

20. Fale dźwiękowe

20-1. Dźwięki słyszalne, ultradźwięki i infradźwięki

Fale dźwiękowe są podłużnymi falami mechanicznymi. Mogą one rozchodzić się w ciałach stałych, cieczach i gazach. Materialne cząstki ośrodka, w którym rozchodzi się fala, drgają wzdłuż prostej pokrywającej się z kierunkiem propagacji tej fali. Zakres częstotliwości, jakie mogą mieć podłużne fale mechaniczne, jest bardzo szeroki, przy czym falami *dźwiękowymi* nazywamy fale o takich częstotliwościach, które w działaniu na ludzkie ucho i mózg wywołują wrażenie słyszenia. Zakres tych częstotliwości rozciągający się od około 20 Hz do około 20 000 Hz nazywany jest zakresem *słyszalnym*. Podłużne fale mechaniczne o częstotliwościach niższych od częstotliwości słyszalnych nazywane są falami *infradźwiękowymi* (poddźwiękowymi), a fale o częstotliwościach wyższych niż słyszalne — falami *ultradźwiękowymi*.

Fale poddźwiękowe są zwykle generowane przez źródła o wielkich rozmiarach. Przykładem tych fal są fale powstające przy trzęsieniu Ziemi*. Wysokie częstotliwości związane z ultradźwiękami** wytwarzane są podczas drgań kryształu kwarcu pobudzanego rezonansowo przez wymuszające pole elektryczne (zjawisko piezoelektryczne). W ten sposób można wytwarzać ultradźwięki o częstotliwościach dochodzących do $6 \cdot 10^8$ Hz; odpowiadająca tej częstotliwości długość fali w powietrzu wynosi około $5 \cdot 10^{-5}$ cm, a więc równa jest długości widzialnej fali świetlnej.

Fale słyszalne powstają w wyniku drgań strun (np. strun skrzypcowych, strun głosowych), drgań słupów powietrza (organy, klarnet) oraz drgań różnych płyt i membran (ksylofon, głośnik, bęben). Wszystkie te elementy drgające na przemian zgęszczają i rozrzedzają otaczające je powietrze; zgęszczanie następuje w czasie ruchu do przodu, a rozrzedzanie w czasie ruchu powrotnego. Powietrze przenosi te zaburzenia na duże odległości od źródła w postaci fali. Fale te po dotarciu do ucha wywołują wrażenie dźwięku. Fale, które są w przybliżeniu periodyczne, oraz zespoły fal składające się z małej liczby składowych w przybliżeniu periodycznych, dostarczają wrażeń przyjemnych (jeśli tylko

* Patrz: Jack Oliver, Long Earthquake Waves, *Scientific American*, Marh 1959.

** Patrz: Margaret F. Cracknell and Arthur P. Cracknell, Applications of Ultrasonics, *Contemporary Physic*, January 1976.

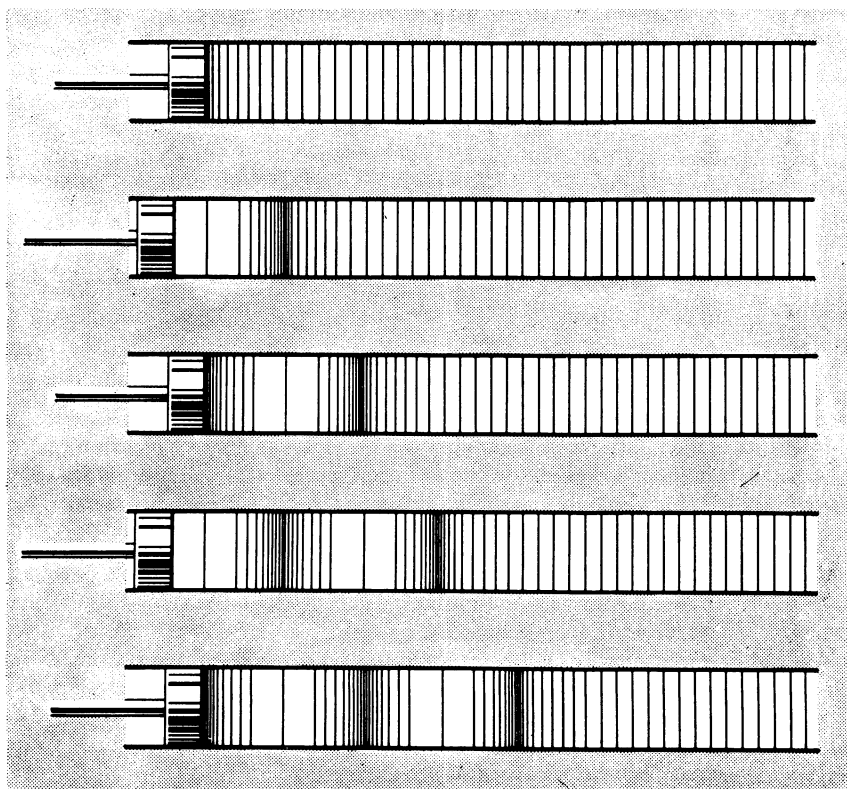
ich natężenie nie jest zbyt duże); odnosi się to na przykład do dźwięków muzycznych*. Dźwięki, dla których kształt fali nie jest periodyczny, są słyszalne jako szumy. Szumy można przedstawić w postaci superpozycji fal periodycznych, ale ilość składników tej superpozycji będzie bardzo duża.

W tym rozdziale zajmujemy się własnościami podłużnych fal mechanicznych, posługując się falami dźwiękowymi jako modelem tych fal.

20-2. Rozchodzenie się i prędkość fal podłużnych

Jeżeli nie ma żadnych zakłóceń, fala dźwiękowa wytwarzana przez źródło punktowe rozchodzi się we wszystkich kierunkach. Wygodniej jest jednak badać propagację jednowymiarową niż trójwymiarową, dlatego też najpierw rozpatrzmy przechodzenie fali podłużnej przez rurę.

Na rysunku 20-1 przedstawiono rurę wypełnioną ściśliwą substancją (płynem) i zamkniętą na jednym końcu tłokiem. Linie pionowe dzielą tę substancję (gaz lub ciecz) na cienkie „plasterki”, z których każdy ma taką samą masę. Tam, gdzie linie te leżą stosunkowo blisko siebie, ciśnienie i gęstość płynu są większe niż w przypadku płynu niezaburzo-



Rys. 20-1. Fale dźwiękowe wytwarzane w rurze przez drgający tłok. Linie pionowe dzielą ośrodki ściśliwy, znajdujący się w rurze, na warstwy o jednakowej masie

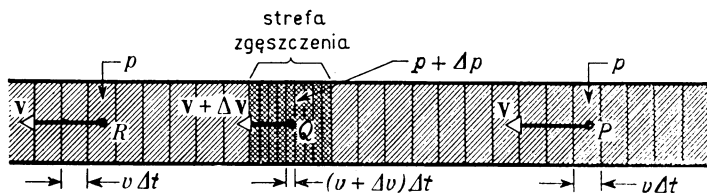
* Patrz John Backus, *The Acoustical Foundations of Music*, W. W. Norton and Co., Inc., Nowy Jork 1969.

nego, i odwrotnie. Na razie płyn będziemy uważać za ośrodek ciągły i pominiemy fakt, że jest on zbudowany z beładnie poruszających się cząsteczek.

Kiedy tłok przesuamy do przodu, płyn znajdujący się tuż przed nim jest sprężany, a jego ciśnienie i gęstość rosną w porównaniu z normalnymi, niezaburzonymi wartościami. Zgęszczony płyn przesuwa się do przodu, sprężając następną warstwę; przez rurę przebiega impuls zgęszczenia. Jeżeli teraz cofniemy tłok, gaz w jego sąsiedztwie rozpręży się, jego ciśnienie i gęstość spadną poniżej normalnej, niezaburzonej wartości — przez rurę przebiega impuls rozrzedzenia. Takie impulsy są podobne do poprzecznych impulsów rozchodzących się wzdłuż sznura, z tym że drgające warstwy płynu poruszają się wzdłuż kierunku propagacji (podłużnie) zamiast pod kątem prostym do tego kierunku (poprzecznie). Jeżeli tłok drga do przodu i do tyłu, przez rurę przebiega ciąg rozrzedzeń i zagęszczeń (rys. 20-1). Podobnie jak dla fal poprzecznych w sznurze (patrz paragraf 19-5), korzystając z zasad dynamiki Newtona możemy wyrazić prędkość rozchodzenia się fali podłużnej przez wielkości określające bezwładność i sprężystość ośrodka. Zrobimy to teraz.

Założmy na razie, że rura jest bardzo długa, tak że możemy nie uwzględniać odbicia fali od jej drugiego końca. Podobnie jak dla sznura z rys. 19-6, będziemy rozważać nie cały ciąg falowy, lecz pojedynczy impuls (zgęszczenie), który można wytworzyć za pomocą krótkiego, gwałtownego pchnięcia tłoka z rys. 20-1.

Na rysunku 20-2 przedstawiono taki impuls (oznaczony nazwą „strefa zgęszczenia”) przebiegający wzdłuż rury z prędkością v , z lewej strony na prawą. Założmy, dla prostoty, że impuls ten ma ostro określone krańce i stałą wartość ciśnienia i gęstości w granicach zajmowanego obszaru. Analizując ruch poprzeczny impulsu w sznurze przekonaliśmy się, że wygodnie jest do rozważań wybrać układ odniesienia, w którym impuls spoczywa; postąpimy tak i teraz. Strefa zgęszczenia przedstawiona na rysunku 20-2 spoczywa więc w wybranym układzie odniesienia, podczas gdy płyn przepływa przez nią z prędkością v , jak zaznaczono na rysunku.



