przykład składowa wzdłuż osi z może przyjmować tylko wartości:

$$L_{\text{orb},z} = m_l \frac{h}{2\pi}, \quad \text{dla } m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(\text{wartość maksymalna}), \quad (32.9)$$

gdzie m_l jest nazywane *magnetyczną orbitalną liczbą kwantową*, a „wartość maksymalna” oznacza największą dozwoloną całkowitą wartość m_l . Znaki w równaniu (32.9) odnoszą się do kierunku $L_{\text{orb},z}$ wzdłuż osi z .

Orbitalny moment magnetyczny $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ elektronu również nie może być zmierzony. Możemy zmierzyć tylko jego składową wzdłuż dowolnej osi i ta składowa także jest skwantowana. Zapisując równanie (32.8) dla składowej wzdłuż tej samej osi z , a następnie podstawiając $L_{\text{orb},z}$ z równania (32.9), możemy zapisać składową z -ową $\mu_{\text{orb},z}$ orbitalnego momentu magnetycznego:

$$\mu_{\text{orb},z} = -m_l \frac{eh}{4\pi m} \quad (32.10)$$

lub używając magnetonu Bohra jako jednostki:

$$\mu_{\text{orb},z} = -m_l \mu_B. \quad (32.11)$$

Gdy umieścimy atom w zewnętrznym polu magnetycznym $\vec{B}_{\text{zewn}}$, jego energia potencjalna E_p może być związana z ustawieniem orbitalnego momentu magnetycznego każdego elektronu w atomie. Wartość energii jest równa:

$$E_p = -\vec{\mu}_{\text{orb}} \cdot \vec{B}_{\text{zewn}} = -\mu_{\text{orb},z} B_{\text{zewn}}, \quad (32.12)$$

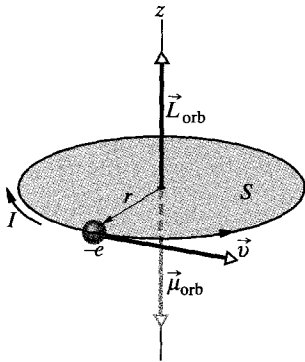
gdy oś z pokrywa się z kierunkiem $\vec{B}_{\text{zewn}}$.

Chociaż używamy tu słów „orbita” i „orbitalny”, elektrony w rzeczywistości nie krążą wokół jądra atomowego po orbitach, jak planety wokół Słońca. Jak zatem elektrony mogą mieć orbitalny moment pędu, nie krążąc po orbitach w potocznym sensie tego słowa? I znów można to wyjaśnić tylko za pomocą fizyki kwantowej.

Model pętli z prądem dla orbit elektronowych

Równanie (32.8) można wyprowadzić, nie korzystając z praw fizyki kwantowej, w sposób przedstawiony niżej. Zakładamy przy tym, że elektron krąży po kołowym torze o promieniu znacznie większym od promienia atomu (stąd nazwa „model pętli z prądem”). Jednakże to wyprowadzenie nie może być stosowane do elektronów w atomie, gdyż do takich elektronów potrzebne jest podejście kwantowe.

Wyobraź sobie, że elektron krąży ze stałą prędkością v po kołowym torze o promieniu r , w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara, jak pokazano na rysunku 32.7. Ruch ujemnie naładowanego elektronu jest równoważny przepływowi umownego prądu o natężeniu I (składającego się z ładunków dodatnich), w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara, co również pokazano na rysunku 32.7. Wartość orbitalnego momentu magnetycznego dla takiej pętli



Rys. 32.7. Elektron porusza się ze stałą prędkością v po kołowym torze o promieniu r , obejmującym powierzchnię S . Elektron ma orbitalny moment pędu $\vec{L}_{\text{orb}}$ i związany z nim orbitalny moment magnetyczny $\vec{\mu}_{\text{orb}}$. Prąd o natężeniu I , składający się z ładunków dodatnich i płynący zgodnie z ruchem wskazówek zegara jest równoważny ruchowi ujemnie naładowanego elektronu w kierunku przeciwnym

z prądem możemy otrzymać z równania (29.35) dla $N = 1$:

$$\mu_{\text{orb}} = IS, \quad (32.13)$$

gdzie S jest polem powierzchni, którą obejmuje pętla. Z reguły prawej dłoni (patrz rys. 30.21) wynika, że dipolowy moment magnetyczny na rysunku 32.7 jest skierowany w dół.

Aby obliczyć wartość wyrażenia (32.13), musimy znać natężenie prądu I . Zgodnie z definicją natężenie prądu zależy od czasu, w jakim dany ładunek przepływa przez pewien punkt obwodu. W naszym modelu ładunek o wartości e wykonuje pełne okrążenie (od pewnego punktu, z powrotem do tego samego punktu) w czasie $T = 2\pi r/v$, tak więc:

$$I = \frac{\text{ładunek}}{\text{czas}} = \frac{e}{2\pi r/v}. \quad (32.14)$$

Podstawiając tę wielkość i pole powierzchni pętli $S = \pi r^2$ do równania (32.13), otrzymujemy:

$$\mu_{\text{orb}} = \frac{e}{2\pi r/v} \pi r^2 = \frac{evr}{2}. \quad (32.15)$$

Aby wyznaczyć orbitalny moment pędu $\vec{L}_{\text{orb}}$ elektronu, korzystamy z równania (12.18), $\vec{\ell} = m(\vec{r} \times \vec{v})$. Ponieważ $\vec{r}$ i $\vec{v}$ są prostopadłe, wartość $\vec{L}_{\text{orb}}$ wynosi:

$$L_{\text{orb}} = mrv \sin 90^\circ = mrv. \quad (32.16)$$

$\vec{L}_{\text{orb}}$ jest skierowane w górę na rysunku 32.7 (patrz rysunek 12.11). Łącząc równania (32.15) i (32.16), zapisując je w postaci wektorowej i zaznaczając przeciwnie kierunki wektorów za pomocą znaku minus, otrzymujemy:

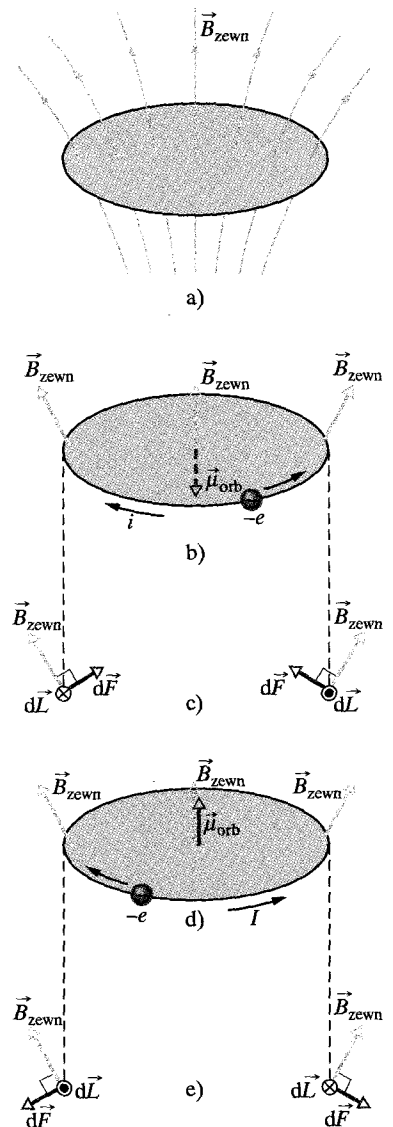
$$\vec{\mu}_{\text{orb}} = -\frac{e}{2m} \vec{L}_{\text{orb}},$$

czyli równanie (32.8). W ten sposób stosując analizę klasyczną (tzn. niekwantową) otrzymaliśmy taką samą wartość i kierunek orbitalnego momentu magnetycznego, jak w podejściu kwantowym. Być może jesteś ciekaw, dlaczego wyrowadzenie to nie może być stosowane do elektronu w atomie, skoro otrzymaliśmy poprawny wynik dla omówionego przypadku. Okazuje się, że inne wyniki uzyskane za pomocą takiego rozumowania są sprzeczne z doświadczeniem.

Model pętli z prądem w polu niejednorodnym

W dalszym ciągu traktujemy orbitę elektronu jak pętlę z prądem, przedstawioną na rysunku 32.7. Teraz jednak umieszczamy pętlę w niejednorodnym polu magnetycznym $\vec{B}_{\text{zewn}}$, jak na rysunku 32.8a. (Może to być np. rozchodzące się w różnych kierunkach pole w pobliżu północnego bieguna magnesu z rysunku 32.3). Wprowadziliśmy tę zmianę, aby przygotować się do kilku następnych paragrafów, w których będziemy omawiać siły działające na materiały magnetyczne umieszczone w niejednorodnym polu magnetycznym. Omówimy te siły zakładając, że orbity elektronów w materiałach są mikroskopijnymi pętlami z prądem, jak na rysunku 32.8a.

Zakładamy, że wektory indukcji magnetycznej w każdym punkcie kołowego toru elektronu mają taką samą wartość i tworzą taki sam kąt z kierunkiem pionowym, jak pokazano na rysunkach 32.8b i d. Zakładamy także, że wszystkie



Rys. 32.8. a) Model pętli z prądem dla elektronu krążącego w atomie, umieszczonym w niejednorodnym polu magnetycznym $\vec{B}_{\text{zewn}}$. b) Ładunek $-e$ porusza się w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara; związany z tym umowny prąd o natężeniu I płynie zgodnie z ruchem wskazówek zegara. c) Siły magnetyczne $d\vec{F}$ po lewej i prawej stronie pętli, widziane w płaszczyźnie pętli. Wypadkowa siła działająca na pętlę jest skierowana do góry. d) Ładunek $-e$ porusza się teraz zgodnie z ruchem wskazówek zegara. e) Wypadkowa siła działająca na pętlę jest skierowana w dół

elektrony w atomie poruszają się przeciwnie (rys. 32.8b) albo zgodnie (rys. 32.8d) z ruchem wskazówek zegara. Związany z tym umowny prąd o natężeniu I , płynący wokół pętli, oraz orbitalny moment magnetyczny $\vec{\mu}_{\text{orb}}$, wytworzony przez ten prąd, przedstawiono na rysunku dla każdego z kierunków ruchu elektronu.

Na rysunkach 32.8c i e przedstawiono elementy długości $d\vec{L}$ po przeciwnych stronach pętli, zorientowane zgodnie z kierunkiem prądu i widziane w płaszczyźnie orbity. Pokazano również pole $\vec{B}_{\text{zewn}}$ i siłę magnetyczną $d\vec{F}$, działającą na $d\vec{L}$. Przypomnijmy, że zgodnie z równaniem (29.28) na ładunki płynące wzdłuż elementu $d\vec{L}$ w polu magnetycznym $\vec{B}_{\text{zewn}}$ działa siła magnetyczna $d\vec{F}$:

$$d\vec{F} = I d\vec{L} \times \vec{B}_{\text{zewn}}. \quad (32.17)$$

Z równania (32.17) wynika, że po lewej stronie rysunku 32.8c siła $d\vec{F}$ jest skierowana do góry i w prawo. Po prawej stronie siła $d\vec{F}$ ma dokładnie taką samą wartość i jest skierowana do góry i w lewo. Kąty, pod jakimi działają siły są takie same, a więc ich składowe poziome się znoszą, a składowe pionowe dodają. Taki sam wynik otrzymamy dla dowolnych dwóch innych, symetrycznie położonych punktów pętli. Zatem wypadkowa siła działająca na pętlę z prądem na rysunku 32.8b musi być skierowana do góry. Analogiczne rozumowanie prowadzi do wniosku, że wypadkowa siła, działająca na pętlę na rysunku 32.8d jest skierowana w dół. Wkrótce skorzystamy z tych dwóch wyników, gdy będziemy badać zachowanie się materiałów magnetycznych w niejednorodnych polach magnetycznych.

32.5. Materiały magnetyczne

Każdy elektron w atomie ma orbitalny moment magnetyczny i spinowy moment magnetyczny, które dodają się wektorowo. Wypadkowa tych dwóch wielkości dodaje się wektorowo do podobnych wektorów wypadkowych dla wszystkich innych elektronów w atomie. Ponadto wypadkowy wektor dla każdego atomu dodaje się do wypadkowych wektorów dla wszystkich innych atomów w próbce materiału. Jeżeli suma tych wszystkich momentów magnetycznych wytwarza pole magnetyczne, to o materiale mówimy, że ma właściwości magnetyczne. Są trzy główne rodzaje magnetyzmu: diamagnetyzm, paramagnetyzm i ferromagnetyzm.

- 1. Diamagnetyzm** wykazują wszystkie powszechnie spotykane materiały, ale jest to zjawisko tak słabe, że jest niedostrzegalne, jeśli materiał wykazuje również magnetyzm jednego z dwóch pozostałych rodzajów. W materiałach diamagnetycznych słabe momenty magnetyczne są indukowane w atomach, gdy materiał jest umieszczony w zewnętrznym polu magnetycznym $\vec{B}_{\text{zewn}}$. Suma tych wszystkich indukowanych momentów magnetycznych wytwarza w całym materiale słabe wypadkowe pole magnetyczne. Momenty magnetyczne, wraz z ich wypadkowym polem znikają, gdy usuniemy $\vec{B}_{\text{zewn}}$. Termin *materiał diamagnetyczny* zwykle odnosi się do materiałów, które wykazują tylko diamagnetyzm.
- 2. Paramagnetyzm** wykazują materiały zawierające pierwiastki przejściowe, pierwiastki ziem rzadkich (lantanowce) oraz aktynowce (patrz dodatek G). Każdy atom takiego materiału ma trwały wypadkowy moment magnetyczny, ale momenty są zorientowane przypadkowo i materiał jako całość

nie wytwarza wypadkowego pola magnetycznego. Jednakże zewnętrzne pole magnetyczne $\vec{B}_{zewn}$ może częściowo uporządkować momenty magnetyczne atomów, wytwarzając wypadkowe pole magnetyczne w materiale. Uporządkowanie i związane z nim pole znika, gdy usuniemy $\vec{B}_{zewn}$. Termin *materiał paramagnetyczny* zwykle odnosi się do materiałów, dla których paramagnetyzm jest dominującą właściwością.