Rys. 20-2. Impuls zgęszczenia przebiega wzdłuż rury wypełnionej gazem. W układzie odniesienia, w którym niezaburzony gaz pozostaje w spoczynku, impuls porusza się z lewa na prawo z prędkością v . My jednak oglądamy ten impuls w układzie odniesienia, w którym impuls spoczywa; w tym układzie gaz znajdujący się na zewnątrz obszaru impulsu przepływa przez rurę z prawa na lewo z prędkością v , co właśnie zaznaczono na rysunku. Zauważmy, że Δv jest ujemne

Rozważmy ruch elementu płynu znajdującego się między liniami pionowymi w otoczeniu punktu P (patrz rys. 20-2). Element ten, poruszający się z prędkością v , napotyka w pewnej chwili strefę zgęszczenia. Przechodząc przez obszar tej strefy doznaje on między jej przednią i tylną ścianą zmiany ciśnienia o Δp . Element płynu zostaje zgęszczony i *spowolniony*, poruszając się w granicach strefy z prędkością $v + \Delta v$, gdzie wielkość Δv jest ujemna. Następnie element opuszcza strefę przez jej lewą powierzchnię ograniczającą, rozszerza się do objętości, którą miał pierwotnie, a różnica ciśnień Δp przyspiesza go do prędkości v . Na rysunku jest przedstawiony omawiany element płynu w punkcie R — po przejściu strefy zgęszczenia — poruszający się z prędkością v , taką jaką miał w punkcie P .

Zastosujmy zasady Newtona do elementu płynu w momencie, gdy wchodzi on w strefę zgęszczenia. Wypadkowa siła działająca w chwili wejścia w ten obszar jest skierowana w prawo (na rys. 20-2) i ma wartość

$$F = (p + \Delta p)A - pA = \Delta p A,$$

gdzie A jest przekrojem poprzecznym rury.

Długość elementu, gdy znajduje się on na zewnątrz strefy zgęszczenia (na przykład w punkcie P), wynosi $v\Delta t$, gdzie Δt jest czasem potrzebnym na przejście całego elementu przez dowolny punkt. Objętość elementu jest więc równa $v\Delta t A$, a jego masa $\rho_0 v A \Delta t$, gdzie ρ_0 jest gęstością płynu na zewnątrz strefy zgęszczenia. Opóźnienie a , jakiego doznaje element wchodząc w tę strefę, wynosi $-\Delta v/\Delta t$; ponieważ samo Δv jest ujemne, więc a jest dodatnie, co znaczy, że podobnie jak siła $\Delta p A$ jest ono skierowane w prawo. Tak więc druga zasada dynamiki Newtona

$$F = ma$$

prowadzi do wzoru

$$\Delta p A = (\rho_0 v A \Delta t) \frac{-\Delta v}{\Delta t},$$

co można zapisać w postaci

$$\rho_0 v^2 = \frac{-\Delta p}{\Delta v/v}.$$

Płyn, który w punkcie P zajmował objętość $V = Av\Delta t$, po wejściu do strefy zgęszczenia zostaje ściśnięty o $\Delta V = A\Delta v\Delta t$. Stąd

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{A \Delta v \Delta t}{Av \Delta t} = \frac{\Delta v}{v};$$

ostatecznie otrzymujemy

$$\rho_0 v^2 = \frac{-\Delta p}{\Delta V/V}.$$

Stosunek przyrostu ciśnienia wywieranego na ciało, Δp , do względnej zmiany objętości wywołanej taką zmianą ciśnienia, $-\Delta V/V$, nazywamy *modułem sprężystości objętościowej* albo *modułem ściśliwości* B . Tak więc $B = -V\Delta p/\Delta V$. Ponieważ wzrost ciśnienia wywołuje zmniejszenie objętości, więc B jest dodatnie. Prędkość rozchodzenia się impulsu podłużnego w ośrodku (rys. 20-2) można zapisać następująco (wprowadzając B):

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}}. \tag{20-1}$$

Rozważania bardziej zaawansowane niż te, które przedstawiono powyżej, wykazują, że równanie (20-1) stosuje się nie tylko do impulsów prostokątnych w rodzaju tych, które mamy na rys. 20.2, ale także do impulsów dowolnego typu oraz do dłuższych ciągów

Tablica 20

Prędkość dźwięku

Ośrodek	Temperatura °C	Prędkość m/s
powietrze	0	331,3
wodór	0	1286
tlen	0	317,2
woda	15	1450
ołów	20	1230
aluminium	20	5100
miedź	20	3560
żelazo	20	5130
wartości ekstremalne		
granit		6000
wulkanizowana guma	0	54

falowych. Zauważmy, że prędkość fali jest określona przez właściwości ośrodka, w którym fala się rozchodzi; zależy ona bowiem od B , cechy określającej sprężystość ośrodka, oraz od ϱ_0 , cechy związanej z bezwładnością. W tablicy 20-1 zestawiono prędkości rozchodzenia się fal podłużnych (dźwiękowych) w różnych ośrodkach. Jeżeli ośrodkiem jest gaz, np. powietrze, B można wyrazić przy pomocy ciśnienia p_0 gazu niezaburzonego. Dla fali dźwiękowej w gazie otrzymujemy

$$v = \sqrt{\frac{\kappa p_0}{\varrho_0}},$$

gdzie κ jest stałą równą stosunkowi ciepła właściwego gazu przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego w stałej objętości (rozdział 23).

Jeżeli ośrodkiem jest ciało stałe (cienki pręt), to moduł sprężystości objętościowej należy zastąpić modulem sprężystości na rozciąganie, zwanym modulem Younga. Gdy rozciągamy ciało stałe, musimy uwzględnić fakt, że ciało takie, w przeciwieństwie do płynu, stawia opór elastyczny przeciw siłom stycznym, czyli poprzecznym, w związku z czym prędkość fali podłużnej zależy w równym stopniu od modułu sprężystości postaci, jak od modułu objętościowego.

20-3. Fale podłużne rozchodzące się w przestrzeni

Rozważmy znów ciąg zgęszczeń i rozrzedzeń przemieszczający się wzdłuż rury z rys. 20-1. Gdy fala przebiega wzdłuż rury, każdy mały element objętościowy płynu oscyluje wokół swego położenia równowagi. Zachodzą tu przemieszczenia w lewo i w prawo w kierunku osi x , pokrywającym się z kierunkiem propagacji fali. Dla wygody oznaczmy literą y przemieszczenie takiego dowolnego elementu objętościowego (albo warstwy elementów poruszających się w ten sam sposób) z jego położenia równowagi w punkcie x . Jest rzeczą zrozumiałą, że dla fali podłużnej *przemieszczenie ma kierunek propagacji*, podczas gdy dla fali poprzecznej przemieszczenie *y jest skierowane prostopadle do kierunku propagacji*. Równanie fali podłużnej biegnącej w prawą stronę można napisać w postaci

$$y = f(x - vt).$$

W szczególnym przypadku prostych oscylacji harmoniczych mamy

$$y = y_m \cos \frac{2\pi}{\lambda} (x - vt).$$

W równaniu tym v jest prędkością fali podłużnej, y_m jej amplitudą, a λ — długością fali; y jest miarą wychYLENIA cząstki w chwili t z jej położenia równowagi x . Tak jak przedtem, możemy to zapisać w bardziej zwartej postaci

$$y = y_m \cos(kx - \omega t). \quad (20-2)$$

Dla fali akustycznej na ogół wygodniej jest zajmować się zmianami ciśnienia niż chwilowymi przemieszczeniami cząstek przenoszących falę. Napiszmy więc równanie fali posługując się zmianami ciśnienia zamiast przemieszczeń.

Z zależności

$$B = - \frac{\Delta p}{\Delta V/V}$$

otrzymujemy

$$\Delta p = -B \frac{\Delta V}{V}.$$

Wielkości y przypisaliśmy znaczenie *wychylenia* z położenia równowagi, podobnie teraz wielkości p przypiszemy znaczenie odchylenia od ciśnienia niezaburzonego. A więc po wprowadzeniu oznaczenia p zamiast Δp mamy

$$p = -B \frac{\Delta V}{V}.$$

Jeżeli warstwa płynu pod ciśnieniem p_0 ma grubość Δx i przekrój poprzeczny A , jej objętość $V = A\Delta x$. Gdy ciśnienie zmienia się, jej objętość zmienia się o $A\Delta y$, gdzie Δy jest wielkością, o jaką zmienia się grubość warstwy zgęszczenia lub rozrzedzenia. Stąd

$$p = -B \frac{\Delta V}{V} = -B \frac{A\Delta y}{A\Delta x}.$$

Gdy dokonamy przejścia granicznego $\Delta x \rightarrow 0$, co odpowiada skurczeniu warstwy do grubości nieskończonej, otrzymujemy

$$p = -B \frac{\partial y}{\partial x}. \quad (20-3)$$

Użyliśmy znaku pochodnej cząstkowej, ponieważ [patrz równanie (20-2)] y jest funkcją zarówno x , jak t ; t w tych rozważaniach przyjmujemy za stałe. Jeżeli wychylenie cząstki można opisać za pomocą funkcji harmonicznego, to korzystając z równania (20-2) otrzymujemy

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -ky_m \sin(kx - \omega t),$$

co, po wstawieniu do równania (20-3), daje

$$p = Bky_m \sin(kx - \omega t). \quad (20-4)$$

A więc zmiany ciśnienia w każdym punkcie x mają również prosty charakter harmonicznego.

Ponieważ $v = \sqrt{B/\rho_0}$, równanie (20-4) możemy przepisać w dogodniejszej postaci:

$$p = [k\rho_0 v^2 y_m] \sin(kx - \omega t).$$

Przypominamy, że p jest zmianą ciśnienia liczoną od wartości normalnej p_0 . Wyrażenie w nawiasie kwadratowym reprezentuje maksymalną zmianę ciśnienia i jest nazywane *amplitudą ciśnienia*. Jeżeli oznaczymy je przez P , to

$$p = P \sin(kx - \omega t), \quad (20-5)$$

gdzie

$$P = k\rho_0 v^2 y_m. \quad (20-6)$$

Widać stąd, że falę dźwiękową można traktować albo jako falę przemieszczeń, albo jako falę ciśnieniową. Gdy pierwszą z nich można opisać funkcją cosinus, to druga będzie się wyrażała przez sinus, i odwrotnie. Fala ciśnieniowa i fala przemieszczeń są więc względem

siebie przesunięte w fazie o 90° . Inaczej mówiąc, gdy wychylenie z położenia równowagi w jakimś punkcie jest maksymalne lub minimalne, nadwyżka ciśnienia jest równa zero, gdy zaś wychylenie w jakimś punkcie wynosi zero, mamy w tym punkcie maksymalne obniżenie lub podwyższenie ciśnienia. Równanie (20-6) określa zależność pomiędzy amplitudą ciśnienia (maksymalne odchylenie ciśnienia od wartości w stanie równowagi) i amplitudą przemieszczenia (maksymalne wychylenie z położenia równowagi). Czytelnik powinien sprawdzić, jakie są wymiary obu stron równania (20-6). Jakie mogą być jednostki amplitudy ciśnienia?

Natężenie fali jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy przemieszczenia (patrz paragraf 19-6). Przed chwilą wykazaliśmy, że dla fali akustycznej amplituda ciśnienia jest proporcjonalna do amplitudy przemieszczenia. Natężenie fali jest więc proporcjonalne do kwadratu amplitudy ciśnienia. Gdy natężenie wyrazimy przez amplitudę ciśnienia, we wzorze nie wystąpi jawnie częstość (patrz zadanie 14). Dlatego, mierząc zmiany ciśnienia, można bezpośrednio porównywać natężenia dźwięków o *różnych* częstościach. Z tego powodu przyrządy mierzące zmiany ciśnienia mają przewagę nad przyrządami mierzącymi amplitudę przemieszczeń. Ponadto, jak zobaczymy w przykładzie 1, amplitudy przemieszczeń są na ogół trudno mierzalne.

Przykład 1. (a) Maksymalna zmiana ciśnienia P , jaką może znieść ucho przy głośnych dźwiękach wynosi około 28 N/m^2 ($= 28 \text{ Pa}$). Normalne ciśnienie atmosferyczne jest równe około $100\,000 \text{ Pa}$. Obliczyć maksymalne, odpowiadające tym warunkom, przemieszczenie dla fali akustycznej o częstości 1000 Hz , rozchodzącej się w powietrzu.

Z równania (20-6) mamy

$$y_m = \frac{P}{k \rho_0 v^2}.$$

Według tablicy 20-1, $v = 331 \text{ m/s}$, wobec tego

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{v} = \frac{2\pi \cdot 10^3}{331} \text{ m}^{-1} = 19 \text{ m}^{-1}.$$

Gęstość powietrza ρ_0 wynosi $1,22 \text{ kg/m}^3$. Stąd, dla $P = 28 \text{ Pa}$ otrzymujemy

$$y_m = \frac{28}{19 \cdot 1,22 \cdot (331)^2} = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ m}.$$

Dla *najgłośniejszych* dźwięków amplitudy przemieszczeń są rzędu 10^{-5} m . Jest to wielkość niezwykle mała.

(b) Najśłabszy dźwięk o częstości 1000 Hz , który jeszcze można słyszeć, ma amplitudę ciśnienia około $2,0 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$. Obliczyć amplitudę przemieszczenia odpowiadającą temu dźwiękowi.

Posługując się wyżej obliczonymi wartościami k , v oraz ρ_0 i wartością $P = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$, znajdujemy z równania $y = P/k\rho_0 v^2$ odpowiedź:

$$y_m = 8 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cong 10^{-11} \text{ m}.$$

Jest to długość mniejsza od promienia atomu, który wynosi około 10^{-10} m ! Jak to jest możliwe, że ucho reaguje na tak małe przemieszczenia?

W dotychczasowej analizie pomijaliśmy cząsteczkową strukturę materii i uważaliśmy płyn za ośrodek ciągły. W gazie jednak odległości między cząsteczkami są duże w porównaniu ze średnicami tych cząsteczek. Cząsteczki poruszają się bezładnie. Drgania wywoływane przez przechodzącą falę dźwiękową nakładają się na ten bezładny ruch cieplny. Impuls, który otrzymała jedna cząsteczka, może być przekazany drugiej cząsteczce dopiero po przebyciu przez pierwszą z nich pustej przestrzeni pomiędzy nimi i po zderzeniu się z drugą. Czy na podstawie tej krótkiej dyskusji można spodziewać się, że prędkość dźwięku może przewyższać średnią prędkość cząsteczek gazu?

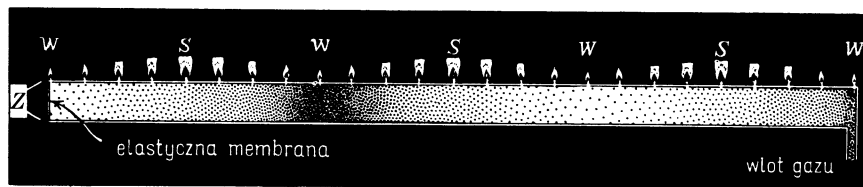
20-4. Fale podłużne stojące

Fale podłużne biegnące w rurze odbijają się od jej końców, podobnie jak fale poprzeczne biegnące wzdłuż napiętej liny odbijały się na końcach tej liny. Interferencja pomiędzy falami biegnącymi w przeciwnych kierunkach prowadzi do wytworzenia się fali stojącej podłużnej.

Gdy koniec rury jest zamknięty, fala odbita zostaje przesunięta w fazie o 180° względem fali padającej. Jest to nieuniknioną konsekwencją tego, że na zamkniętym końcu rury przemieszczenia małego elementu objętościowego są zawsze równe zero. Dlatego też zamknięty koniec jest węzłem przemieszczeń. Gdy koniec rury jest otwarty, elementy płynu mogą się tu poruszać swobodnie. W tym przypadku jednak charakter odbicia zależy od tego, czy rura jest szeroka, czy wąska, w porównaniu z długością fali. Jeżeli rura jest wąska w porównaniu z długością fali, jak to bywa zwykle w instrumentach muzycznych, fala odbita ma prawie tak samą fazę jak fala padająca. A więc otwarty koniec odpowiada w przybliżeniu *strzałce* przemieszczeń. Właściwa strzałka znajduje się w pobliżu wlotu, w związku z tym efektywna długość słupa powietrza w instrumentach dętych nie jest tak dobrze określona jak długość struny zamocowanej na obu końcach.

Stojące fale podłużne w słupie powietrza można efektownie demonstrować posługując się urządzeniem pokazanym na rys. 20-3. Źródło fal podłużnych, np. głośnik generatora akustycznego umieszczony w punkcie *Z*, powoduje drgania elastycznej membrany zamykającej jeden koniec rury. Gaz, dostarczany przez wlot do rury, powoli wylatuje przez małe otworki rozmieszczone równomiernie na jej górnej powierzchni. Wylatujący gaz zostaje zapalony, tworząc szereg płomyków. Częstość generatora akustycznego można zmieniać i jeżeli dobierzemy ją tak, żeby uzyskać rezonans z częstością słupa gazu, amplituda stojącej fali podłużnej stanie się dosyć duża, dzięki czemu będziemy obserwować podobne do fali zmiany wysokości i szerokości płomyków wzdłuż rury. Odległość między węzłami i strzałkami staje się wyraźnie widoczna. Zmieniając w dalszym ciągu częstość możemy przejść od jednych warunków na rezonans do innych. Częstości własne drgań słupa gazu są określone przez efektywną długość tego słupa i prędkość fali. W warunkach rezonansu jako długość fali λ można przyjąć podwojoną odległość pomiędzy sąsiednimi węzłami (lub strzałkami), a znając częstość drgań ν źródła będącego w rezonansie ze słupem gazu ze związku $v = \nu\lambda$ można obliczyć prędkość fali w tym gazie. W praktyce istnieją wygodniejsze i dokładniejsze metody pomiaru prędkości dźwięku w gazach (zob. zadanie 21 i przykład 2).

Na rysunku 20-3 węzły *W* i strzałki *S* odnoszą się do *przemieszczeń* cząsteczek w fali stojącej. W miejscu, gdzie znajduje się węzeł przemieszczeń, zmiany ciśnienia mają największą wartość. A więc węzeł przemieszczeń odpowiada strzałce ciśnienia. W strzałce



Rys. 20-3. Płomienie ujawniają obecność fali stojącej w rurze wypełnionej gazem świetlnym. Litera *S* i *W* oznaczają odpowiednio strzałki i węzły *przemieszczeń*

przemieszczeń ciśnienie przez cały czas nie ulega zmianie. Strzałka przemieszczeń odpowiada więc węzłowi ciśnienia.