3. **Ferromagnetyzm** jest właściwością żelaza, niklu i niektórych innych pierwiastków (a także związków i stopów tych pierwiastków). Momenty magnetyczne niektórych elektronów w tych materiałach są uporządkowane, dzięki czemu powstają obszary o dużym momencie magnetycznym. Zewnętrzne pole $\vec{B}_{zewn}$ może wówczas porządkować momenty magnetyczne tych obszarów, wytwarzając silne pole magnetyczne w próbce materiału. To pole się częściowo utrzymuje, gdy usuniemy $\vec{B}_{zewn}$. Zwykle używamy terminu *materiał ferromagnetyczny* lub nawet terminu potocznego *materiał magnetyczny*, gdy odnosimy się do materiałów, dla których ferromagnetyzm jest dominującą właściwością.

W następnych trzech paragrafach zbadamy te trzy rodzaje magnetyzmu.

32.6. Diamagnetyzm

Nie możemy na razie omówić diamagnetyzmu, stosując prawa fizyki kwantowej, ale możemy dostarczyć klasycznego wyjaśnienia tego zjawiska na podstawie modelu pętli z prądem, przedstawionego na rysunkach 32.7 i 32.8. Na wstępie przyjmijmy, że w atomie materiału diamagnetycznego każdy elektron może krążyć po orbicie zgodnie (jak na rysunku 32.8d) lub przeciwnie (jak na rysunku 32.8b) do ruchu wskazówek zegara. Aby wytłumaczyć brak właściwości magnetycznych pod nieobecność zewnętrznego pola magnetycznego $\vec{B}_{zewn}$, zakładamy, że atom nie ma wypadkowego momentu magnetycznego. Oznacza to, że przed przyłożeniem $\vec{B}_{zewn}$ tyle samo elektronów krążyło w każdym z kierunków, a więc całkowity moment magnetyczny atomu skierowany do góry był równy całkowitemu momentowi magnetycznemu skierowanemu w dół.

Przyłożymy teraz niejednorodne pole $\vec{B}_{zewn}$, jak na rysunku 32.8a, na którym wektor $\vec{B}_{zewn}$ jest skierowany do góry, a linie pola się rozbiegają. Możemy to zrobić, zwiększając natężenie prądu w elektromagnesie lub przesuwając północny biegun magnesu od dołu w kierunku orbity elektronu. Gdy wartość $\vec{B}_{zewn}$ rośnie od zera aż do końcowej, maksymalnej wartości w stanie ustalonym, zgodnie z prawem Faradaya i regułą Lenza wzdłuż każdej orbity elektronu indukuje się pole elektryczne, skierowane zgodnie z ruchem wskazówek zegara. Zobaczmy teraz, jak to indukowane pole elektryczne wpływa na ruch elektronów po orbicie, na rysunkach 32.8b i d.

Na rysunku 32.8b elektron, poruszający się przeciwnie do ruchu wskazówek zegara, jest przyspieszany przez pole elektryczne zgodne z ruchem wskazówek zegara. Tak więc, gdy indukcja magnetyczna $\vec{B}_{zewn}$ osiąga wartość maksymalną, prędkość elektronu również osiąga maksimum. Oznacza to, że *rośnie* zarówno umowny prąd o natężeniu I , jak i skierowany w dół moment magnetyczny $\vec{\mu}$, związany z tym prądem.

Na rysunku 32.8d elektron, poruszający się zgodnie z ruchem wskazówek zegara, jest spowalniany przez pole elektryczne, skierowane również zgodnie z ruchem wskazówek zegara. Zatem w tym przypadku *maleje* zarówno prędkość elektronu, jak i prąd o natężeniu I oraz skierowany w górę moment magnetyczny $\vec{\mu}$, związany z tym prądem. Tak więc włączając pole $\vec{B}_{\text{zewn}}$, wytworzyliśmy w atomie *wypadkowy* moment magnetyczny skierowany do dołu. Takie samo zjawisko zachodziłoby, gdyby zewnętrzne pole magnetyczne było jednorodne.

Niejednorodność pola $\vec{B}_{\text{zewn}}$ oddziałuje również na atomy materiału diamagnetycznego. Natężenie prądu I na rysunku 32.8b rośnie, a więc siły magnetyczne $d\vec{F}$, skierowane do góry na rysunku 32.8c, również rosną, podobnie jak skierowana do góry wypadkowa siła działająca na pętlę z prądem. Natężenie prądu I na rysunku 32.8d maleje, a więc siły magnetyczne $d\vec{F}$, skierowane w dół na rysunku 32.8e również maleją, podobnie jak skierowana w dół wypadkowa siła, działająca na pętlę z prądem. Tak więc włączając *niejednorodne* pole $\vec{B}_{\text{zewn}}$ wytworzyliśmy wypadkową siłę, działającą na atom. Ponadto siła ta jest skierowana *od* obszaru, w którym pole magnetyczne jest silniejsze.

Nasze rozumowanie dotyczyło fikcyjnych orbit elektronów (pętli z prądem), ale uzyskaliśmy w końcu dokładny opis tego, co dzieje się z materiałem diamagnetycznym. Jeżeli przyłożymy pole magnetyczne z rysunku 32.8, to w próbce materiału powstaje moment magnetyczny skierowany w dół, a siła działająca na próbkę jest skierowana do góry. Gdy usuniemy pole, znika zarówno moment magnetyczny, jak i siła. Wektor indukcji pola zewnętrznego nie musi być skierowany tak, jak na rysunku; podobne rozumowanie można przeprowadzić dla innego ustawienia wektora $\vec{B}_{\text{zewn}}$. Mówiąc ogólnie:

➤ W materiale diamagnetycznym umieszczonym w zewnętrznym polu magnetycznym $\vec{B}_{\text{zewn}}$ powstaje moment magnetyczny skierowany przeciwnie do $\vec{B}_{\text{zewn}}$. Jeżeli pole jest niejednorodne, to materiał diamagnetyczny jest wypychany z obszaru silniejszego pola magnetycznego *do* obszaru słabszego pola.

Żaba pokazana na zdjęciu na początku tego rozdziału ma właściwości diamagnetyczne (podobnie jak inne zwierzęta). Gdy żabę umieszczono w niejednorodnym polu magnetycznym w pobliżu górnego końca pionowego solenoidu zasilanego prądem, każdy atom, z którego składa się ciało żaby, był odpychany do góry, coraz dalej od obszaru silniejszego pola magnetycznego. Żaba poruszała się więc ku górze, w stronę coraz słabszego pola magnetycznego aż do chwili, w której siła magnetyczna skierowana do góry zrównoważyła siłę ciężkości i wtedy żaba „zawisała” nieruchomo w powietrzu. Gdybyśmy zbudowali dostatecznie duży solenoid, moglibyśmy w podobny sposób umieścić nad nim człowieka, który unosiłby się w powietrzu dzięki swoim właściwościom diamagnetycznym.

✓ **SPRAWDZIAN 3:** Na rysunku przedstawiono dwie diamagnetyczne kulki, umieszczone w pobliżu południowego bieguna magnesu sztabkowego. Czy: a) siły magnetyczne działające na kulki, b) momenty magnetyczne kulek są skierowane *do*, czy *od* magnesu? c) Czy siła magnetyczna działająca na kulkę 1 jest większa, mniejsza, czy taka sama, jak działająca na kulkę 2?



32.7. Paramagnetyzm

W materiałach paramagnetycznych spinowe i orbitalne momenty magnetyczne elektronów w każdym atomie nie kompensują się, ale dodają się wektorowo, wytwarzając w atomie wypadkowy (i trwały) moment magnetyczny $\vec{\mu}$. Pod nieobecność zewnętrznego pola magnetycznego te atomowe momenty magnetyczne są zorientowane przypadkowo, a całkowity moment magnetyczny materiału jest równy zeru. Gdy jednak umieścimy próbkę materiału w zewnętrznym polu magnetycznym $\vec{B}_{\text{zewn}}$, momenty magnetyczne ustawiają się wzdłuż kierunku wektora indukcji pola, w wyniku czego w próbce powstaje wypadkowy moment magnetyczny. To uporządkowanie w kierunku wektora indukcji pola zewnętrznego jest przeciwne do tego, które obserwowaliśmy w materiałach diamagnetycznych.

➤ W materiale paramagnetycznym umieszczonym w zewnętrznym polu magnetycznym $\vec{B}_{\text{zewn}}$ powstaje moment magnetyczny skierowany zgodnie z $\vec{B}_{\text{zewn}}$. Jeżeli pole jest niejednorodne, to materiał paramagnetyczny jest przyciągany do obszaru silniejszego pola magnetycznego z obszaru słabszego pola.

Próbka paramagnetyczna składająca się z N atomów miałaby moment magnetyczny o wartości $N\mu$, gdyby uporządkowanie dipoli atomowych było całkowite. Jednak podczas przypadkowych zderzeń atomów, zachodzących na skutek ich ruchu termicznego między atomami przekazywana jest energia, niszcząc ich uporządkowanie, a więc zmniejszając moment magnetyczny próbki.

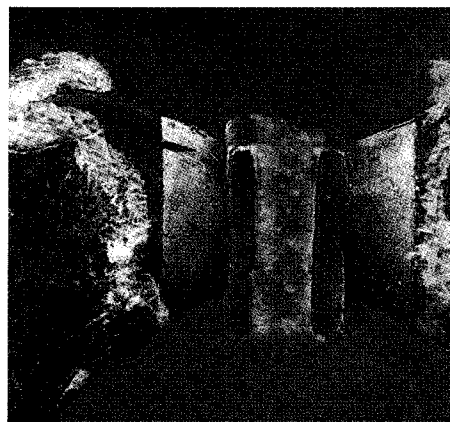
Znaczenie zderzeń atomów może być ocenione przez porównanie dwóch energii. Jedną z nich, wynikającą z równania (20.24), jest średnią energią kinetyczną w ruchu postępowym $E_k (= \frac{3}{2}kT)$ dla atomu w temperaturze T , gdzie k jest stałą Boltzmanna ($1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K), a T jest wyrażone w kelwinach (a nie w stopniach Celsjusza). Druga energia, wynikająca z równania (29.38), jest równa różnicy energii $\Delta E_B (= 2\mu B_{\text{zewn}})$ odpowiadających równoległemu i antyrównoległemu ustawieniu momentu magnetycznego atomu w polu zewnętrznym. Jak wykazemy niżej, dla typowych wartości temperatury i indukcji magnetycznej $E_k \gg \Delta E_B$. Tak więc przekazywanie energii podczas zderzeń może znacznie zaburzyć uporządkowanie atomowych momentów magnetycznych, powodując, że moment magnetyczny próbki jest znacznie mniejszy od $N\mu$.

Stopień namagnesowania próbki paramagnetycznej możemy wyrazić, obliczając stosunek momentu magnetycznego próbki do jej objętości. Tę wektorową wielkość, moment magnetyczny na jednostkę objętości, nazywamy **namagnesowaniem** $\vec{M}$ próbki, a jej wartość wynosi:

$$M = \frac{\text{zmierzony moment magnetyczny}}{V}. \quad (32.18)$$

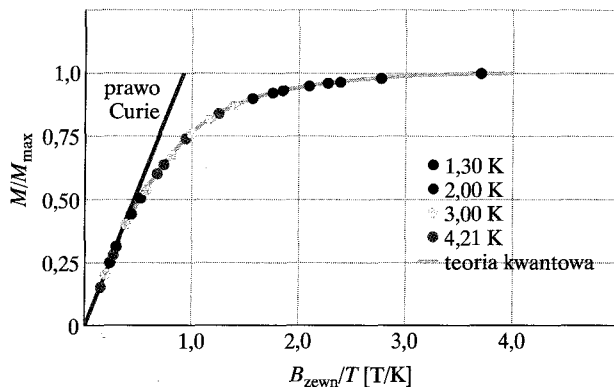
Jednostką $\vec{M}$ jest amper razy metr kwadratowy na metr sześcienny, czyli amper na metr (A/m). Całkowite uporządkowanie atomowych momentów magnetycznych, zwane *nasyceniem* próbki, odpowiada maksymalnej wartości $M_{\text{max}} = N\mu/V$.

W roku 1895 Piotr Curie wykazał doświadczalnie, że namagnesowanie próbki paramagnetycznej jest wprost proporcjonalne do indukcji magnetycznej $\vec{B}_{\text{zewn}}$



Próbka ciekłego tlenu unosi się między dwoma nabiegunkami magnesu, gdyż ciecz wykazuje właściwości paramagnetyczne i dlatego jest przyciągana przez magnes

Rys. 32.9. Krzywa magnesowania dla siarczany chromowo-potasowego (soli paramagnetycznej). Na wykresie przedstawiono stosunek namagnesowania M soli do maksymalnego możliwego do osiągnięcia namagnesowania $M_{\max}$, jako funkcję stosunku indukcji magnetycznej B_{zewn} przyłożonego pola do temperatury T . Dane po lewej stronie wykresu są zgodne z prawem Curie; wszystkie dane są zgodne z teorią kwantową (z pracy W. E. Henry'ego)



i odwrotnie proporcjonalne do temperatury T , mierzonej w kelwinach, czyli:

$$M = C \frac{B_{\text{zewn}}}{T}. \quad (32.19)$$

Równanie (32.19) znane jest jako *prawo Curie*, a C nazywamy *stałą Curie*. Prawo Curie można uzasadnić tym, że zwiększanie B_{zewn} powoduje wzrost uporządkowania atomowych momentów magnetycznych w próbce, a więc wzrost M , podczas gdy zwiększanie T powoduje zwiększanie liczby zderzeń, które zakłócają uporządkowanie i zmniejszają M . Jednak prawo Curie jest w rzeczywistości przybliżeniem, które jest słuszne tylko wtedy, gdy stosunek B_{zewn}/T jest niezbyt duży.

Na rysunku 32.9 przedstawiono wykres stosunku $M/M_{\max}$ jako funkcji B_{zewn}/T , dla próbki soli, siarczany chromowo-potasowego — w której jony chromu są substancją paramagnetyczną. Wykres taki nazywamy *krzywą magnesowania*. Linia prosta, przedstawiająca prawo Curie, jest zgodna z danymi doświadczalnymi po lewej stronie wykresu, dla B_{zewn}/T poniżej około 0,5 T/K. Krzywa, zgodna ze wszystkimi punktami doświadczalnymi, wynika z teorii kwantowej. Dane po prawej stronie wykresu, w pobliżu nasycenia, jest bardzo trudno otrzymać, gdyż wymagają bardzo silnych pól magnetycznych (około 100 000 razy większych od ziemskiego pola magnetycznego) nawet w bardzo niskich temperaturach.

SPRAWDZIAN 4: Na rysunku przedstawiono dwie paramagnetyczne kulki, umieszczone w pobliżu południowego bieguna magnesu sztabkowego. Czy: a) siły magnetyczne działające na kulki, b) momenty magnetyczne kulek są skierowane *do*, czy *od* magnesu? c) Czy siła magnetyczna, działająca na kulkę 1 jest większa, mniejsza, czy taka sama, jak działająca na kulkę 2?



Przykład 32.1

Paramagnetyczny gaz, znajdujący się w temperaturze pokojowej ($T = 300$ K), jest umieszczony w zewnętrznym jednorodnym polu magnetycznym o indukcji $B = 1,5$ T; atomy gazu mają moment magnetyczny $\mu = \mu_B$. Oblicz średnią energię kinetyczną ruchu postępowego E_k dla atomu gazu oraz różnicę energii ΔE_B równoległego i antyrównoległego ustawienia momentu magnetycznego atomu w polu zewnętrznym.

ROZWIĄZANIE:

1. Średnia energia kinetyczna ruchu postępowego E_k dla atomu gazu zależy od jego temperatury. Z równania (20.24) otrzymujemy:

$$E_k = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} (1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K})(300 \text{ K}) = 6,2 \cdot 10^{-21} \text{ J} \\ = 0,039 \text{ eV.} \quad (\text{odpowiedź})$$

➡ 2. Energia potencjalna E_{pB} dipola magnetycznego $\vec{\mu}$ w zewnętrznym polu magnetycznym o indukcji $\vec{B}$ zależy od kąta θ między kierunkami $\vec{\mu}$ i $\vec{B}$. Na podstawie równania (29.38) ($E_{pB} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$) możemy zapisać różnicę energii ΔE_{pB} ustawienia równoległego ($\theta = 0^\circ$) i antyrównoległego ($\theta = 180^\circ$) jako:

$$\begin{aligned}\Delta E_{pB} &= -\mu B \cos 180^\circ - (-\mu B \cos 0^\circ) = 2\mu B = 2\mu_B B \\ &= 2(9,27 \cdot 10^{-24} \text{ J/T})(1,5 \text{ T}) = 2,8 \cdot 10^{-23} \text{ J} \\ &= 0,00017 \text{ eV.} \quad (\text{odpowiedź})\end{aligned}$$

W tym przypadku E_k jest około 230 razy większa od ΔE_{pB} , tak więc wymiana energii między atomami podczas wzajemnych zderzeń może łatwo zmienić ustawienie momentu magnetycznego na inne, niż zgodne z kierunkiem linii zewnętrznego pola magnetycznego. Moment magnetyczny, wykazywany przez gaz paramagnetyczny, musi więc wynikać z krótkotrwałego częściowego uporządkowania atomowych momentów magnetycznych.

32.8. Ferromagnetyzm

Kiedy w języku potocznym mówimy o magnetyzmie, niemal zawsze mamy na myśli magnes sztabkowy lub magnes w kształcie krążka, być może przyklejony do drzwi lodówki. Innymi słowy, wyobrażamy sobie wówczas materiał ferromagnetyczny o silnych i trwałych właściwościach magnetycznych, a nie materiał diamagnetyczny lub paramagnetyczny, którego właściwości magnetyczne są słabe i nietrwałe.

Żelazo, kobalt, nikiel, gadolin, dysproz i stopy zawierające te pierwiastki wykazują ferromagnetyzm; jego źródłem jest zjawisko kwantowe, zwane *oddziaływaniem wymiennym*, podczas którego spiny elektronów w jednym atomie oddziałują ze spinami elektronów w sąsiednich atomach. W wyniku tego pojawia się uporządkowanie momentów magnetycznych atomów, mimo iż zderzenia między atomami dążą do ich przypadkowego ustawienia. To trwałe uporządkowanie pociąga za sobą trwałe właściwości magnetyczne substancji ferromagnetycznych.

Jeżeli temperatura materiału ferromagnetycznego przekracza pewną krytyczną wartość, zwaną *temperaturą Curie*, to ferromagnetyzm substancji zanika. Większość takich materiałów staje się wtedy po prostu paramagnetykami — ich momenty magnetyczne usiłują nadal ustawiać się zgodnie z polem zewnętrznym, lecz jest to zjawisko znacznie słabsze, a zderzenia atomów mogą łatwiej zniszczyć uporządkowanie. Temperatura Curie dla żelaza jest równa 1043 K ($= 770^\circ\text{C}$).

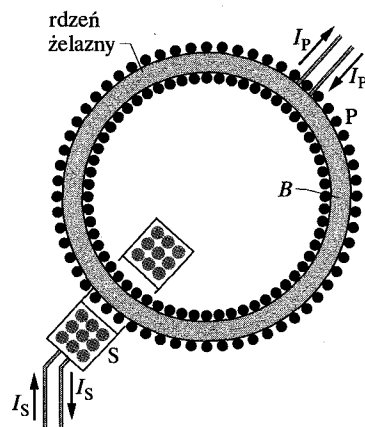
Namagnesowanie materiału ferromagnetycznego, takiego jak żelazo, możemy badać w układzie zwanym *pierścieniem Rowlanda* (rys. 32.10). Badany materiał ma kształt cienkiego toroidalnego rdzenia o przekroju kołowym. W cewce pierwotnej P, mającej n zwojów na jednostkę długości i nawiniętej na rdzeniu, płynie prąd o natężeniu I_P . (Cewka jest w istocie długim solenoidem, któremu nadano kształt pierścienia). Gdyby nie było rdzenia żelaznego, wartość indukcji magnetycznej wewnątrz cewki byłaby równa, zgodnie ze wzorem (30.25):

$$B_0 = \mu_0 I_P n. \quad (32.20)$$

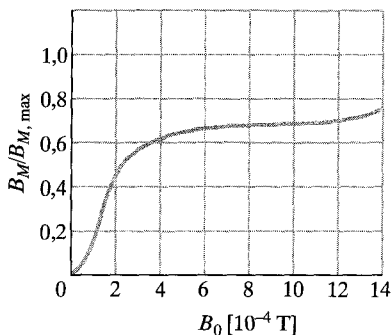
Jednakże w obecności rdzenia żelaznego, indukcja magnetyczna $\vec{B}$ wewnątrz cewki jest zazwyczaj znacznie większa niż $\vec{B}_0$. Jej wartość może być zapisana jako:

$$B = B_0 + B_M, \quad (32.21)$$

gdzie B_M jest wartością indukcji magnetycznej pola, pochodzącego od rdzenia żelaznego. Ten przyczynek wynika z uporządkowania atomowych momentów



Rys. 32.10. Pierścień Rowlanda. Prąd o natężeniu I_P płynie w cewce pierwotnej P, której rdzeniem jest badany materiał ferromagnetyczny (w naszym przypadku żelazo), magnesowany w wyniku przepływu prądu. (Zwoje cewki przedstawione są w postaci czarnych kropek). Stopień namagnesowania rdzenia wyznacza całkowitą indukcję $\vec{B}$ w cewce P. Indukcję pola $\vec{B}$ można zmierzyć za pomocą cewki wtórnej S



Rys. 32.11. Krzywa magnesowania dla rdzenia z materiału ferromagnetycznego umieszczonego w pierścieniu Rowlanda, jak na rysunku 32.10. Liczba 1 na osi pionowej odpowiada całkowitemu uporządkowaniu dipoli atomowych (nasyceciu) wewnątrz materiału

magnetycznych w żelazie, zachodzącego pod wpływem oddziaływania wymiennego i przyłożonego pola magnetycznego B_0 . Przyczynnik B_M jest proporcjonalny do namagnesowania M żelaza, jest więc proporcjonalny do momentu magnetycznego żelaza na jednostkę objętości. Aby wyznaczyć B_M , mierzymy B za pomocą cewki wtórnej S , obliczamy B_0 z równania (32.20) i odejmujemy te dwie wielkości zgodnie z równaniem (32.21).

Na rysunku 32.11 przedstawiono krzywą magnesowania dla materiału ferromagnetycznego, umieszczonego w pierścieniu Rowlanda. Stosunek $B_M/B_{M,max}$, gdzie $B_{M,max}$ jest maksymalną możliwą wartością B_M , odpowiadającą nasyceniu, został wykreślony w funkcji B_0 . Ten wykres przypomina rysunek 32.9, czyli krzywą magnesowania dla substancji paramagnetycznej. Obie krzywe pokazują, do jakiego stopnia przyłożone pole magnetyczne może uporządkować atomowe momenty magnetyczne w materiale.

W rdzeniu ferromagnetycznym, którego dotyczy rysunek 32.11, uporządkowanie momentów magnetycznych dla $B_0 \approx 1 \cdot 10^{-3}$ T wynosi około 70% uporządkowania całkowitego. Gdyby zwiększyć B_0 do 1 T, uporządkowanie byłoby niemal całkowite (niestety, pole o indukcji $B_0 = 1$ T, odpowiadające niemal całkowitemu nasyceniu, jest dość trudno osiągnąć).

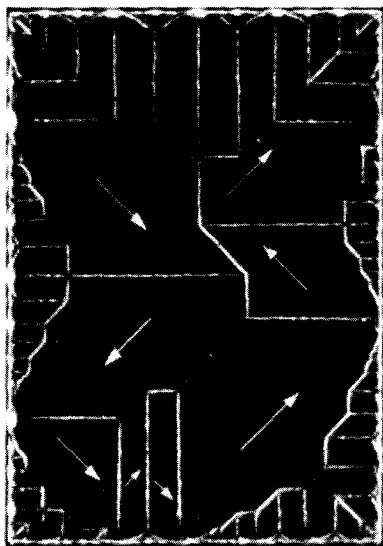
Domeny magnetyczne

Oddziaływanie wymienne wytwarza silne uporządkowanie sąsiednich dipoli atomowych w materiale ferromagnetycznym o temperaturze niższej od temperatury Curie. Dlaczego więc ten materiał nie jest w stanie nasycenia, nawet gdy nie ma przyłożonego pola magnetycznego B_0 ? Innymi słowy, dlaczego nie każdy kawałek żelaza, taki jak gwoździe, jest naturalnym silnym magnesem?

Aby to zrozumieć, weźmy pod uwagę próbkę materiału ferromagnetycznego, np. żelaza, w postaci monokryształu. Oznacza to, że układ atomów, czyli sieć krystaliczna, rozciąga się z niezakłóconą regularnością w całej objętości próbki. Taki kryształ w normalnych warunkach składa się z wielu *domen magnetycznych*. Są to obszary kryształu, w których uporządkowanie dipoli atomowych jest w istocie całkowite. Jednak domeny nie są uporządkowane. W całym kryształcie domeny są zorientowane w taki sposób, że ich wpływ na zjawiska magnetyczne na zewnątrz kryształu w dużym stopniu się znosi.

Rysunek 32.12 jest powiększonym zdjęciem takiego układu domen w monokryształie niklu. Zdjęcie zostało zrobione po spryskaniu powierzchni kryształu koloidalną zawiesiną drobno sproszkowanego tlenku żelaza. Granice domen są wąskimi obszarami, w których uporządkowanie elementarnych dipoli zmienia się od pewnego ustawienia w jednej domenie do innego ustawienia w drugiej domenie. Na granicach domen występują silnie zlokalizowane i niejednorodne pola magnetyczne o dużej indukcji. Cząstki zawiesiny koloidalnej są przyciągane do tych granic i pojawiają się na zdjęciu jako białe linie (nie wszystkie granice domen są widoczne na rysunku 32.12). Choć dipole atomowe w każdej domenie są całkowicie uporządkowane, co pokazano za pomocą strzałek, kryształ jako całość może mieć bardzo mały wypadkowy moment magnetyczny.

W rzeczywistości kawałek żelaza, z jakim mamy zwykle do czynienia, nie jest monokryształem, ale *polikryształem*, czyli zbiorem wielu małych, przypad-



Rys. 32.12. Zdjęcie układu domen w monokryształie niklu. Białe linie wskazują granice domen. Białe strzałki, nałożone na zdjęcie, pokazują ustawienie dipoli magnetycznych wewnątrz domen, a więc ustawienie wypadkowych dipoli magnetycznych domen. Kryształ jako całość nie jest namagnesowany, jeśli wypadkowy wektor indukcji magnetycznej (czyli suma wektorowa po wszystkich domenach) równa się zeru

kowo ułożonych kryształków. Natomiast każdy kryształek składa się z różnie zorientowanych domen, jak na rysunku 32.12. Jeżeli będziemy magnesować taką próbkę, umieszczając ją w zewnętrznym polu magnetycznym o stopniowo rosnącej wartości indukcji, to wywołamy dwa zjawiska, które łącznie doprowadzą do powstania krzywej magnesowania o kształcie pokazanym na rysunku 32.11. Jednym ze zjawisk jest wzrost rozmiarów domen, zorientowanych wzdłuż pola zewnętrznego, kosztem domen zorientowanych w innych kierunkach. Drugie zjawisko polega na zmianie ustawienia dipoli wewnątrz domeny jako całości, tak aby to ustawienie było zbliżone do kierunku wektora indukcji pola.

Oddziaływania wymienne i zmiany orientacji domen dają następujący wynik:

➤ W materiale ferromagnetycznym umieszczonym w zewnętrznym polu magnetycznym $\vec{B}_{\text{zewn}}$ powstaje silny moment magnetyczny, skierowany zgodnie z $\vec{B}_{\text{zewn}}$. Jeżeli pole jest niejednorodne, to materiał ferromagnetyczny jest przyciągany do obszaru silniejszego pola magnetycznego z obszaru słabszego pola.