Fizycznie staje się to zrozumiałe, jeżeli uświadomimy sobie, że dwa małe elementy objętościowe gazu znajdujące się blisko węzła przemieszczeń po jego przeciwnych stronach drgają w *przeciwnej fazie*. Dlatego też, gdy zbliżają się do siebie, ciśnienie w punkcie węzłowym rośnie, a gdy oddalają się, ciśnienie maleje. Dwa małe elementy, drgające po przeciwnych stronach strzałki, mają prawie *te same fazy* drgań i dlatego nie powodują zmian ciśnienia w strzałce.

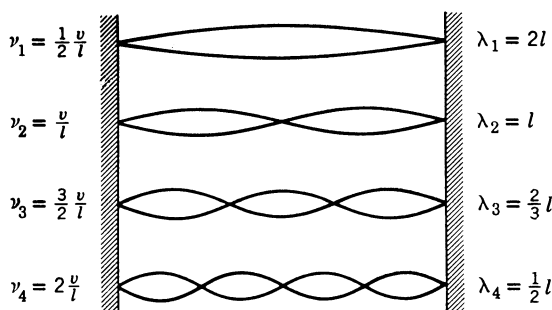
20-5. Układy drgające i źródła dźwięku

Jeżeli struna zamocowana na obu końcach zostanie najpierw wygięta, a następnie puszczona swobodnie, to wzdłuż struny rozchodzą się drgania poprzeczne. Zaburzenia te odbijają się od zamocowanych końców i w wyniku interferencji powstaje fala stojąca. Wzbudzające się drgania własne struny (mody) wytwarzają w otaczającym strunę powietrzu fale podłużne, które docierają do naszych uszu jako dźwięki.

Widzieliśmy (paragraf 19-10), że struna o długości l , zamocowana na obu końcach, może rezonować przy częstościach

$$v_n = \frac{n}{2l} v = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F}{\mu}}; \quad n = 1, 2, 3, \dots; \quad (20-7)$$

v jest tu prędkością rozchodzenia się w strunie fal poprzecznych, których superpozycja, jak to sobie wyobrażamy, stanowi drganie struny; prędkość $v (= \sqrt{F/\mu})$ jest taka sama dla wszystkich częstości. Przy każdej z tych częstości między końcami struny tworzy się całkowita liczba n półfal, a więc spełniony jest warunek, że końce muszą być węzłami (rys. 20-4).

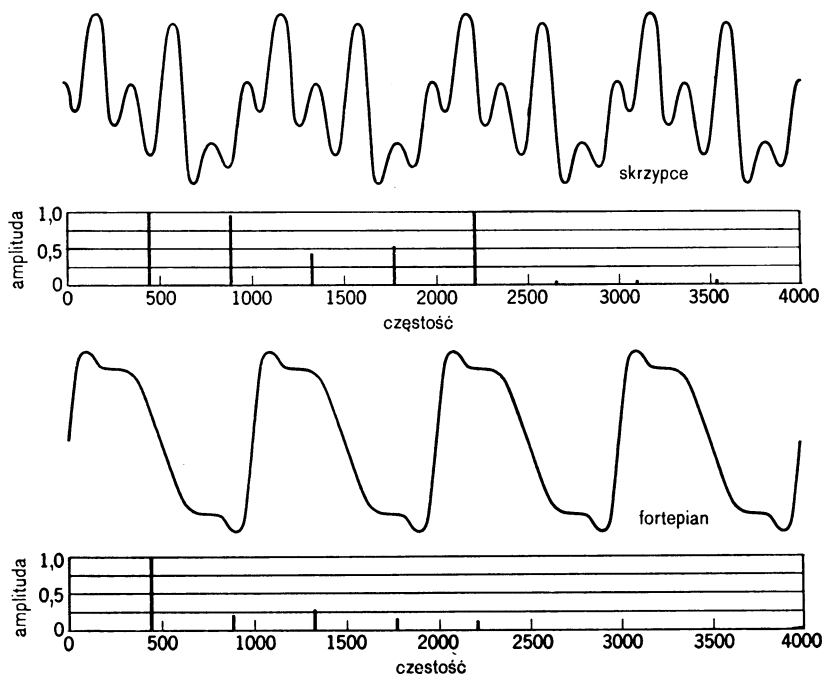


Rys. 20-4. Pierwsze cztery rodzaje drgań struny zamocowanej na obu końcach. Zauważmy, że $v_n \lambda_n = v = \sqrt{F/\mu}$.

Najniższa częstość ($\sqrt{F/\mu}/2l$) nazywana jest częstością *podstawową* v_1 , a pozostałe *wyższymi harmonicznymi* lub *aliquotami*. Wyższe harmoniczne, których częstości są całkowitymi wielokrotnościami częstości podstawowej, tworzą jak mówimy, szereg harmoniczny. Częstość podstawowa jest pierwszą harmoniczną. Częstość $2v_1$ jest pierwszym alikwotem, czyli drugą harmoniczną, częstość $3v_1$ jest drugim alikwotem, czyli trzecią harmoniczną itd.

Jeżeli pierwotne wygięcie struny będzie miało kształt taki, jak kształt odpowiadający *którejkolwiek* z harmonicznymi, uwolniona struna drgać będzie z częstością tej właśnie

harmonicznej. Zazwyczaj jednak stan początkowy jest kształtowany metodą trącania lub szarpania struny, a w drganiach tak wytwarzanych występuje nie tylko drganie podstawowe, ale także wiele alikwotów. Powstaje superpozycja wielu rodzajów drgań własnych (modów). Rzeczywiste wychylenie jest superpozycją kilkunastu harmonicznych o różnych amplitudach; patrz rys. 19-12. Impulsy, które są wysyłane przez powietrze do ucha i mózgu, wywołują efekt sumaryczny, charakterystyczny dla danego instrumentu strunowego. O barwie, czyli jakości brzmienia określonego tonu (przez określony ton rozumie się dźwięk o określonej częstotliwości podstawowej), granego przez jakiś instrument, decyduje liczba alikwotów zawartych w dźwięku oraz ich względne natężenia. Rysunek 20-5 ilustruje widmo dźwięku i odpowiadający mu kształt fali dla skrzypiec i fortepianu*.



Rys. 20-5. Kształt fali i widmo dźwięku dwóch instrumentów strunowych, skrzypiec i fortepianu. W obydwu przypadkach częstota podstawowa wynosi 440 Hz (dźwięk a¹, tzw. a raz-kreślne). Na obu wykresach przedstawiliśmy tylko cztery okresy fali. Widmo dźwięku przedstawia amplitudy różnych składowych harmonicznych fali. Zwracamy uwagę na obecność głośnych wyższych harmonicznych (szczególnie piątej) w widmie dźwięku skrzypiec

Piszczalka organowa jest przykładem instrumentu, w którym źródłem dźwięku jest drgający słup powietrza. Gdy obydwa końce piszczałki są otwarte, a na jej krawędź zostanie skierowany strumień powietrza, może się w niej wytworzyć podłużna fala stojąca. Słup powietrza będzie wówczas rezonować przy częstotliwości własnej drgań, danej wzorem

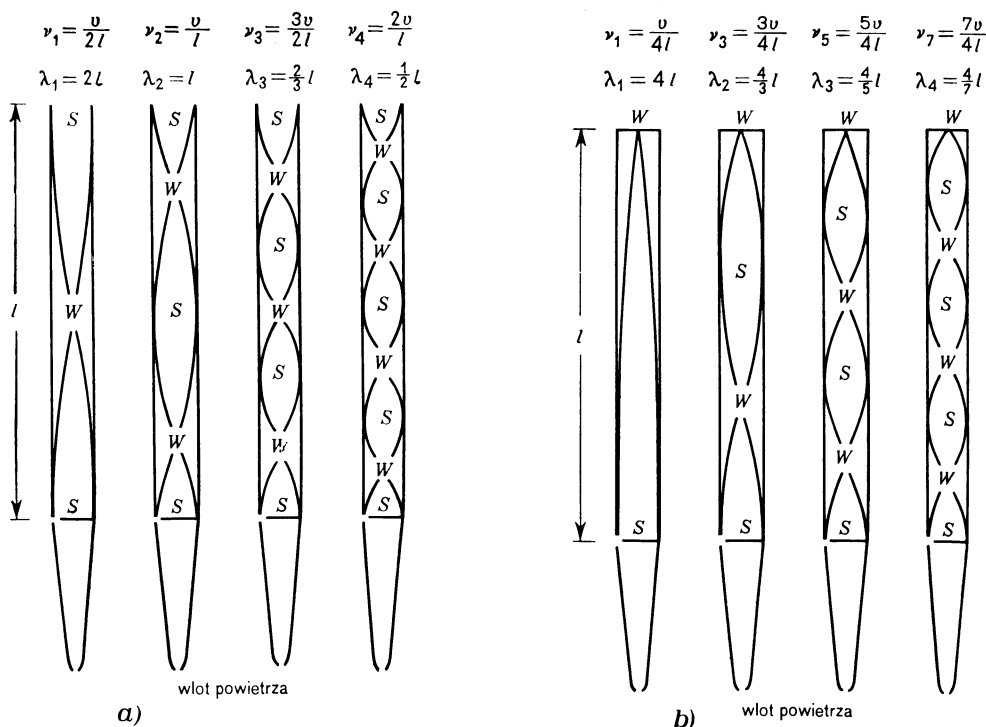
$$\nu_n = \frac{n}{2l} v, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

* Patrz artykuł: E. Donnell Blackham, The Physics of the Piano, *Scientific American*, December 1965.