Możesz nawet usłyszeć dźwięk powstający przy zmianie orientacji domen: Włącz magnetofon kasetowy w pozycji odtwarzania, nie wkładając kasety (lub włóż czystą kasetę) i ustaw regulator głośności w pozycji maksimum. Następnie przybliż silny magnes do głowicy odtwarzającej (która jest ferromagnetyczna). Pole magnetyczne powoduje, że domeny magnetyczne w głowicy gwałtownie zmieniają orientację, co zmienia indukcję magnetyczną w cewce nawiniętej wokół głowicy. Powstające prądy, indukowane w cewce, są wzmacniane i przesyłane do głośnika, który wytwarza syczący dźwięk.

Przykład 32.2

Igła kompasu, wykonana z czystego żelaza (o gęstości 7900 kg/m^3), ma długość L równą 3 cm, szerokość 1 mm i grubość 0,5 mm. Wartość dipolowego momentu magnetycznego atomu żelaza wynosi $\mu_{\text{Fe}} = 2,1 \cdot 10^{-23} \text{ J/T}$. Jeżeli namagnesowanie igły jest równoważne uporządkowaniu 10% atomów w igle, to jaka jest wartość dipolowego momentu magnetycznego $\vec{\mu}$ igły?

ROZWIĄZANIE:

➤ 1. Uporządkowanie wszystkich N atomów igły dałoby wartość magnetycznego momentu dipolowego $\vec{\mu}$ igły, równą $N\mu_{\text{Fe}}$. Jednakże tylko 10% atomów igły jest uporządkowanych, a przypadkowe ustawienie pozostałych atomów nie daje przyczynka do $\vec{\mu}$. Zatem:

$$\mu = 0,1 N \mu_{\text{Fe}}. \quad (32.22)$$

➤ 2. Możemy obliczyć liczbę atomów N w igle na podstawie jej masy:

$$N = \frac{\text{masa igły}}{\text{masa atomowa żelaza}}. \quad (32.23)$$

W dodatku F nie jest wymieniona masa atomowa żelaza, ale jest tam masa molowa M . Zatem:

$$\text{masa atomowa żelaza} = \frac{\text{masa molowa żelaza } M}{\text{liczba Avogadra } N_A}. \quad (32.24)$$

Równanie (32.23) przyjmuje więc postać:

$$N = \frac{m N_A}{M}. \quad (32.25)$$

Masa igły m jest iloczynem jej gęstości i objętości. Obliczenie objętości daje wynik $1,5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3$, możemy więc napisać:

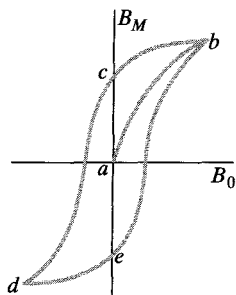
$$\begin{aligned} \text{masa igły } m &= (\text{gęstość igły})(\text{objętość igły}) \\ &= (7900 \text{ kg/m}^3)(1,5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3) = 1,185 \cdot 10^{-4} \text{ kg}. \end{aligned}$$

Podstawiając do równania (32.25) wartość m oraz $M = 55,847 \text{ g/mol} (= 0,055847 \text{ kg/mol})$ i $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, otrzymujemy:

$$N = \frac{(1,185 \cdot 10^{-4} \text{ kg})(6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{0,055847 \text{ kg/mol}} = 1,2774 \cdot 10^{21}.$$

Podstawienie tej wartości oraz wartości μ_{Fe} do równania (32.22) daje:

$$\begin{aligned} \mu &= (0,1)(1,2774 \cdot 10^{21})(2,1 \cdot 10^{-23} \text{ J/T}) = 2,682 \cdot 10^{-3} \text{ J/T} \\ &\approx 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ J/T}. \end{aligned} \quad (\text{odpowiedź})$$



Rys. 32.13. Krzywa magnesowania (ab) dla próbki ferromagnetyka i związana z nią pętla histerezy ($bcdeb$)

Histereza

Krzywe magnesowania dla materiałów ferromagnetycznych nie wracają do punktu początkowego, gdy zwiększamy, a następnie zmniejszamy indukcję zewnętrznego pola magnetycznego B_0 . Na rysunku 32.13 przedstawiono wykres B_M jako funkcji B_0 , otrzymany podczas następujących pomiarów, wykonanych w pierścieniu Rowlanda: 1) Zaczynając od nienamagnesowanego żelaza (punkt a) zwiększamy natężenie prądu w toroidzie, aż $B_0 (= \mu_0 I n)$ osiągnie wartość odpowiadającą punktowi b ; 2) zmniejszamy natężenie prądu w uzwojeniu toroidu (a więc B_0) z powrotem do zera (punkt c); 3) zmieniamy kierunek prądu w toroidzie na przeciwny i zwiększamy natężenie prądu, aż B_0 osiągnie wartość, odpowiadającą punktowi d ; 4) ponownie zmniejszamy natężenie prądu do zera (punkt e); 5) jeszcze raz odwracamy kierunek prądu aż do osiągnięcia ponownie punktu b .

Brak powtarzalności, pokazany na rysunku 32.13, nazywamy **histerezą**, a krzywą $bcdeb$ nazywamy **pętlą histerezy**. Zauważ, że w punktach c i e rdzeń żelazny jest namagnesowany, chociaż prąd nie płynie w uzwojeniu toroidu. Jest to znane zjawisko trwałego namagnesowania.

Histerezę można zrozumieć, biorąc pod uwagę pojęcie domen magnetycznych. Okazuje się, że ruchy granic domen i zmiany ich ustawienia nie są całkowicie odwracalne. Gdy indukcja B_0 przyłożonego pola rośnie, a następnie maleje do wartości początkowej, domeny nie wracają całkowicie do początkowego ułożenia, ale zachowują pewną „pamięć” uporządkowania po początkowym wzroście pola. Ta pamięć materiałów magnetycznych jest podstawową właściwością wykorzystywaną do magnetycznego gromadzenia informacji, na przykład w kasetach magnetofonowych i dyskach komputerowych.

Pamięć uporządkowania domen może także wystąpić w naturze. Gdy uderzenie pioruna wywołuje prądy, płynące w ziemi licznymi krętymi drogami, silne pola magnetyczne, które wtedy powstają, mogą namagnesować materiały ferromagnetyczne, znajdujące się w pobliskich skałach. Z powodu histerezy taki materiał skalny zachowuje częściowo swoje namagnesowanie po uderzeniu pioruna (i po ustaniu przepływu prądów). Odłamki skały, wystawione później na działanie wietrzenia, pokruszone i rozdrobnione, są kawałkami magnetytu.

32.9. Indukowane pole magnetyczne

W rozdziale 31 dowiedzieliśmy się, że zmienny strumień magnetyczny indukuje pole elektryczne i otrzymaliśmy prawo indukcji Faradaya w postaci:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{prawo indukcji Faradaya}). \quad (32.26)$$

$\vec{E}$ jest tutaj natężeniem pola elektrycznego, indukowanego wzdłuż zamkniętego konturu przez zmienny strumień magnetyczny Φ_B , objęty tym konturem. Właściwości symetrii są bardzo ważne w fizyce, dlatego też mamy ochotę zapytać, czy zjawisko indukcji może zachodzić w przeciwnym kierunku, tzn. czy zmienny strumień elektryczny może indukować pole magnetyczne?

Odpowiedź jest twierdząca; co więcej, równanie opisujące indukowanie pola magnetycznego jest niemal symetrycznym odbiciem równania (32.26). Możemy je zapisać jako:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{indukowane pole magnetyczne}). \quad (32.27)$$

$\vec{B}$ jest tutaj indukcją magnetyczną pola indukowanego wzdłuż zamkniętego konturu przez zmienny strumień elektryczny Φ_E , objęty tym konturem.

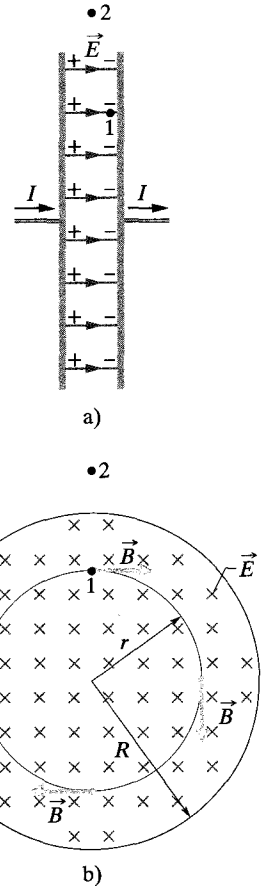
Jako przykład tego typu zjawiska indukcji, rozważymy proces ładowania kondensatora płaskiego o kołowych okładkach (rys. 32.14a). (Chociaż skupimy się teraz na tym szczególnym układzie, zmienny strumień elektryczny, kiedykolwiek się pojawi, będzie zawsze indukował pole magnetyczne). Zakładamy, że prąd stały o natężeniu I , płynący w doprowadzeniach kondensatora, zwiększa ze stałą szybkością ładunek na jego okładkach. Zatem wartość natężenia pola elektrycznego między okładkami musi również rosnać ze stałą szybkością.

Na rysunku 32.14b przedstawiono prawą okładkę kondensatora z rysunku 32.14a, widzianą od strony obszaru między okładkami. Natężenie pola elektrycznego jest skierowane za płaszczyznę rysunku. Rozważmy kontur w kształcie okręgu, przechodzący przez punkt 1. Środek konturu leży na osi łączącej środki okładek kondensatora, a jego promień jest mniejszy od promienia okładek. Ponieważ natężenie pola elektrycznego przechodzącego przez kontur zmienia się, musi się zmieniać również strumień elektryczny, przechodzący przez ten kontur. Zgodnie z równaniem (32.27) ten zmienny strumień indukuje pole magnetyczne wzdłuż konturu.

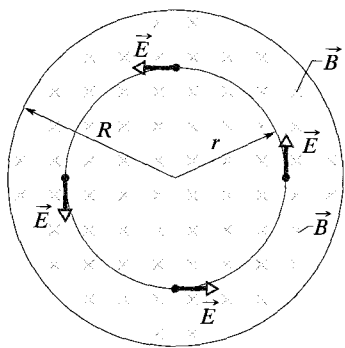
Można wykazać doświadczalnie, że pole magnetyczne $\vec{B}$ istotnie jest indukowane wzdłuż takiego konturu i skierowane tak, jak pokazano na rysunku. Indukcja magnetyczna tego pola ma taką samą wartość w każdym punkcie konturu, ma więc symetrię *walcową* wokół osi kondensatora.

Jeżeli teraz rozważymy większy kontur, przechodzący np. przez punkt 2 na zewnątrz okładek na rysunku 32.14a i b, to przekonamy się, że pole magnetyczne będzie indukowane również wzdłuż tego konturu. Zatem gdy pole elektryczne się zmienia, pole magnetyczne jest indukowane między okładkami, zarówno wewnątrz, jak i na zewnątrz szczeliny kondensatora. Gdy pole elektryczne przestaje się zmieniać, indukowane pole magnetyczne znika.

Choć równanie (32.27) jest podobne do równania (32.26), równania te różnią się pod dwoma względami. Po pierwsze, w równaniu (32.27) występują dwie dodatkowe wielkości μ_0 i ε_0 , ale ich obecność jest wyłącznie skutkiem tego, że używamy jednostek układu SI. Po drugie, w równaniu (32.27) nie ma znaku minus, który występuje w równaniu (32.26). Oznacza to, że indukowane pole elektryczne $\vec{E}$ jest skierowane przeciwnie niż indukowane pole magnetyczne $\vec{B}$, wytwarzane w podobnych warunkach. Aby zauważyć tę różnicę, przypatrzmy się rysunkowi 32.15, na którym rosące pole magnetyczne $\vec{B}$, skierowane za płaszczyznę rysunku, indukuje pole elektryczne $\vec{E}$. Indukowane pole $\vec{E}$ jest skierowane przeciwnie do ruchu wskazówek zegara, a więc przeciwnie do kierunku indukowanego pola $\vec{B}$ na rysunku 32.14b.



Rys. 32.14. a) Kondensator płaski, pokazany z boku, jest ładowany stałym prądem o natężeniu I . b) Widok z wnętrza kondensatora w kierunku prawej okładki. Pole elektryczne jest jednorodne i skierowane za płaszczyznę rysunku (czyli do okładki), a jego natężenie rośnie, gdy zwiększa się ładunek na okładkach kondensatora. Pole magnetyczne $\vec{B}$, indukowane przez to zmienne pole elektryczne, jest pokazane w czterech punktach, leżących na okręgu o promieniu r , mniejszym od promienia okładki R .



Rys. 32.15. Jednorodne pole magnetyczne $\vec{B}$ w obszarze w kształcie koła. Pole jest skierowane za płaszczyznę rysunku, a jego indukcja rośnie. Pole elektryczne $\vec{E}$, indukowane przez zmienne pole magnetyczne, jest pokazane w czterech punktach leżących na okręgu współśrodkowym z kołowym obszarem. Porównaj ten przypadek z przypadkiem, przedstawionym na rysunku 32.14b

Uogólnione prawo Ampère'a

Przypomnij sobie teraz, że lewa strona równania (32.27), czyli całka z iloczynu skalarnego $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ wzdłuż zamkniętego konturu, pojawia się również w innym równaniu, a mianowicie w prawie Ampère'a:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_p \quad (\text{prawo Ampère'a}), \quad (32.28)$$

gdzie I_p jest natężeniem prądu, objętego konturem całkowania. Zatem nasze dwa równania, które opisują pole magnetyczne wytworzone sposobami innymi niż użycie materiału magnetycznego (tzn. przez przepływ prądu lub zmienne pole elektryczne), zawierają pole magnetyczne, wyrażone dokładnie w tej samej postaci. Możemy więc połączyć te dwa równania, otrzymując:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 I_p \quad (\text{uogólnione prawo Ampère'a}). \quad (32.29)$$

Gdy istnieje prąd, a nie ma zmiany strumienia elektrycznego (jak w przypadku przewodu, w którym płynie prąd stały), pierwszy składnik po prawej stronie równania (32.29) jest równy zero, a równanie (32.29) redukuje się do prawa Ampère'a (32.28). Gdy zmienia się strumień elektryczny, ale nie płynie prąd (jak wewnątrz lub na zewnątrz szczeliny ładowanego kondensatora), drugi składnik po prawej stronie równania (32.29) jest równy zero, a równanie (32.29) redukuje się do równania indukcji (32.27).

Przykład 32.3

Kondensator płaski o kołowych okładkach jest ładowany, jak na rysunku 32.14a.

a) Wyprowadź wzór, określający indukcję magnetyczną pola w odległości r od osi symetrii, dla $r \leq R$.

ROZWIĄZANIE:

➡ Pole magnetyczne może powstać w wyniku przepływu prądu albo w wyniku indukcji, spowodowanej zmiennym strumieniem elektrycznym. Obydwa zjawiska są uwzględnione w równaniu (32.29). Między okładkami kondensatora na rysunku 32.14 nie płynie prąd, ale zmienia się tam strumień elektryczny. Zatem równanie (32.29) redukuje się do:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}. \quad (32.30)$$

Obliczymy oddzielnie lewą i prawą stronę tego równania.

Lewa strona równania (32.30): Wybieramy kołowy kontur całkowania o promieniu $r \leq R$, jak pokazano na rysunku 32.14, gdyż chcemy obliczyć indukcję magnetyczną dla $r \leq R$, tzn. wewnątrz kondensatora. Wektor indukcji magnetycznej $\vec{B}$ jest w każdym punkcie styczny do konturu, podobnie jak wektorowy ele-

ment długości $d\vec{s}$. Zatem $\vec{B}$ i $d\vec{s}$ są albo równoległe, albo antyrównoległe w każdym punkcie konturu. Dla uproszczenia założmy, że są one równoległe (ten wybór nie zmienia wyniku końcowego):

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B ds \cos 0^\circ = \oint B ds.$$

Dzięki osiowej symetrii okładek możemy także przyjąć, że $\vec{B}$ ma taką samą wartość w każdym punkcie konturu. Ta więc możemy wynieść B przed znak całki po prawej stronie powyższego równania. Całka, która pozostaje, jest równa $\oint ds$, czyli po prostu obwodowi $2\pi r$ konturu. Lewa strona równania (32.30) jest więc równa $(B)(2\pi r)$.

Prawa strona równania (32.30): Zakładamy, że pole elektryczne $\vec{E}$ jest jednorodne między okładkami kondensatora i skierowane prostopadłe do okładek. Wtedy strumień elektryczny Φ_E , przenikający przez kontur jest równy ES , gdzie S jest polem powierzchni, objętej konturem, znajdującym się w polu elektrycznym. Tak więc prawa strona równania (32.30) jest równa $\mu_0 \epsilon_0 d(ES)/dt$.

Podstawiając do równania (32.30) wyniki dla lewej i prawej strony, otrzymujemy:

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d(ES)}{dt}.$$

Ponieważ S jest stałe, możemy zapisać $d(ES)$ jako SdE , więc:

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 \varepsilon_0 S \frac{dE}{dt}. \quad (32.31)$$

Skorzystamy teraz z następującego faktu: $\bullet$ Pole powierzchni S , ograniczone konturem znajdującym się w polu elektrycznym jest równe całemu polu πr^2 wewnątrz konturu, gdyż promień konturu r jest mniejszy od promienia okładki R (lub jemu równy). Podstawiając S równe πr^2 do równania (32.31) i wyznaczając B , otrzymujemy dla $r \leq R$:

$$B = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 r}{2} \frac{dE}{dt}. \quad (\text{odpowiedź}) \quad (32.32)$$

Z tego równania wynika, że wewnątrz kondensatora wartość B rośnie liniowo wraz ze wzrostem r odległości od osi, od zera w środku okładki aż do wartości maksymalnej przy brzegu okładki (gdy $r = R$).

b) Oblicz wartość indukcji B dla $r = R/5 = 11 \text{ mm}$ i $dE/dt = 1,5 \cdot 10^{12} \text{ V/(m} \cdot \text{s)}$.

ROZWIĄZANIE:

Z odpowiedzi do punktu (a) mamy:

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{2} \mu_0 \varepsilon_0 r \frac{dE}{dt} \\ &= \frac{1}{2} (4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) (8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)) \\ &\quad \times (11 \cdot 10^{-3} \text{ m}) (1,5 \cdot 10^{12} \text{ V/(m} \cdot \text{s)}) \\ &= 9,18 \cdot 10^{-8} \text{ T}. \end{aligned} \quad (\text{odpowiedź})$$

c) Wyprowadź wzór, określający wartość indukcji magnetycznej indukowanego pola dla $r \geq R$.

ROZWIĄZANIE:

Postępujemy analogicznie, jak w punkcie (a), z tym że teraz wybieramy kontur o promieniu r większym od promienia okładek R , gdyż chcemy wyznaczyć indukcję B na zewnątrz kondensatora. Obliczając lewą i prawą stronę równania (32.30), znów otrzymujemy równanie (32.31). Jednak teraz powinniśmy zauważyć, że

$\bullet$ pole elektryczne istnieje tylko między okładkami kondensatora, a nie na zewnątrz okładek. Zatem pole powierzchni S , ograniczone konturem w polu elektrycznym *nie* jest równe całemu polu πr^2 wewnątrz konturu, ale jest równe polu powierzchni okładek πR^2 .

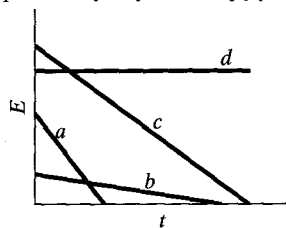
Podstawiając πR^2 zamiast S do równania (32.31) i rozwiązując je względem B , otrzymujemy dla $r \geq R$:

$$B = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 R^2}{2r} \frac{dE}{dt}. \quad (\text{odpowiedź}) \quad (32.33)$$

Z równania tego wynika, że na zewnątrz kondensatora B maleje wraz ze wzrostem odległości r od osi, przyjmując wartość maksymalną przy brzegu okładki (gdzie $r = R$). Podstawiając $r = R$ do równań (32.32) i (32.33), możemy stwierdzić, że te równania są ze sobą zgodne, tzn. dają taką samą maksymalną wartość indukcji B na brzegu okładki.

Wartość indukcji magnetycznej indukowanego pola, obliczona w punkcie (b), jest tak mała, że z trudem może być zmierzona za pomocą zwykłych przyrządów. W przeciwieństwie do tego, wartości natężeń indukowanych (zgodnie z prawem Faradaya) pól elektrycznych mogą być łatwo zmierzone. Ta różnica w możliwościach pomiarowych istnieje częściowo dlatego, że indukowana SEM może być łatwo zwielokrotniona przy zastosowaniu cewki o wielu zwojach. Nie istnieje metoda o porównywalnej prostocie, która umożliwiałaby zwielokrotnienie indukowanego pola magnetycznego. Jednakże doświadczenie przedstawione w tym przykładzie zostało wykonane, a obecność indukowanego pola magnetycznego została ilościowo potwierdzona.

SPRAWDZIAN 5: Na rysunku przedstawiono wykresy natężenia pola elektrycznego E jako funkcji czasu t dla czterech przypadków jednorodnych pól elektrycznych, istniejących wewnątrz identycznych obszarów w kształcie koła, jak na rysunku 32.14b. Uszereguj pola pod względem wartości indukcji magnetycznej pól indukowanych na brzegu obszaru, zaczynając od największej wartości.



32.10. Prąd przesunięcia

Jeśli porównamy dwa składniki po prawej stronie równania (32.29), to zobaczymy, że iloczyn $\varepsilon_0(d\Phi_E/dt)$ musi mieć wymiar natężenia prądu. Rzeczywiście, ten iloczyn jest traktowany jako natężenie I_{prz} fikcyjnego prądu, zwanego **prądem przesunięcia**.

$$I_{\text{prz}} = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{natężenie prądu przesunięcia}). \quad (32.34)$$

„Przesunięcie” nie jest dobrym określeniem, gdyż nic tu nie zostaje przesunięte, ale używamy tego słowa zwyczajowo. Możemy zatem napisać równanie (32.29) w postaci:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{prz,p} + \mu_0 I_p \quad (\text{uogólnione prawo Ampère'a}), \quad (32.35)$$

gdzie $I_{prz,p}$ jest natężeniem prądu przesunięcia objętego konturem całkowania.

Zwróć ponownie uwagę na proces ładowania kondensatora o kołowych okładkach, jak na rysunku 32.16a. Rzeczywisty prąd o natężeniu I , który ładuje okładki, powoduje zmianę natężenia pola elektrycznego $\vec{E}$ między okładkami. Fikcyjny prąd przesunięcia o natężeniu I_{prz} , występujący między okładkami, jest związany z tym zmieniającym się polem $\vec{E}$. Spróbujmy znaleźć zależność między natężeniami tych prądów.

Ładunek q znajdujący się w pewnej chwili na okładkach jest związany równaniem (26.4) z wartością natężenia E pola między okładkami w tej samej chwili:

$$q = \varepsilon_0 S E, \quad (32.36)$$

gdzie S jest polem powierzchni okładek. Aby otrzymać natężenie rzeczywistego prądu I , różniczkujemy równanie (32.36) względem czasu:

$$\frac{dq}{dt} = I = \varepsilon_0 S \frac{dE}{dt}. \quad (32.37)$$

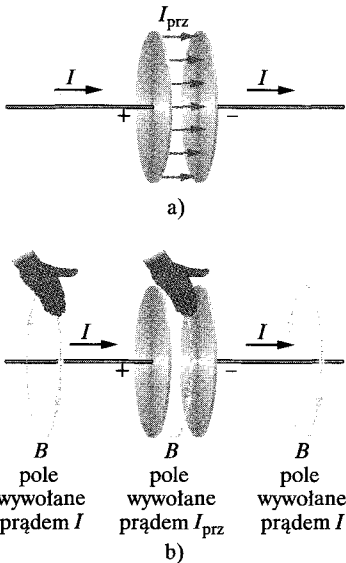
Aby otrzymać natężenie prądu przesunięcia I_{prz} , korzystamy z równania (32.34). Zakładając, że pole elektryczne $\vec{E}$ między dwiema okładkami jest jednorodne (pomijamy jakiegokolwiek pola rozproszone), możemy zastąpić strumień elektryczny Φ_E w tym równaniu przez wyrażenie ES . Zatem równanie (32.34) przyjmuje postać:

$$I_{prz} = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d(ES)}{dt} = \varepsilon_0 S \frac{dE}{dt}. \quad (32.38)$$

Porównując równania (32.37) i (32.38), widzimy, że natężenie fikcyjnego prądu przesunięcia I_{prz} między okładkami jest równe natężeniu rzeczywistego prądu I , ładującego kondensator:

$$I_{prz} = I \quad (\text{natężenie prądu przesunięcia w kondensatorze}). \quad (32.39)$$

Rys. 32.16. a) Prąd przesunięcia o natężeniu I_{prz} między okładkami kondensatora, który jest ładowany prądem o natężeniu I . b) Reguła prawej dłoni, służąca do wyznaczania kierunku indukcji magnetycznej pola wokół przewodu, w którym płynie rzeczywisty prąd (jak po lewej stronie rysunku), wskazuje również kierunek indukcji magnetycznej pola wokół prądu przesunięcia (jak w środku rysunku)



Tak więc możemy traktować fikcyjny prąd przesunięcia o natężeniu I_{prz} po prostu jako kontynuację rzeczywistego prądu o natężeniu I , z jednej okładki, przez szczelinę kondensatora, do drugiej okładki. Pole elektryczne jest równomiernie rozłożone na powierzchni okładek, a więc to samo można powiedzieć o natężeniu fikcyjnego prądu przesunięcia I_{prz} , co pokazuje ułożenie strzałek prądu na rysunku 32.16a. Chociaż w rzeczywistości żaden ładunek nie przechodzi przez szczelinę między okładkami, pojęcie fikcyjnego prądu przesunięcia I_{prz} jest przydatne do szybkiego wyznaczania kierunku i wartości indukcji magnetycznej indukowanego pola. Przekonamy się o tym w następnym paragrafie.

Wyznaczanie indukowanego pola magnetycznego

W rozdziale 30, stosując regułę prawej dłoni (rys. 30.4), wyznaczyliśmy kierunek wektora indukcji magnetycznej pola wytworzonego przez rzeczywisty prąd o natężeniu I . Możemy zastosować tę samą regułę do wyznaczenia kierunku wektora indukcji magnetycznej indukowanego pola wytworzonego przez fikcyjny prąd przesunięcia o natężeniu I_{prz} , jak pokazano w środkowej części rysunku 32.16b w przypadku kondensatora.

Możemy również zastosować I_{prz} do wyznaczenia wartości indukcji magnetycznej pola indukowanego podczas ładowania kondensatora płaskiego, składającego się z równoległych, kołowych okładek o promieniu R . Po prostu traktujemy obszar między okładkami jako hipotetyczny przewód o przekroju kołowym i promieniu R , w którym płynie fikcyjny prąd o natężeniu I_{prz} . Z równania (30.22) wynika, że wartość indukcji magnetycznej w punkcie znajdującym się wewnątrz kondensatora, w odległości r od osi jest równa:

$$B = \left(\frac{\mu_0 I_{prz}}{2\pi R^2} \right) r \quad (\text{wewnątrz kondensatora o kołowych okładkach}). \quad (32.40)$$

Podobnie z równania (30.19) wynika, że wartość indukcji magnetycznej pola w punkcie znajdującym się na zewnątrz kondensatora w odległości r od osi jest równa:

$$B = \frac{\mu_0 I_{prz}}{2\pi r} \quad (\text{na zewnątrz kondensatora o kołowych okładkach}). \quad (32.41)$$

Przykład 32.4

Kondensator płaski o kołowych okładkach, omówiony w przykładzie 32.3, jest ładowany prądem o natężeniu I .

a) Jaka jest wartość całki $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ w obszarze między okładkami i w odległości $r = R/5$ od środka, wyrażona przez μ_0 i I ?

ROZWIĄZANIE:

1. Metoda zastosowana w przykładzie 32.3a jest słuszna także tutaj, jednak teraz możemy zastąpić iloczyn $\epsilon_0 d\Phi_E/dt$ w równaniu (32.29) przez natężenie fikcyjnego prądu przesunięcia I_{prz} . Wówczas całka $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ jest dana równaniem (32.35). Rzeczywisty prąd o natężeniu I nie płynie jednak między okładkami, dlatego też równanie to redukuje się do:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{prz,p}. \quad (32.42)$$

Chcemy obliczyć $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ dla promienia $r = R/5$ (wewnątrz kondensatora), więc kontur całkowania obejmuje tylko część $I_{prz,p}$ całkowitego natężenia prądu I_{prz} .