We wzorze tym v jest prędkością fal podłużnych, których superpozycja, jak to sobie wyobrażamy, prowadzi do drgań słupa powietrza, a n jest liczbą połówek długości fali mieszczących się w długości l tego słupa powietrza. Podobnie jak to było w przypadku potrąconej struny, zostały tu wzbudzone równocześnie ton podstawowy i wyższe harmoniczne.

W piszczałce otwartej, drgającej z częstotliwością podstawową, na obu jej końcach (w przybliżeniu) znajdują się strzałki przemieszczeń, a w środku węzeł; ilustruje to rys. 20-6a. Trzy następne wykresy na rys. 20-6a przedstawiają trzy harmoniczne (aliquoty), a mianowicie drugą, trzecią i czwartą harmoniczną. Widać stąd, że przy drganiach piszczałki otwartej występuje częstość podstawowa $v/2l$, a także *wszystkie* harmoniczne.

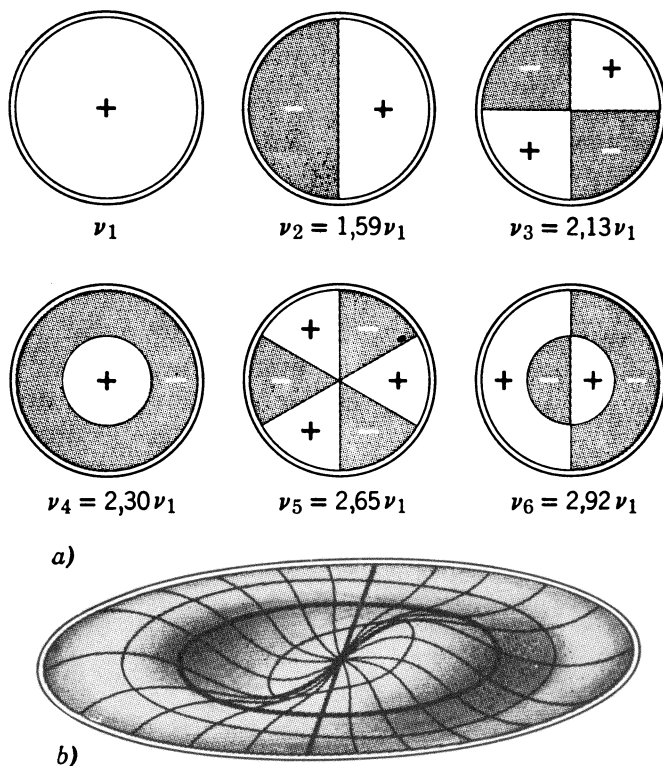
W piszczałce zamkniętej jej zamknięty koniec jest węzłem przemieszczeń. Rysunek 20-6b przedstawia rodzaje drgań piszczałki zamkniętej. Częstość podstawowa wynosi $v/4l$ (w przybliżeniu), jest więc równa połowie częstości drgań w piszczałce otwartej o tej samej długości. Jedynymi aliquotami, które występują w piszczałce zamkniętej, są te, które dają węzeł przemieszczeń na zamkniętym końcu, a strzałkę (w przybliżeniu) na otwartym końcu. Wynika z tego, że opuszczone są składowe harmoniczne: druga, czwarta itp. (co przedstawia rys. 20-6b). Dla piszczałki zamkniętej częstość podstawowa wynosi $v/4l$ i obecne są tylko *nieparzyste* składowe harmoniczne. Dlatego też barwa dźwięku pochodzącego z piszczałki otwartej jest inna niż dla piszczałki zamkniętej.



Rys. 20-6. (a) Pierwsze cztery rodzaje drgań otwartej piszczałki organowej. Odległość od osi piszczałki do cienkich linii narysowanych wewnątrz piszczałki przedstawia amplitudę przemieszczeń w każdym punkcie. Litera W i S oznaczają odpowiednio położenie węzłów i strzałek przemieszczeń. Zauważmy, że oba końce piszczałki są otwarte. (b) Pierwsze cztery rodzaje drgań zamkniętej piszczałki organowej. Zauważmy, że nie ma parzystych harmonicznych i że górny koniec piszczałki jest zamknięty

Drgające pręty, płyty i napięte membrany również wytwarzają fale dźwiękowe. Rozważmy napiętą elastyczną membranę, taką jak skóra na bębnie. Gdy uderzy się w nią, wówczas z miejsca uderzenia rozchodzi się dwuwymiarowy impuls, który następnie wielokrotnie odbija się od krawędzi membrany. Jeżeli jakiś punkt membrany zostanie pobudzony do periodycznych drgań, po powierzchni membrany rozbiegają się ciągi fal. Podobnie jak było w przypadku jednowymiarowej struny, także w dwuwymiarowej membranie tworzą się fale stojące. Każda z tych fal stojących ma pewną częstość, częstość własną tej membrany. Najniższą częstość znów nazywamy częstością podstawową, a pozostałe — alikwotami. Na ogół w czasie drgań membrany drganiu podstawowemu towarzyszy kilka alikwotów. Drgania te mogą wzbudzać fale dźwiękowe o tej samej częstości.

Węzły drgającej membrany są liniami, a nie punktami (jak w przypadku drgającej struny), czy też płaszczyznami (jak w piszczalce). Ponieważ krawędź membrany jest unieruchomiona, musi ona być linią węzłową. Możliwe rodzaje drgań kołowej membrany zamocowanej na swej krawędzi, wraz z odpowiednimi liniami węzłowymi, są przedstawione na rys. 20-7. Częstości własne są wyrażone przez częstość podstawową ν_1 . Zauważmy, że częstości alikwotów nie są harmonicznymi, tzn. nie są całkowitymi wielokrotnościami



Rys. 20-7. (a) Pierwsze sześć rodzajów drgań okrągłej membrany zamocowanej na całej krawędzi. Linie obrazują węzły, przy czym obwód membrany jest w każdym przypadku węzłem. Znaki + i - opisują przeciwne wychylenia; w chwili gdy obszar oznaczony znakiem + podnosi się, obszar oznaczony znakiem - obniża się. Zauważmy, że częstość każdego rodzaju drgań nie jest całkowitą wielokrotnością częstości podstawowej ν_1 , jak to było w przypadkach strun i rur. (b) Szkic membrany drgającej z częstością własną ν_6 . Pokazane tu wychylenia są wyołbrzymione w celu uzyskania większej przejrzystości

ν_1 . Drgające pręty mają także nieharmoniczne widmo częstości własnych. Z tego powodu pręty i płyty mają ograniczone zastosowanie w instrumentach muzycznych.

Ogólnie biorąc, stwierdzamy, że wszystkie ciała sprężyste wykonują drgania swobodne z częstościami tworzącymi określony ciąg (widmo) dla danych warunków brzegowych. Częstości te zwane są *częstościami własnymi* albo *częstościami charakterystycznymi*, a także *częstościami naturalnymi* układu. Częstości własne nie tworzą na ogół szeregów harmoniczych, chociaż niektóre z tych częstości pozostają do siebie w stosunku liczb całkowitych. We wszystkich tych przypadkach mamy do czynienia z falami stojącymi; pewne obszary ciał pozostają przez cały czas w spoczynku. Owe nieruchome miejsca, węzły, są dla ciał dwuwymiarowych liniami krzywymi, a dla ciał trójwymiarowych powierzchniami.

Przypomnijmy, że dla drgającej struny równanie opisujące falę stojącą [zob. równanie (19-18b)] ma postać:

$$y = 2y_m \cos 2\pi \nu t \sin \frac{2\pi x}{\lambda}.$$

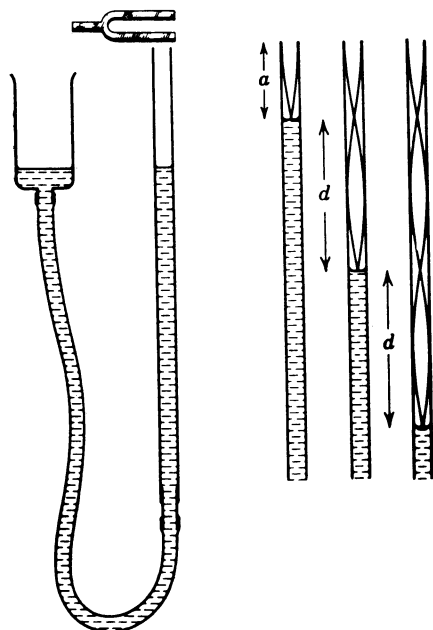
Jest ono spełnione dla struny zamocowanej na obu końcach ($y = 0$ dla $x = 0$ i dla $x = n\lambda/2$). Kształt struny w dowolnej chwili czasu jest określony równaniem

$$y = C \sin \frac{2\pi x}{\lambda} = C \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (t = \text{const}),$$

gdzie C jest stałym czynnikiem zależnym tylko od czasu, l jest długością struny, a n — liczbą całkowitą charakteryzującą rodzaj drgań, czyli tzw. „mody”. Funkcję $\sin 2\pi x/\lambda$, ustalającą położenie węzłów, nazywamy *funkcją własną* lub *funkcją charakterystyczną* struny.

Węzły każdego drgającego ciała sprężystego są również określone pewnymi funkcjami położenia, nazywanymi funkcjami własnymi zagadnienia. Funkcje te nie są na ogół typu sinusoidalnego, przyjmują jednak wartość zero dla pewnych wartości współrzędnych. Wyznaczenie tych funkcji, a także odpowiadających im wartości własnych częstości, stanowi ważne zagadnienie w fizyce atomowej, w fizyce jądrowej oraz w fizyce ciała stałego. Charakteryzują one zachowanie się układu. Dziedzina, w której opracowano wygodne metody rozwiązywania tego zagadnienia dla układów mikroskopowych, jest mechanika kwantowa. Jednakże, rezultaty są uderzająco podobne do rezultatów klasycznych teorii drgań i teorii falowej, stosowanych do układów makroskopowych.