2. Zakładamy, że prąd o natężeniu I_{prz} jest równomiernie rozłożony na całej powierzchni okładki. Zatem część natężenia prądu przesunięcia objętego konturem jest proporcjonalna do pola powierzchni objętej tym konturem:

$$\frac{\left(\begin{array}{l} \text{natężenie prądu przesunięcia} \\ I_{prz,p} \text{ objętego konturem} \end{array} \right)}{\left(\begin{array}{l} \text{całkowite natężenie} \\ \text{prądu przesunięcia } I_{prz} \end{array} \right)} = \frac{\left(\begin{array}{l} \text{pole powierzchni} \\ \text{objętej konturem } \pi r^2 \end{array} \right)}{\left(\begin{array}{l} \text{całkowite pole powierzchni okładek } \pi R^2 \end{array} \right)}.$$

Stąd:

$$I_{prz,p} = I_{prz} \frac{\pi r^2}{\pi R^2}.$$

Podstawiając to wyrażenie do równania (32.42), otrzymujemy:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_p \frac{\pi r^2}{\pi R^2}. \quad (32.43)$$

Podstawienie $I_{prz} = I$ (z równania (32.39)) oraz $r = R/5$ do równania (32.43) prowadzi teraz do:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \frac{(R/5)^2}{R^2} = \frac{\mu_0 I}{25}. \quad (\text{odpowiedź})$$

b) Jaka jest wartość indukcji magnetycznej pola, indukowanego w punkcie $r = R/5$ wewnątrz kondensatora, wyrażona przez maksymalną wartość indukcji magnetycznej indukowanego pola?

ROZWIĄZANIE:

☛ Kondensator ma równoległe kołowe okładki, a więc możemy potraktować obszar między okładkami jako fikcyjny przewód o promieniu R , w którym płynie fikcyjny prąd o natężeniu I_{prz} . Następnie możemy skorzystać z równania (32.40), aby wyznaczyć wartość indukcji magnetycznej indukowanego pola w dowolnym punkcie wewnątrz kondensatora. Dla $r = R/5$, otrzymujemy:

$$B = \left(\frac{\mu_0 I_{prz}}{2\pi R^2} \right) r = \frac{\mu_0 I_{prz} (R/5)}{2\pi R^2} = \frac{\mu_0 I_{prz}}{10\pi R}. \quad (32.44)$$

Maksymalna wartość indukcji magnetycznej B_{max} występuje dla $r = R$ i jest równa:

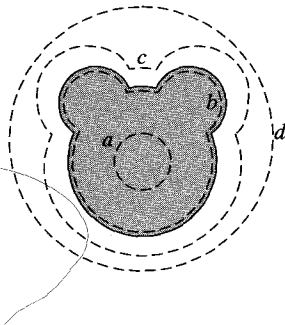
$$B_{max} = \left(\frac{\mu_0 I_{prz}}{2\pi R^2} \right) R = \frac{\mu_0 I_{prz}}{2\pi R}. \quad (32.45)$$

Dzieląc równanie (32.44) przez równanie (32.45) i przekształcając wynik, otrzymujemy:

$$B = \frac{B_{max}}{5}. \quad (\text{odpowiedź})$$

Ten sam wynik moglibyśmy otrzymać za pomocą prostego rozumowania, przy mniejszym nakładzie pracy. Z równania (32.40) wynika, że wewnątrz kondensatora indukcja B rośnie liniowo wraz z r . Dlatego w punkcie położonym w odległości równej $\frac{1}{5}$ promienia okładki R , gdzie występuje B_{max} , indukcja B powinna być równa $\frac{1}{5} B_{max}$.

✓ **SPRAWDZIAN 6:** Na rysunku przedstawiono jedną okładkę kondensatora płaskiego, widzianą z wnętrza kondensatora. Linie przerywane oznaczają cztery kontury całkowania (kontur b biegnie wzdłuż brzegu okładki). Uszereguj kontury pod względem wartości całki $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ wzdłuż konturu, obliczonej podczas rozładowania kondensatora, zaczynając od największej wartości.



32.11. Równania Maxwella

Równanie (32.29) jest ostatnim spośród czterech podstawowych równań elektromagnetyzmu, nazywanych *równaniami Maxwella* i przedstawionych w tabeli 32.1. Te cztery równania wyjaśniają zjawiska w bardzo zróżnicowanym zakresie, poczynając od pytania, dlaczego kompas wskazuje kierunek północny, a kończąc na pytaniu, dlaczego samochód rusza, gdy przekreślisz kluczyk w stacyjce. Równania te są podstawą działania takich urządzeń elektromagnetycznych, jak: silnik elektryczny, cyklotron, nadajnik i odbiornik telewizyjny, telefon, faks, radar i kuchenka mikrofalowa.

Równania Maxwella są podstawą do wyprowadzenia wielu równań, z którymi zetknęliśmy się już, począwszy od rozdziału 22. Są one również punktem wyjścia wielu równań, będących wprowadzeniem do optyki, a które będą omówione w rozdziałach od 34 do 37.

Tabela 32.1. Równania Maxwella¹

Nazwa	Równanie	
prawo Gaussa dla elektryczności	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = q_{wewn}/\epsilon_0$	wiąże wypadkowy strumień elektryczny z wypadkowym ładunkiem elektrycznym objętym powierzchnią Gaussa
prawo Gaussa dla magnetyzmu	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	wiąże wypadkowy strumień magnetyczny z wypadkowym ładunkiem magnetycznym objętym powierzchnią Gaussa
prawo Faradaya	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$	wiąże indukowane pole elektryczne ze zmiennym strumieniem magnetycznym
uogólnione prawo Ampère'a	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 I_p$	wiąże indukowane pole magnetyczne ze zmiennym strumieniem elektrycznym oraz z prądem

¹zapisane przy założeniu, że nie występują materiały dielektryczne ani magnetyczne.

Prawo Gaussa dla pól magnetycznych Najprostszymi układami magnetycznymi są dipole magnetyczne. Monopole magnetyczne nie istnieją. **Prawo Gaussa dla pól magnetycznych:**

$$\Phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0. \quad (32.1)$$

Ze wzoru tego wynika, że wypadkowy strumień magnetyczny, przenikający przez dowolną (zamkniętą) powierzchnię Gaussa jest równy zeru. Możemy wyciągnąć stąd wniosek, że monopole magnetyczne nie istnieją.

Ziemskie pole magnetyczne Ziemskie pole magnetyczne może być traktowane w przybliżeniu jako pole dipola magnetycznego, którego moment magnetyczny tworzy kąt $11,5^\circ$ z osią obrotu Ziemi, przy czym południowy biegun tego dipola znajduje się na półkuli północnej. Kierunek lokalnego pola magnetycznego w dowolnym punkcie na powierzchni Ziemi jest określony *deklinacją magnetyczną* (czyli kątem mierzonym w lewo lub w prawo od kierunku północy geograficznej) oraz *inklinacją magnetyczną* (czyli kątem mierzonym w górę lub w dół od płaszczyzny poziomej).

Spinowy moment magnetyczny Elektron ma swój własny moment pędu, zwany *spinowym momentem pędu* (lub *spinem*) $\vec{S}$, z którym związany jest własny *spinowy moment magnetyczny* $\vec{\mu}_s$:

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m} \vec{S}. \quad (32.2)$$

Sam spin $\vec{S}$ nie może być zmierzony, można natomiast zmierzyć dowolną jego składową. Jeśli pomiar jest dokonywany wzdłuż osi z układu współrzędnych, składowa S_z może przyjmować tylko wartości dane wzorem:

$$S_z = m_s \frac{h}{2\pi}, \quad \text{dla } m_s = \pm \frac{1}{2}, \quad (32.3)$$

gdzie $h (= 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})$ jest stałą Plancka. Podobnie spinowy moment magnetyczny $\vec{\mu}_s$ elektronu nie może być zmierzony, ale można zmierzyć jego składową. Składowa wzdłuż osi z jest równa:

$$\mu_{s,z} = \mp \frac{eh}{4\pi m} = \mp \mu_B, \quad (32.4, 32.6)$$

gdzie μ_B oznacza *magneton Bohra*:

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}. \quad (32.5)$$

Energia potencjalna E_p , związana z ustawieniem spinowego momentu magnetycznego w zewnętrznym polu magnetycznym $\vec{B}_{zewn}$ jest równa:

$$E_p = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_{zewn} = -\mu_{s,z} B_{zewn}. \quad (32.7)$$

Orbitalny moment magnetyczny Elektron w atomie ma także moment pędu zwany *orbitalnym momentem pędu* $\vec{L}_{orb}$, z którym

związany jest *orbitalny moment magnetyczny* $\vec{\mu}_{orb}$:

$$\vec{\mu}_{orb} = -\frac{e}{2m} \vec{L}_{orb}. \quad (32.8)$$

Składowa orbitalnego momentu pędu jest skwantowana i może przyjmować tylko wartości:

$$L_{orb,z} = m_l \frac{h}{2\pi},$$

dla $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(\text{wartość maksymalna}). \quad (32.9)$

Zatem wartość składowej orbitalnego momentu magnetycznego jest równa:

$$\mu_{orb,z} = -m_l \frac{eh}{4\pi m} = -m_l \mu_B. \quad (32.10, 32.11)$$

Energia potencjalna E_p , związana z ustawieniem orbitalnego momentu magnetycznego w zewnętrznym polu magnetycznym $\vec{B}_{zewn}$ jest równa:

$$E_p = -\vec{\mu}_{orb} \cdot \vec{B}_{zewn} = -\mu_{orb,z} B_{zewn}. \quad (32.12)$$

Diamagnetyzm Materiały *diamagnetyczne* nie wykazują właściwości magnetycznych, dopóki nie zostaną umieszczone w zewnętrznym polu magnetycznym $\vec{B}_{zewn}$. Powstaje w nich wtedy moment magnetyczny, skierowany przeciwnie do $\vec{B}_{zewn}$. Jeżeli pole jest niejednorodne, materiał *diamagnetyczny* jest wypychany z obszaru silniejszego pola magnetycznego.

Paramagnetyzm W materiale *paramagnetycznym* każdy atom ma trwały dipolowy moment magnetyczny $\vec{\mu}$, ale momenty magnetyczne są zorientowane przypadkowo i materiał, jako całość, nie wytwarza pola magnetycznego. Jednakże zewnętrzne pole magnetyczne $\vec{B}_{zewn}$ może częściowo uporządkować momenty magnetyczne, wytwarzając w materiale wypadkowy dipolowy moment magnetyczny w kierunku $\vec{B}_{zewn}$. Jeżeli $\vec{B}_{zewn}$ jest niejednorodne, to materiał *paramagnetyczny* jest wciągany do obszaru silniejszego pola magnetycznego.

Uporządkowanie atomowych momentów dipolowych rośnie wraz ze wzrostem indukcji $\vec{B}_{zewn}$ i maleje wraz ze wzrostem temperatury T . Stopień, do jakiego próbka o objętości V jest namagnesowana, jest określony przez wektor *namagnesowania* $\vec{M}$, którego wartość jest równa:

$$M = \frac{\text{zmierzony moment magnetyczny}}{V}. \quad (32.18)$$

Całkowite uporządkowanie wszystkich N atomowych dipoli magnetycznych w próbce, zwane *nasyceniem* próbki, odpowiada maksymalnej wartości namagnesowania $M_{max} = N\mu/V$. Dla małych wartości stosunku B_{zewn}/T mamy zależność przybliżoną:

$$M = C \frac{B_{zewn}}{T} \quad (\text{prawo Curie}), \quad (32.19)$$

gdzie C jest nazywane *stałą Curie*.

Ferromagnetyzm Pod nieobecność zewnętrznego pola magnetycznego, niektóre z elektronów w materiale ferromagnetycznym wykazują uporządkowanie swoich dipolowych momentów magnetycznych, wynikające z kwantowego oddziaływania, zwanego *oddziaływaniem wymiennym*. W ten sposób powstają obszary (domeny) wewnątrz materiału, wykazujące duży moment magnetyczny. Zewnętrzne pole $\vec{B}$ może uporządkować dipolowe momenty magnetyczne tych obszarów, wytwarzając duży wypadkowy moment magnetyczny w całym materiale, zorientowany w kierunku $\vec{B}_{zewn}$. Ten wypadkowy moment magnetyczny może się częściowo utrzymywać, gdy usuniemy pole $\vec{B}_{zewn}$. Jeżeli $\vec{B}_{zewn}$ jest niejednorodne, to materiał ferromagnetyczny jest wciągany do obszaru silniejszego pola magnetycznego. Ferromagnetyzm substancji znika, gdy temperatura przekracza *temperaturę Curie*, i wtedy próbka wykazuje tylko paramagnetyzm.

Uogólnione prawo Ampère'a Zmienny strumień elektryczny indukuje pole magnetyczne $\vec{B}$. To prawo:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (32.27)$$

wiąże pole magnetyczne, indukowane wzdłuż zamkniętego konturu, ze zmiennym strumieniem elektrycznym Φ_E , przenikającym przez ten kontur. Prawo Ampère'a $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_p$ (równanie

(32.28)) określa pole magnetyczne, wytworzone przez prąd o natężeniu I_p , objęty zamkniętym konturem. Równanie (32.27) i prawo Ampère'a mogą być zapisane w postaci jednego równania:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 I_p \quad (\text{uogólnione prawo Ampère'a}). \quad (32.29)$$

Prąd przesunięcia Definiujemy natężenie fikcyjnego *prądu przesunięcia*, wywołanego zmiennym polem elektrycznym jako:

$$I_{prz} = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}. \quad (32.34)$$

Równanie (32.29) przyjmuje wtedy postać:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{prz,p} + \mu_0 I_p \quad (\text{uogólnione prawo Ampère'a}), \quad (32.35)$$

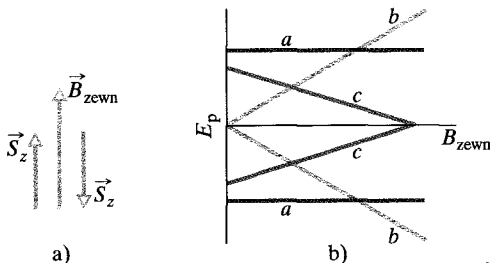
gdzie $I_{prz,p}$ jest natężeniem prądu przesunięcia, objętego konturem całkowania. Idea prądu przesunięcia pozwala zachować pojęcie ciągłości prądu, płynącego przez kondensator. Jednakże prąd przesunięcia *nie* oznacza przemieszczenia ładunku.

Równania Maxwella Równania Maxwella, przedstawione w tabeli 32.1, są podsumowaniem elektromagnetyzmu, a jednocześnie tworzą jego podstawę.

Pytania

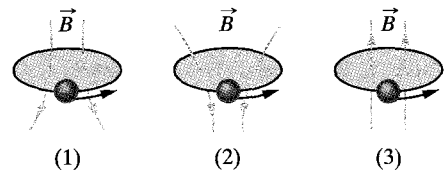
1. Elektron, znajdujący się w zewnętrznym polu magnetycznym o indukcji $\vec{B}_{zewn}$ ma spinowy moment pędu S_z , skierowany antyrównolegle do wektora $\vec{B}_{zewn}$. Jeżeli w elektronie następuje *odwrócenie spinu*, tak że S_z jest równoległe do $\vec{B}_{zewn}$, to czy wtedy elektron zyskuje, czy traci energię?

2. Na rysunku 32.17a przedstawiono dwa przeciwnie skierowane ustawienia spinu dla elektronu w zewnętrznym polu magnetycznym $\vec{B}_{zewn}$. Na rysunku 32.17b przedstawiono trzy wykresy energii potencjalnej, związanej z tymi ustawieniami, jako funkcji wartości indukcji pola $\vec{B}_{zewn}$. Wykresy b i c składają się z przecinających się linii, a wykres a — z równoległych linii. Który wykres jest poprawny?



Rys. 32.17. Pytanie 2

3. Na rysunku 32.18 przedstawiono elektron, krążący po orbicie w polu magnetycznym, w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara. Pole jest niejednorodne w przypadku 1 i 2, natomiast jednorodne w przypadku 3. Czy następujące wielkości: a) dipolowy moment magnetyczny pętli, b) siła magnetyczna działająca na pętlę, są dla danego przypadku skierowane do góry, w dół, czy są równe zero?



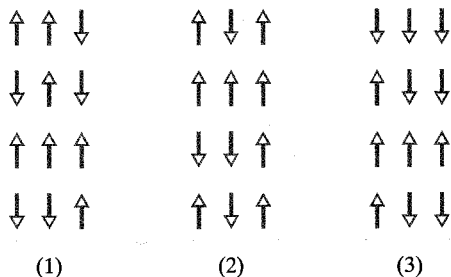
Rys. 32.18. Pytania 3, 5 i 6

4. Czy wartość wypadkowej siły działającej na pętlę na rysunku 32.8a i b wzrośnie, zmaleje, czy pozostanie taka sama, jeżeli zwiększymy: a) wartość $\vec{B}_{zewn}$, b) rozbieżność $\vec{B}_{zewn}$?

5. W pytaniu 3 i na rysunku 32.18 zastąp pętlę z prądem kulkami diamagnetycznymi. Czy następujące wielkości: a) dipolowy moment magnetyczny kulki, b) siła magnetyczna, działająca na kulkę, będą dla danego przypadku skierowane do góry, w dół, czy będą równe zero?

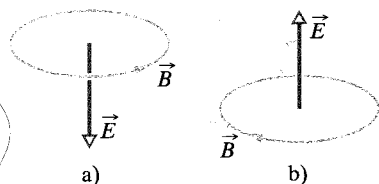
6. W pytaniu 3 i na rysunku 32.18 zastąp pętle z prądem kulkami paramagnetycznymi. Czy następujące wielkości: a) dipolowy moment magnetyczny kulki, b) siła magnetyczna, działająca na kulkę, będą dla danego przypadku skierowane do góry, w dół, czy będą równe zero?

7. Na rysunku 32.19 przedstawiono trzy przykładowe ustawienia dipoli magnetycznych w materiale diamagnetycznym. (Dla uproszczenia przyjęto, że momenty magnetyczne są skierowane tylko w górę lub w dół strony). Te trzy przypadki różnią się wartością indukcji magnetycznej pola przyłożonego do materiału. a) Czy w poszczególnych przypadkach przyłożone pole jest skierowane w górę, czy w dół strony? b) U szereguj trzy przypadki pod względem: b) wartości przyłożonego pola, c) namagnesowania materiału, zaczynając od największej wartości.



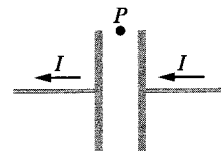
Rys. 32.19. Pytanie 7

8. Na rysunku 32.20 przedstawiono w dwóch przypadkach wektor natężenia pola elektrycznego i linię indukowanego pola magnetycznego. Czy w poszczególnych przypadkach wartość $\vec{E}$ rośnie, czy maleje?



Rys. 32.20. Pytanie 8

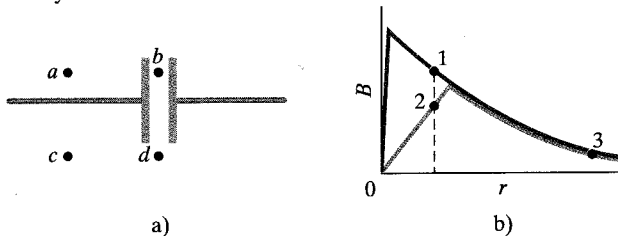
9. Na rysunku 32.21 przedstawiono kondensator płaski oraz prąd płynący w doprowadzeniach, rozładowujący kondensator. Czy: a) wektor natężenia pola elektrycznego $\vec{E}$, b) prąd przesunięcia o natężeniu I_{prz} , są skierowane w lewo, czy w prawo między okładkami kondensatora? c) Czy pole magnetyczne w punkcie P jest skierowane za, czy przed płaszczyznę rysunku?



Rys. 32.21. Pytanie 9

10. Kondensator płaski o prostokątnych okładkach jest rozładowywany. Prostokątna ramka, wstawiona w obszar między okładkami, ma wymiary L i $2L$. Wymiary okładek wynoszą $2L$ i $4L$. Jaka część prądu przesunięcia jest objęta ramką, jeżeli prąd jest rozłożony równomiernie?

11. Na rysunku 32.22a przedstawiono kondensator o kołowych okładkach, który jest ładowany. Punkt a (w pobliżu jednego z przewodów doprowadzających) i punkt b (wewnątrz szczeliny kondensatora) znajdują się w tej samej odległości od osi, podobnie jak punkt c (nieco dalej od przewodu) i punkt d (między okładkami, ale na zewnątrz szczeliny). Jeden z wykresów na rysunku 32.22b ilustruje zależność wartości indukcji magnetycznej od odległości r , zarówno wewnątrz, jak i na zewnątrz przewodu. Drugi z wykresów ilustruje zależność wartości indukcji magnetycznej od odległości r , wewnątrz i na zewnątrz szczeliny kondensatora. Obydwa wykresy częściowo się pokrywają. Przyporządkuj każdy z punktów na rysunku 32.22a jednemu z trzech punktów na wykresie.



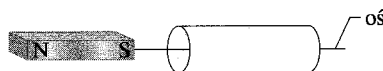
Rys. 32.22. Pytanie 11

Zadania

Rozwiązanie jest dostępne na stronie internetowej podręcznika: <http://www.wiley.com/college/hrw>
Rozwiązanie jest dostępne w postaci interaktywnej, wykorzystującej oprogramowanie Interactive LearningWare (na tej samej stronie)

32.2. Prawo Gaussa dla pól magnetycznych

1. Wyobraź sobie, że zwinąłeś kartkę papieru w rurkę i umieściłeś w pobliżu jej końca magnes sztabkowy, jak pokazano na rysunku



Rys. 32.23. Zadanie 1

32.23. a) Naskicuj linie pola magnetycznego, które przecinają cylindryczną powierzchnię kartki. b) Co możesz powiedzieć o znaku wyrażenia $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ dla każdego elementu $d\vec{s}$ na powierzchni? c) Zastanów się, czy jest to sprzeczne z prawem Gaussa dla pól magnetycznych.

2. Strumień magnetyczny, przenikający przez jedną z pięciu ścianek kostki do gry, jest dany wzorem $\Phi_B = \pm N \text{ Wb}$, gdzie N ($= 1$ do 5) oznacza liczbę oczek na ścianie. Strumień jest dodatni (skierowany na zewnątrz) dla N parzystych i ujemny (skierowany do wnętrza) dla N nieparzystych. Wyznacz strumień, przechodzący przez szóstą ściankę kostki.

3. Powierzchnia gaussowska, składająca się z powierzchni walca o przekroju kołowym oraz dwóch denek ma promień 12 cm i długość 80 cm . Przez jedno z denek przenika strumień magnetyczny o wartości $25 \mu\text{Wb}$, skierowany do wnętrza. Przy drugim denku istnieje jednorodne pole magnetyczne o indukcji $1,6 \text{ mT}$, prostopadłe do powierzchni i skierowanej na zewnątrz. Jaki jest wypadkowy strumień magnetyczny przechodzący przez powierzchnię boczną walca? ilw. www

32.3. Magnetyzm ziemski

4. Przyjmij, że średnia wartość pionowej składowej ziemskiego pola magnetycznego wynosi $43 \mu\text{T}$ (w dół) dla całego stanu Arizona, który ma powierzchnię $2,95 \cdot 10^5 \text{ km}^2$. Oblicz całkowity strumień magnetyczny przez pozostałą część powierzchni Ziemi (tzn. przez całą powierzchnię z wyjątkiem stanu Arizona). Czy ten wypadkowy strumień jest skierowany na zewnątrz, czy do wnętrza Ziemi?

5. W stanie New Hampshire średnia wartość poziomej składowej ziemskiego pola magnetycznego była równa $16 \mu\text{T}$ w 1912 roku, a średnia inklinacja wynosiła 73° . Jaka była wtedy wartość indukcji magnetycznej całkowitego ziemskiego pola?

6. Ziemskie pole magnetyczne może być w przybliżeniu traktowane jako pole magnetyczne dipola. Pozioma (h) i pionowa (v) składowa tego pola, w punkcie położonym w odległości r od środka Ziemi, jest dana wzorem:

$$B_h = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \cos \lambda_m, \quad B_v = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \sin \lambda_m,$$

gdzie λ_m jest szerokością magnetyczną (mierzoną od równika geomagnetycznego w kierunku północnego lub południowego bieguna geomagnetycznego). Przyjmij, że dipolowy moment magnetyczny Ziemi jest równy $\mu = 8 \cdot 10^{22} \text{ A} \cdot \text{m}^2$. a) Wykaż, że wartość indukcji magnetycznej ziemskiego pola na szerokości λ_m jest dana wyrażeniem:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda_m}.$$

b) Wykaż, że inklinacja ϕ_i pola magnetycznego jest związana z szerokością magnetyczną równaniem:

$$\tan \phi_i = 2 \tan \lambda_m.$$

7. Skorzystaj z wyników przedstawionych w zadaniu 6 do oszacowania ziemskiego pola magnetycznego (zarówno wartości indukcji, jak i inklinacji): a) na równiku geomagnetycznym, b) w punkcie o szerokości magnetycznej 60° , c) na północnym biegunie geomagnetycznym.

8. Korzystając z przybliżeń podanych w zadaniu 6 wyznacz: a) wysokość nad powierzchnią Ziemi, gdzie wartość indukcji ziemskiego pola magnetycznego stanowi 50% wartości na powierzchni, na tej samej szerokości magnetycznej, b) maksymalną wartość indukcji magnetycznej pola na granicy między jądrem a płaszczem Ziemi, 2900 km pod powierzchnią Ziemi, c) wartość indukcji magnetycznej i inklinację pola ziemskiego na geograficznym biegunie północnym. Wyjaśnij, dlaczego wartości obliczone w punkcie (c) różnią się od wartości zmierzonych.

32.4. Magnetyzm i elektrony

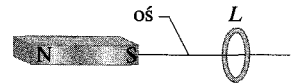
9. Jaka jest zmierzona wartość składowej orbitalnego momentu magnetycznego elektronu dla: a) $m_l = 1$, b) $m_l = -2$?

10. Ile wynosi różnica energii ustawienia równoległego i antyrównoległego z-owej składowej spinowego momentu magnetycznego elektronu, w zewnętrznym polu magnetycznym o indukcji $0,25 \text{ T}$, skierowanym równoległe do osi z ?

11. Jaka jest wartość składowej: a) $L_{\text{orb},z}$, b) $\mu_{\text{orb},z}$, jeżeli elektron w atomie ma orbitalny moment pędu różny od zera, a $m_l = 0$? Jeżeli ten atom znajduje się w zewnętrznym polu magnetycznym $\vec{B}$ o indukcji 35 mT , skierowanym wzdłuż osi z , to jaka energia potencjalna związana jest z orientacją: c) orbitalnego momentu magnetycznego elektronu, d) spinowego momentu magnetycznego elektronu? e) Wykonaj polecenia od (a) do (d) dla $m_l = -3$.

32.6. Diamagnetyzm

12. Na rysunku 32.24 przedstawiono pętlę z prądem I , która jest modelem materiału diamagnetycznego. a) Naszkicuj linie pola magnetycznego, przechodzące przez materiał i wokół niego, pochodzące od magnesu sztabkowego. b) Jaki jest kierunek dipolowego momentu magnetycznego $\vec{\mu}$ pętli i umownego prądu o natężeniu I , płynącego w pętli? c) Jaki jest kierunek siły magnetycznej, działającej na pętlę?



Rys. 32.24. Zadania 12 i 16

13*. Przypuśćmy, że elektron o masie m i wartości bezwzględnej ładunku e porusza się po kołowej orbicie wokół jądra. Prostopadle do płaszczyzny orbity zostaje przyłożone jednorodne pole magnetyczne o indukcji $\vec{B}$. Zakładając dodatkowo, że promień orbity się nie zmienia, a zmiana prędkości elektronu spowodowana polem $\vec{B}$ jest mała, wyprowadź wzór określający zmianę orbitalnego momentu magnetycznego elektronu wywołaną przyłożonym polem.