Przykład 2. Rysunek 20-8 przedstawia proste urządzenie przeznaczone do pomiaru prędkości dźwięku w powietrzu metodą rezonansu. W pobliżu otwartego końca rury umieszczony jest kamerton, drgający



Rys. 20-8. Przykład 2. Pomiar prędkości dźwięku w powietrzu. Poziom wody w rurze można regulować przez podnoszenie i opuszczanie zbiornika znajdującego się z lewej strony i połączonego z rurą gumowym węzłem

z częstotścią ν . Rura jest częściowo wypełniona wodą. Długość słupa powietrza można zmieniać przez zmianę poziomu wody. Stwierdzono, że przy stopniowym obniżeniu poziomu wody natężenie dźwięku osiągnęło maksimum, gdy poziom wody był oddalony od szczytu rury o odległość a . Następnie, natężenie znów było maksymalne przy odległościach $d, 2d, 3d$ itd., poniżej poziomu a . Znaleźć prędkość fali dźwiękowej w powietrzu.

Natężenie dźwięku osiąga maksimum, gdy słup powietrza rezonuje z kamertonem. Słup powietrza zachowuje się jak słup płynu w rurze zamkniętej na jednym końcu. Kształt fali stojącej jest taki, że na powierzchni wody znajduje się węzeł, a w pobliżu otwartego końca strzałka. Ponieważ częstota źródła jest ustalona, a prędkość dźwięku ma określoną wartość, rezonans pojawia się dla jednej, określonej długości fali

$$\lambda = \frac{v}{\nu}$$

W związku z tym odległość d pomiędzy kolejnymi pozycjami rezonansowymi jest równa odległości między sąsiednimi węzłami (patrz rys. 20-8). Stąd

$$d = \frac{\lambda}{2}, \quad \text{czyli} \quad \lambda = 2d.$$

Z równań tych znajdujemy

$$2d = \frac{v}{\nu}, \quad \text{czyli} \quad v = 2d\nu.$$

W doświadczeniu z kamertonem o częstotliwości $\nu = 1080$ Hz stwierdzono, że d wynosiło 15,3 cm. Stąd

$$\lambda = 2d = 30,6 \text{ cm}$$

oraz

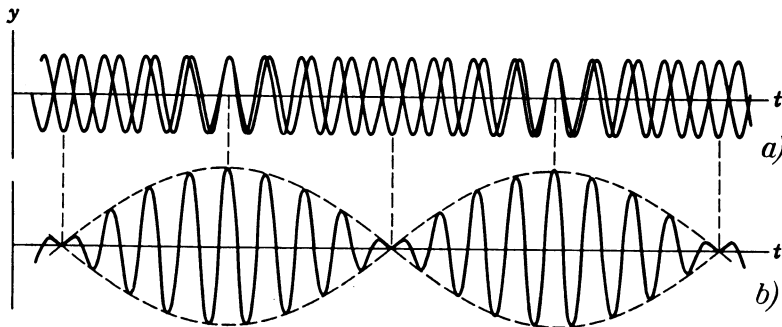
$$v = \nu\lambda = 1080 \cdot 0,306 \text{ m/s} = 330 \text{ m/s}.$$

Jaki sens fizyczny ma odległość a ? Czy w doświadczeniu tym można by równie dobrze użyć innego gazu niż powietrze?

20-6. Dudnienia

Gdy dwa ciągi falowe o *tej samej częstotliwości* przebiegają wzdłuż tej samej linii w *przeciwnych kierunkach*, na mocy zasady superpozycji powstaje fala stojąca. Możemy scharakteryzować tę falę rysując wykres amplitudy oscylacji w funkcji położenia, jak na rys. 20-4. Jest to ilustracja tego rodzaju interferencji, którą możemy nazywać *interferencją w przestrzeni*.

Ta sama zasada superpozycji prowadzi do interferencji innego typu, którą możemy nazywać *interferencją w czasie*. Pojawia się ona, gdy przez ten sam obszar przestrzeni prze-



Rys. 20-9. Zjawisko dudnień. Dwie fale o mało różniących się częstotliwościach, pokazane na rysunku (a), nałożone na siebie (rys. b) dają falę, której amplituda (linia przerywana) zmienia się periodycznie w czasie. (Porównać z rysunkiem 19-14, który ilustruje to samo zjawisko, przedstawione w funkcji odległości)

biegają w *tym samym kierunku* dwie fale o trochę *różnych częstościach*. Dla fal dźwiękowych takie warunki istnieją na przykład wtedy, gdy równocześnie uderzy się dwa sąsiednie klawisze fortepianu.

Rozważmy określony punkt przestrzeni, przez który przebiegają fale. Na rysunku 20-9a przedstawiliśmy przemieszczenia, wywołane w tym punkcie oddzielnie przez dwie fale, w funkcji czasu. Dla uproszczenia zakładamy, że obydwie fale mają takie same amplitudy, choć nie jest to konieczne. Wypadkowe drganie w tym punkcie, jako funkcja czasu, jest sumą poszczególnych drgań, co przedstawiono graficznie na rys. 20-9b. Widzimy, że *amplituda* fali wypadkowej w danym punkcie nie jest stała, lecz *zmienia się w czasie*. W przypadku dźwięku zmiany amplitudy przejawiają się jako zmiany głośności, nazywane *dudnieniami*. Dwie struny można nastroić na tę samą częstość metodą naciągania jednej z nich w czasie brzmienia obu, aż do momentu, gdy dudnienia znikną.

Przedstawmy wychylenie punktu, wywołane przez jedną falę, w postaci

$$y_1 = y_m \cos 2\pi \nu_1 t,$$

a wychylenie wywołane przez drugą falę, o tej samej amplitudzie, w postaci

$$y_2 = y_m \cos 2\pi \nu_2 t.$$

Na mocy zasady superpozycji wychylenie wypadkowe wynosi

$$y = y_1 + y_2 = y_m (\cos 2\pi \nu_1 t + \cos 2\pi \nu_2 t),$$

a ponieważ

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a-b}{2} \cos \frac{a+b}{2},$$

więc poprzednią równość można przepisać w postaci

$$y = \left[2y_m \cos 2\pi \frac{\nu_1 - \nu_2}{2} t \right] \cos 2\pi \left(\frac{\nu_1 + \nu_2}{2} \right) t. \quad (20-8)$$

Drgania wypadkowe można więc uważać za drgania o częstości

$$\bar{\nu} = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2},$$

która jest średnią częstością dwóch fal, i o amplitudzie danej wyrażeniem w nawiasie kwadratowym. Widać stąd, że sama amplituda zmienia się w czasie z częstością daną wzorem:

$$\nu_{\text{amp}} = \frac{\nu_1 - \nu_2}{2}.$$

Jeżeli ν_1 i ν_2 są prawie równe, wyrażenie to jest małe i amplituda zmienia się powoli. Zjawisko to ma charakter modulacji amplitudy, której zastosowanie mamy w odbiornikach radiowych typu AM (z ang. *amplitude modulation*).

Dudnienie, czyli maksimum amplitudy, pojawia się wtedy, gdy

$$\cos 2\pi \frac{\nu_1 - \nu_2}{2} t$$

jest równy 1 lub -1 . Ponieważ *każda* z tych wartości pojawia się jeden raz w czasie jednego okresu (zob. rys. 19-14), więc liczba dudnień równa jest *podwojonej* częstości ν_{amp} na sekundę, czyli równa się różnicy częstości fal składowych $\nu_1 - \nu_2$. Ucho może rejestrować tylko takie dudnienia między dwoma tonami, których częstość sięga około siedmiu na sekundę. Dudnienia o częstościach wyższych nie są w odbieranym dźwięku rozróżnialne.

20-7. Zjawisko Dopplera

Gdy obserwator porusza się w kierunku spoczywającego źródła dźwięku, słyszy dźwięk wyższy (o większej częstotliwości) niż wtedy, gdy jest w spoczynku. Gdy obserwator oddala się od nieruchomego źródła, słyszy dźwięk niższy, niż gdy jest w spoczynku. Podobne rezultaty otrzymujemy wtedy, gdy źródło jest w ruchu, w kierunku do lub od spoczywającego obserwatora. Ton gwizdka lokomotywy jest wyższy w czasie jej zbliżania się do obserwatora niż wtedy, gdy lokomotywa przejeżdża koło niego i oddala się.

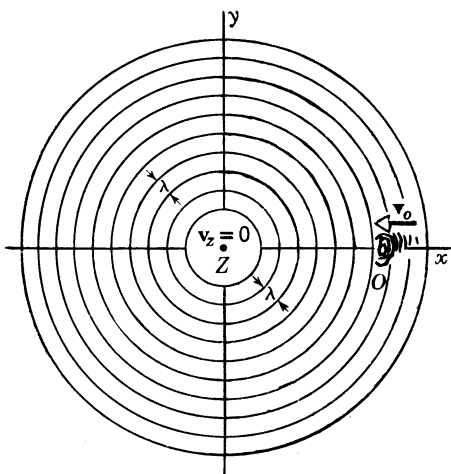
Austriak, Christian Johann Doppler (1803—1853), w pracy z roku 1842 zwrócił uwagę na fakt, że barwa świecącego ciała musi się zmieniać z powodu względnego ruchu ciała i obserwatora. Zjawisko to, nazwane *zjawiskiem Dopplera*, występuje dla wszystkich fal. Sam Doppler zwrócił uwagę na zastosowanie odkrytej przez siebie zasady do fal dźwiękowych, a doświadczenie sprawdzające słuszność tej zasady wykonał w Holandii, w roku 1845, Buy Ballot „...korzystając z lokomotywy ciągnącej otwarty wagon z kilkoma trębacami”.