32.7. Paramagnetyzm

14. Pole magnetyczne o indukcji $0,5 \text{ T}$ działa na gaz paramagnetyczny, którego atomy mają własny dipolowy moment magnetyczny równy $1 \cdot 10^{-23} \text{ J/T}$. W jakiej temperaturze średnia energia kinetyczna ruchu postępowego atomów gazu będzie równa energii potrzebnej do odwrócenia dipola o 180° w tym polu magnetycznym?

15. Magnes w kształcie walcowego pręta ma długość 5 cm i średnicę 1 cm. Jego namagnesowanie jest jednorodne i wynosi $5,3 \cdot 10^3$ A/m. Ile wynosi dipolowy moment magnetyczny pręta?

16. Powtórz zadanie 12 dla przypadku, gdy pętla L stanowi model materiału paramagnetycznego.

17. Próbką soli paramagnetycznej, której krzywa magnesowania jest przedstawiona na rysunku 32.9, ma być zbadana w celu sprawdzenia, czy stosuje się do niej prawo Curie. Próbką znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o stałej wartości indukcji 0,5 T, a jej namagnesowanie M jest mierzone w zakresie temperatur od 10 do 300 K. Czy w tych warunkach okaże się, że prawo Curie jest spełnione?

18. Próbką soli paramagnetycznej, której krzywa magnesowania jest przedstawiona na rysunku 32.9, jest utrzymywana w temperaturze pokojowej (300 K). Dla jakiej wartości indukcji magnetycznej przyłożonego pola stopień nasycenia magnetycznego próbki będzie wynosił: a) 50%, b) 90%? Czy takie pola są osiągalne w warunkach laboratoryjnych?

19. Elektron o energii kinetycznej E_{ke} porusza się po kołowym torze, którego płaszczyzna jest prostopadła do kierunku jednorodnego pola magnetycznego. Ruch elektronu podlega tylko działaniu siły wywołanej polem. a) Wykaż, że dipolowy moment magnetyczny elektronu, wynikający z jego ruchu po orbicie, ma wartość $\mu = E_{ke}/B$ i jest skierowany przeciwnie do $\vec{B}$. b) Jaka jest wartość i kierunek dipolowego momentu magnetycznego jonu dodatniego o energii E_{kj} w tych samych warunkach? c) Zjonizowany gaz składa się z $5,3 \cdot 10^{21}$ elektronów/m³ i takiej samej liczby jonów, przypadających na m³. Przyjmij, że średnia energia kinetyczna elektronu wynosi $6,2 \cdot 10^{-20}$ J, a średnia energia kinetyczna jonu $7,6 \cdot 10^{-21}$ J. Oblicz namagnesowanie gazu, gdy znajduje się on w polu magnetycznym o indukcji 1,2 T.

32.8. Ferromagnetyzm

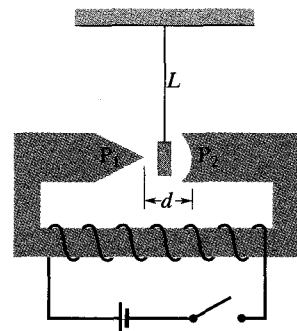
20. Pomiary w kopalniach i otworach wiertniczych wykazują, że temperatura wnętrza Ziemi rośnie wraz z głębokością średnio o 30°C/km. Przyjmując temperaturę na powierzchni równą 10°C, oblicz głębokość, dla której żelazo przestaje być ferromagnetykiem. (Temperatura Curie żelaza zmienia się bardzo nieznacznie wraz z ciśnieniem).

21. Oddziaływanie wymienne, wspomniane w paragrafie 32.8 jako przyczyna ferromagnetyzmu, *nie* jest wzajemnym oddziaływaniem magnetycznym między dwoma elementarnymi dipolami magnetycznymi. Aby to wykazać, oblicz a) wartość indukcji magnetycznej pola w odległości 10 nm (mierzonej wzdłuż osi dipola) od atomu o dipolowym momencie magnetycznym równym $1,5 \cdot 10^{-23}$ J/T (kobalt), b) minimalną wartość energii, potrzebnej do odwrócenia o 180° drugiego takiego dipola w tym polu magnetycznym. Jaki wniosek możesz wyciągnąć, porównując ten wynik z wynikiem otrzymanym w przykładzie 32.1?

22. Moment magnetyczny, związany z atomem żelaza w żelaznej sztabce, jest równy $2,1 \cdot 10^{-23}$ J/T. Przypuśćmy, że wszystkie atomy w sztabce, która ma długość 5 cm i pole przekroju 1 cm², mają momenty magnetyczne ustawione równolegle. a) Ile wynosi moment magnetyczny sztabki? b) Jaki moment siły należy przyłożyć, aby utrzymać ten magnes prostopadłe do zewnętrznego pola o indukcji 1,5 T? (Gęstość żelaza wynosi 7,9 g/cm³).

23. Namagnesowanie nasycenia $M_{\max}$ ferromagnetycznego metalu (niklu) jest równe $4,7 \cdot 10^5$ A/m. Oblicz moment magnetyczny pojedynczego atomu niklu. (Gęstość niklu wynosi 8,9 g/cm³, a jego masa molowa 58,71 g/mol).

24. Na rysunku 32.25 przedstawiono urządzenie, używane podczas wykładów do poglądowego przedstawienia zjawisk paramagnetyzmu i diamagnetyzmu. Próbką materiału magnetycznego jest zawieszona na długiej strunie w niejednorodnym polu magnetycznym ($d = 2$ cm) między biegunami silnego elektromagnesu. Nabiegunnik P_1 jest ostro zakończony, a nabiegunnik P_2 jest zaokrąglony, jak pokazano na rysunku. Słuchacze mogą obserwować odchylenie struny od pozycji pionowej dzięki optycznemu układowi projekcyjnemu (nie pokazanemu na rysunku). a) Najpierw badana jest próbka bizmutu, który jest materiałem silnie diamagnetycznym. Po włączeniu elektromagnesu można zaobserwować, że próbka odchyła się nieznacznie (około 1 mm) w kierunku jednego z nabiegunników. Jaki jest kierunek tego odchylenia? b) Następnie badana jest próbka glinu, który jest materiałem paramagnetycznym i przewodzącym. Po włączeniu elektromagnesu obserwuje się najpierw silne odchylenie (około 1 cm) w kierunku jednego nabiegunnika, trwające około sekundy, a następnie umiarkowane odchylenie (kilka milimetrów) w kierunku drugiego nabiegunnika. Wyjaśnij i wskaż kierunki tych odchylení. (Wskazówka: Próbką glinu jest przewodnikiem, do którego stosuje się reguła Lenza). c) Co by się stało, gdyby zastosowano próbkę materiału ferromagnetycznego?



Rys. 32.25. Zadanie 24

25. Dipolowy moment magnetyczny Ziemi wynosi $8 \cdot 10^{22}$ J/T. a) Gdyby źródłem magnetyzmu ziemskiego była namagnesowana kula z żelaza, to jaki byłby jej promień? b) Jaką część objętości Ziemi zajmowałaby taka kula? Przyjmij, że dipole są całkowicie uporządkowane. Gęstość wewnętrznego jądra Ziemi wynosi 14 g/cm³. Dipolowy moment magnetyczny atomu żelaza jest równy $2,1 \cdot 10^{-23}$ J/T. (Uwaga: Uważa się, że istotnie wewnętrzne jądro Ziemi znajduje się zarówno w stanie ciekłym, jak i stałym i składa się częściowo z żelaza. Jednak różne argumenty wykluczają istnienie magnesu trwałego jako źródła magnetyzmu ziemskiego. Przede wszystkim temperatura we wnętrzu Ziemi jest z pewnością wyższa od temperatury Curie).

32.9. Indukowane pole magnetyczne

26. W przykładzie 32.3 opisano ładowanie kondensatora płaskiego, mającego kołowe okładki o promieniu 55 mm. Dla jakich odległości r od osi kondensatora, wartość indukcji magnetycznej indukowanego pola stanowi 50% jej wartości maksymalnej?

27. Indukcja magnetyczna indukowanego pola między okładkami kołowego kondensatora płaskiego w odległości 6 mm od jego osi wynosi $2 \cdot 10^{-7}$ T. Promień okładek jest równy 3 mm. Jaka jest szybkość zmian $d\vec{E}/dt$ pola elektrycznego między okładkami?

28. Przypuśćmy, że kondensator płaski ma okładki w kształcie koła o promieniu $R = 30$ mm, a odległość między nimi wynosi 5 mm. Przypuśćmy także, że do okładek kondensatora przyłożono napięcie o maksymalnej wartości 325 V i częstotliwości 50 Hz, tzn.

$$U = (325 \text{ V}) \sin[2\pi(50 \text{ Hz})t].$$

a) Oblicz $B_{\max}(R)$, czyli maksymalną wartość indukcji magnetycznej indukowanego pola, która występuje dla $r = R$. b) Narysuj wykres $B_{\max}(r)$ dla $0 < r < 10$ cm.

32.10. Prąd przesunięcia

29. Wykaż, że natężenie prądu przesunięcia w kondensatorze płaskim o pojemności C może być zapisane w postaci $I_{\text{prz}} = C(dU/dt)$, gdzie U jest różnicą potencjałów między okładkami.

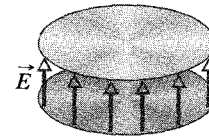
30. Z jaką szybkością musi się zmieniać różnica potencjałów między okładkami kondensatora płaskiego o pojemności $2 \mu\text{F}$, aby wytworzyć prąd przesunięcia o natężeniu 1,5 A?

31. Dla przypadku omówionego w przykładzie 32.3 wykaż, że gęstość prądu przesunięcia jest równa $J_{\text{prz}} = \epsilon_0(dE/dt)$ dla $r \leq R$.

32. Kondensator płaski, mający kołowe okładki o promieniu 0,1 m, jest rozładowywany. Pętla w kształcie okręgu o promieniu 0,2 m jest ułożona równolegle do okładek w taki sposób, że jej środek leży na prostej łączącej środki okładek kondensatora i znajduje się w połowie odległości między okładkami. Natężenie prądu przesunięcia, przechodzącego przez pętlę wynosi 2 A. Z jaką szybkością zmienia się natężenie pola elektrycznego między okładkami?

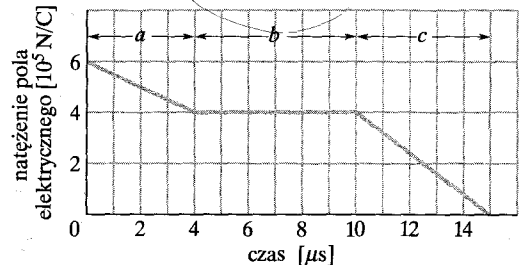
33. Kondensator płaski, mający kołowe okładki o średnicy 20 cm, jest ładowany. Gęstość prądu przesunięcia w obszarze między okładkami jest stała i ma wartość 20 A/m^2 . a) Oblicz wartość indukcji magnetycznej B w odległości $r = 50$ mm od osi symetrii tego obszaru. b) Oblicz dE/dt w tym obszarze.

34. Wartość natężenia pola elektrycznego między dwiema równoległymi kołowymi płytami wynosi $E = 4 \cdot 10^5 - 6 \cdot 10^4 t$, gdzie E jest wyrażone w woltach na metr, a t w sekundach. W chwili $t = 0$ pole jest skierowane do góry, jak pokazano na rysunku 32.26. Pole powierzchni każdej płyty jest równe $4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$. Zakładając, że $t \geq 0$ oblicz: a) jaka jest wartość natężenia i kierunek prądu przesunięcia między płytami? b) Czy kierunek wektora indukcji magnetycznej pola, indukowanego wokół płyt jest zgodny, czy przeciwny do ruchu wskazówek zegara?



Rys. 32.26. Zadanie 34

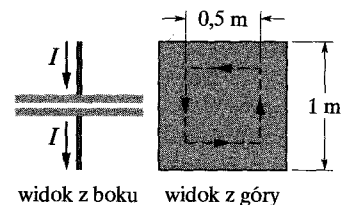
35. Natężenie jednorodnego pola elektrycznego maleje do zera od początkowej wartości $6 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ w czasie $15 \mu\text{s}$, w sposób pokazany na rysunku 32.27. Oblicz wartość natężenia prądu przesunięcia, płynącego przez powierzchnię $1,6 \text{ m}^2$, prostopadłą do kierunku pola, podczas każdego z przedziałów czasu a , b i c , pokazanych na wykresie. (Pomiń efekty na granicach przedziałów).



Rys. 32.27. Zadanie 35

36. Kondensator płaski, którego okładki mają kształt koła, jest ładowany. Rozważ kołową pętlę o środku na osi kondensatora, umieszczoną między okładkami. Promień pętli jest równy 0,2 m, promień okładki — 0,1 m, a natężenie prądu przesunięcia płynącego przez pętlę wynosi 2 A. Z jaką szybkością zmienia się pole elektryczne między okładkami kondensatora?

37. Kondensator płaski ma kwadratowe okładki o boku 1 m, jak pokazano na rysunku 32.28. Prąd o natężeniu 2 A ładuje kondensator, wytwarzając jednorodne pole elektryczne $\vec{E}$ między okładkami, skierowane prostopadle do nich. a) Jak jest natężenie prądu przesunięcia I_{prz} w obszarze między okładkami? b) Jaka jest wartość dE/dt w tym obszarze? c) Jakie jest natężenie prądu przesunięcia między okładkami, płynącego wewnątrz kwadratowego konturu, zaznaczonego linią przerywaną? d) Jaka jest wartość całki $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ wzdłuż tego konturu?



Rys. 32.28. Zadanie 37

38. Kondensator, mający równoległe kołowe okładki o promieniu R , jest rozładowywany prądem o natężeniu 12 A. Wyobraź sobie pętlę o promieniu $R/3$ i środku na osi kondensatora, umieszczoną między okładkami. a) Ile wynosi natężenie prądu przesunięcia objętego pętlą? Maksymalna wartość indukcji magnetycznej indukowanego pola $B_{\max}$ wynosi 12 mT. b) W jakiej odległości od osi okładki wartość B jest równa 3 mT?