Obecnie rozważymy zjawisko Dopplera w dziedzinie fal dźwiękowych, zajmując się jedynie szczególnym przypadkiem, gdy źródło i obserwator poruszają się wzdłuż łączącej ich prostej. Wprowadźmy układ odniesienia nieruchomy względem ośrodka, w którym biegą fale. Rysunek 20-10 przedstawia źródło dźwięku Z spoczywające w tym układzie odniesienia i obserwatora O poruszającego się w kierunku źródła z prędkością v_o . Okręgi obrazują oddalone od siebie o jedną długość fali powierzchnie falowe, przemieszczające się w ośrodku. Gdyby obserwator nie poruszał się, rejestrowałby vt/λ fal w przedziale czasu t ; v jest tu prędkością dźwięku w powietrzu, a λ jest długością fali. Ze względu jednak na swój ruch w kierunku źródła, odbiera on $v_o t/\lambda$ dodatkowych fal w tym samym czasie t . Częstota ν' słyszana przez obserwatora jest równa liczbie fal odbieranych w jednostce czasu, więc

$$\nu' = \frac{(vt/\lambda) + (v_o t/\lambda)}{t} = \frac{v + v_o}{\lambda} = \frac{v + v_o}{v/\nu}.$$

Ostatecznie

$$\nu' = \nu \frac{v + v_o}{v} = \nu \left(1 + \frac{v_o}{v} \right). \quad (20-9a)$$



Rys. 20-10. Efekt Dopplera spowodowany ruchem obserwatora (ucha). Źródło pozostaje w spoczynku

Częstość ν' , którą słyszy obserwator, jest sumą normalnej częstości ν słyszanej w spoczynku i dodatkowego wyrazu $\nu(v_o/v)$ związanego z ruchem obserwatora. Kiedy obserwator *oddala* się od źródła, częstość *zmniejsza* się o $\nu(v_o/v)$, co jest związane z nieodbieraniem w każdej jednostce czasu odpowiedniej liczby fal z powodu ruchu w kierunku od źródła. Wówczas

$$\nu' = \nu \frac{v - v_o}{v} = \nu \left(1 - \frac{v_o}{v} \right). \quad (20-9b)$$

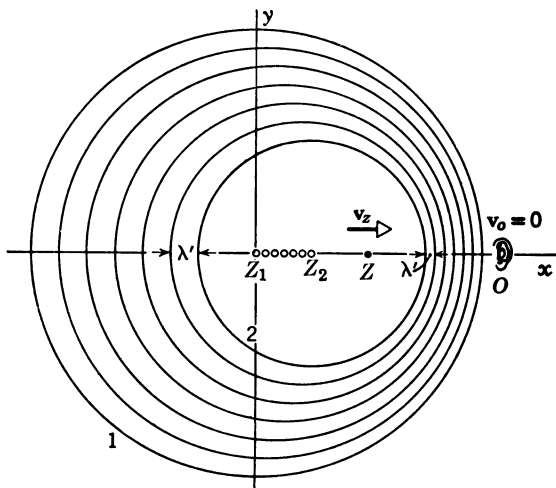
Ogólna zależność, ważna gdy *źródło jest nieruchome* względem ośrodka, a *obserwator porusza się* przez ośrodek, ma więc postać

$$\nu' = \nu \left(\frac{v \pm v_o}{v} \right), \quad (20-9)$$

gdzie znak *plus* odnosi się do ruchu w *kierunku źródła*, a znak *minus* do ruchu w *kierunku „od” źródła*. Zauważmy, że przyczyną zmian jest tu fakt, iż z powodu swego ruchu przez ośrodek obserwator rejestruje mniej albo więcej fal w każdej sekundzie.

W przypadku ruchu *źródła w kierunku* nieruchomego obserwatora mamy do czynienia z efektem skrócenia długości fali (patrz rys. 20-11), co jest związane z przesuwaniem się źródła za zbliżającą się do obserwatora falą, a więc ze zmniejszeniem odległości między kolejnymi szczytami fali. Jeżeli częstość źródła wynosi ν , a jego prędkość v_z , to w czasie jednego okresu drgań przesuwa się ono o odległość v_z/ν i każda długość fali zostaje skrócona o tę właśnie wielkość. Dlatego też długość fali dźwięku dochodzącego do obserwatora wynosi nie $\lambda = v/\nu$, lecz $\lambda' = (v/\nu) - (v_z/\nu)$. A więc częstość dźwięku słyszanego przez obserwatora ulega *zwiększeniu*:

$$\nu' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{(v - v_z)/\nu} = \nu \left(\frac{v}{v - v_z} \right). \quad (20-10a)$$



Rys. 20-11. Efekt Dopplera spowodowany ruchem źródła. Obserwator pozostaje w spoczynku. Powierzchnia falowa 1 została wytworzona przez źródło, gdy znajdowało się ono w Z_1 , powierzchnia falowa 2 została wytworzona przez źródło, gdy znajdowało się ono w Z_2 , itd. W chwili robienia „zdjęcia migawkowego” źródło znajdowało się w Z

Gdy źródło *oddala się* od obserwatora, długość emitowanej fali jest o v_z/v większa niż λ , tak że obserwator słyszy *obniżoną* częstotliwość, mianowicie

$$\nu' = \frac{v}{(v-v_z)/v} = \nu \left(\frac{v}{v+v_z} \right). \quad (20-10b)$$

Ogólny związek, dla przypadku gdy *obserwator pozostaje w spoczynku* względem ośrodka, a *źródło porusza się* przez ośrodek, ma postać

$$\nu' = \nu \left(\frac{v}{v \mp v_z} \right). \quad (20-10)$$

we wzorze tym znak *minus* należy brać dla ruchu źródła *w kierunku* obserwatora, a znak *plus* dla ruchu *od* obserwatora. Zauważmy, że w tym przypadku przyczyną zmiany jest to, że ruch źródła przez ośrodek zwiększa lub zmniejsza, długość fali przenoszonej przez ośrodek.

Czytelnik sam powinien wykazać, że jeżeli *zarówno źródło, jak i obserwator*, poruszają się w ośrodku przenoszącym fale, to obserwator słyszy częstotliwość

$$\nu' = \nu \left(\frac{v \pm v_o}{v \mp v_z} \right), \quad (20-11)$$

gdzie znaki górne „+” w liczniku i „-” w mianowniku odpowiadają sytuacji, gdy źródło i obserwator poruszają się *wzdłuż* ich prostej, w kierunku *do siebie*, a znaki dolne — w kierunku *od siebie*. Zauważmy, że równanie (20-11) sprowadza się do równania (20-9), gdy $v_z = 0$, a do równania (20-10), gdy $v_o = 0$, czego powinniśmy byli oczekiwać.

Jeśli drgające widełki stroikowe, umieszczone na rezonującej skrzynce, zostaną gwałtownie przesunięte w kierunku ściany, obserwator usłyszy dwa tony o różnych częstotliwościach. Jednym z nich będzie ton wydawany bezpośrednio przez widełki stroikowe, o wysokości obniżonej na skutek ruchu, a drugim — ton związany z falą odbitą od ściany, o wysokości podwyższonej. Superpozycja tych dwóch fal spowoduje dudnienia.

Zjawisko Dopplera ma duże znaczenie w optyce. Prędkość światła jest tak wielka, że tylko źródła astronomiczne oraz atomowe, których prędkości są bardzo duże w porównaniu z prędkościami makroskopowymi ziemskich źródeł światła, mogą dawać efekt Dopplera. Efekt astronomiczny sprowadza się do przesunięcia długości fali światła emitowanego przez pierwiastki ciał niebieskich w porównaniu z długością fali światła wysyłanego przez takie same pierwiastki znajdujące się na Ziemi. (Patrz rozdział 42 t. II.) Łatwo obserwować konsekwencją zjawiska Dopplera jest poszerzenie (rozmycie częstotści) prążków widmowych promieniowania wysyłanego przez rozgrzane gazy. Poszerzenie to wynika z faktu, że emitujące atomy, czy też cząsteczki, poruszają się we wszystkich kierunkach i z różnymi prędkościami względem przyrządu pomiarowego, tak że rejestrowane widmo częstotliwości jest rozmyte.

Istnieją jednak różnice między wzorami opisującymi efekt Dopplera dla światła i dźwięku. Dla dźwięku czynnikiem określającym zmianę częstotliwości nie jest względny ruch źródła i obserwatora. Jak już widzieliśmy, nawet gdy względny ruch jest taki sam [v_o w równaniu (20-9a) równe v_z w równaniu (20-10a)], otrzymujemy różne wyniki ilościowe, w zależności od tego, czy porusza się źródło, czy obserwator. Różnice te pojawiają się dlatego, że v_o i v_z są mierzone względem ośrodka, w którym rozchodzi się fala i że ten ośrodek określa prędkość rozchodzenia się fali. Natomiast światło nie wymaga ośrodka materialnego, który by je przenosił i prędkość światła względem źródła, a także względem obserwatora, ma zawsze tę samą wartość c , niezależnie od ruchu tych ciał względem siebie. Jest to podstawowy postulat szczególnej teorii względności (patrz uzupełnienie V). Dlatego też dla światła do zmian fizycznych może prowadzić wyłącznie zmienny ruch źródła światła i obserwatora, nie istnieje bowiem możliwość użycia ośrodka materialnego jako układu odniesienia. Chociaż jednak wzór Dopplera dla światła (rozdział 42) różni się od odpowiedniego wzoru

dla dźwięku, zjawisko jest jakościowo podobne. Jeżeli przez v_z będziemy rozumieli względną prędkość obserwatora i źródła i gdy v_z jest bardzo małe w porównaniu z prędkością światła, wówczas dla światła możemy stosować wzór (20-10) jako dobre przybliżenie.

Przykład 3. Wykazać, że równania (20-9) i (20-10) stają się praktycznie biorąc identyczne, gdy prędkości źródła i obserwatora są małe w porównaniu z prędkością dźwięku w ośrodku.

Niech $v_o = v_z = u$. Zakładamy więc, że u oznacza prędkość obserwatora lub źródła. Wówczas równanie (20-9) przybiera postać

$$v' = v \left(1 \pm \frac{u}{v} \right).$$

Musimy więc wykazać, że równanie (20-10)

$$v' = v \frac{v}{v \mp u}$$

da się sprowadzić do poprzedniego, gdy $u/v \ll 1$. Równanie (20-10) możemy przepisać w postaci

$$v' = v \frac{1}{1 \mp u/v}$$

i skorzystać z rozwinięcia dwumianu:

$$\frac{1}{1 \mp u/v} = \left(1 \mp \frac{u}{v} \right)^{-1} = 1 \pm \frac{u}{v} + \left(\frac{u}{v} \right)^2 \pm \dots$$

Gdy jednak u/v jest bardzo małe w porównaniu z jednością, wówczas $(u/v)^2$ i wyższe potęgi możemy pominąć, otrzymując

$$\frac{1}{1 \mp u/v} \cong 1 \pm \frac{u}{v},$$

a równanie (20-10) przybierze postać

$$v' \cong v \left(1 \pm \frac{u}{v} \right),$$

taką samą jak równanie (20-9).

Jako przykład liczbowy weźmiemy $u = 122$ km/h. Prędkość dźwięku w powietrzu wynosi około 1220 km/h. Gdy źródło porusza się z prędkością $v_z = u = 122$ km/h w kierunku nieruchomego obserwatora, częstość słyszana przez obserwatora wynosi na podstawie równania (20-10)

$$v' = v \left(\frac{v}{v - v_z} \right) = v \left(\frac{1220}{1220 - 122} \right),$$

czyli

$$\frac{v'}{v} = 1,11.$$

Gdy obserwator porusza się z prędkością $v_o = u = 122$ km/h w kierunku źródła, częstość słyszana przez obserwatora, na podstawie równania (20-9), jest równa

$$v' = v \frac{v + v_o}{v} = v \frac{1220 + 122}{1220},$$

czyli

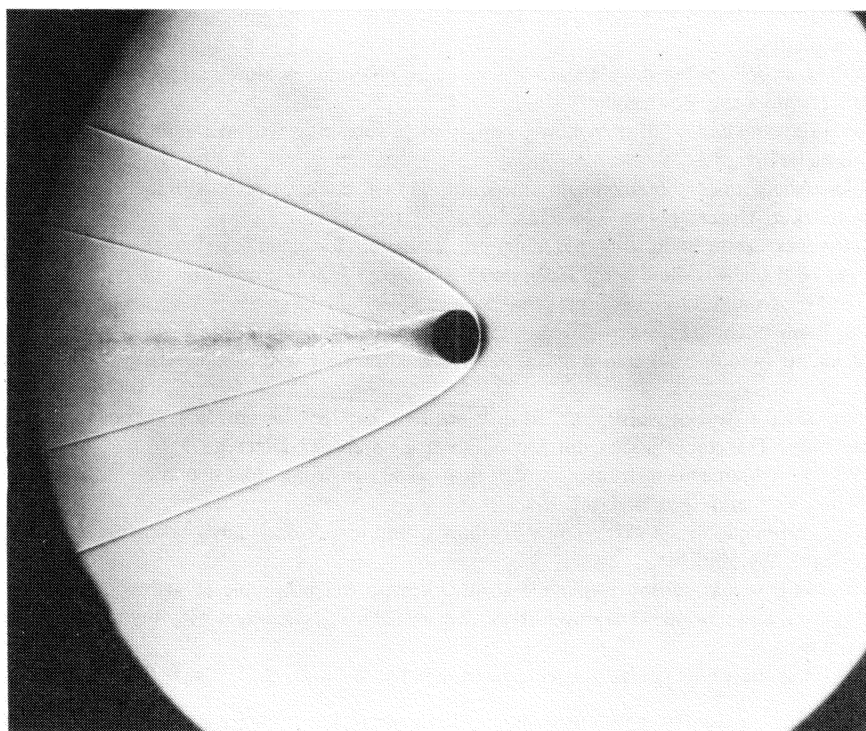
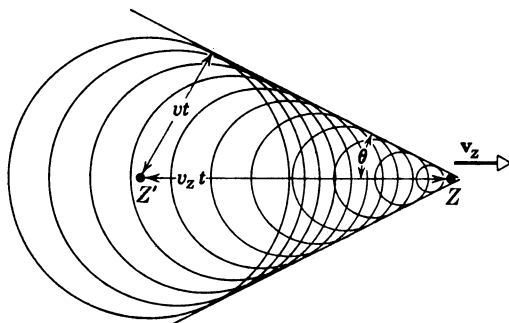
$$\frac{v'}{v} = 1,10.$$

Tak więc, gdy $u/v = 122/1220 = 1/10$, wyrażona w procentach różnica między częstością słyszaną w przypadku ruchu obserwatora i częstością w przypadku ruchu źródła, przy zachowaniu identyczności ruchu względnego, wynosi tylko 1%.

Gdy v_o lub v_z stają się porównywalne z v , przedstawione wzory opisujące zjawisko Dopplera muszą zostać zmodyfikowane. Jednym z powodów modyfikacji jest to, że przyjmowana dotychczas liniowa zależność pomiędzy siłą przywracającą stan równowagi i wychyleniem traci w tej sytuacji ważność. Prędkość propagacji fal nie jest już teraz zwykłą prędkością fazową, a kształt fali zmienia się w czasie. Przy tak wielkiej prędkości wkład do efektu Dopplera wnoszą także składowe ruchu prostopadłe do kierunku łączącego źródło i obserwatora. Oczywiście, gdy v_o lub v_z przewyższają v , formuła Dopplera traci sens; na przykład,

jeśli $v_z > v$, źródło „prześciga” falę w jednym kierunku; jeśli $v_o > v$ i obserwator oddala się od źródła, fala nigdy nie dogoni obserwatora.

Istnieje wiele sytuacji, w których źródło porusza się w ośrodku z prędkością większą niż prędkość fazy fali w tym ośrodku. W takich przypadkach czoło fali przybiera kształt stożka, w którego wierzchołku znajduje się źródło. Przykładem jest tu fala dziobowa wytwarzana na wodzie przez szybką łódź, a także „fala uderzeniowa” powstająca, gdy samolot lub pocisk porusza się w powietrzu z prędkością większą niż prędkość dźwięku w tym ośrodku (prędkość naddźwiękowa). Promieniowanie Czerenkowa jest falą świetlną wysyłaną przez naładowane cząstki, które poruszają się w ośrodku z prędkością większą niż prędkość fazy światła w tym ośrodku*.



Rys. 20-12. U góry czoła fal związanych z pociskiem poruszającym się z prędkością naddźwiękową. Czoła fal są kuliste, a ich obwiednia jest stożkiem. Czytelnik powinien dostrzec związek pomiędzy tym rysunkiem a poprzednim. U dołu zdjęcie pocisku poruszającego się z prędkością naddźwiękową

* Zobacz: J. V. Jelley, Cerenkov Radiation: its Origin, Properties and Applications, *Contemporary Physics*, October, 1961.

Na rysunku 20-12 przedstawiono chwilowe powierzchnie fal kulistych, wysyłanych przez źródło w kolejnych położeniach zajmowanych w czasie ruchu. Promień każdej kuli jest iloczynem prędkości fali v i czasu t , jaki upłynął od chwili, gdy źródło znajdowało się w jej środku. Obwiednią tych fal jest stożek, którego powierzchnia tworzy kąt θ z kierunkiem ruchu źródła. Na podstawie rysunku otrzymujemy wynik

$$\sin \theta = \frac{v}{v_z}.$$

Dla fal na wodzie stożek redukuje się do dwóch przecinających się prostych. Stosunek v_z/v w aerodynamice nazywany jest *liczbą Macha*.

Pytania

1. Wymienić kilka źródeł fal infradźwiękowych i fal ultradźwiękowych.
2. Ultradźwięki mogą być wykorzystywane do ujawniania wewnętrznej budowy ciała. Mogą one, na przykład, odróżniać ciecz od miękkich tkanek ludzkich znacznie lepiej niż promienie X . Przedyskutuj to (patrz zad. 4).
3. Jakie fakty doświadczalne przemawiają za tym, że prędkość dźwięku jest taka sama dla wszystkich długości fal?
4. Podaj jakościowe wytłumaczenie tego, że prędkość dźwięku w ołowiu jest mniejsza niż w miedzi.
5. Czy dla fal poprzecznych w strunie istnieje wielkość odpowiadająca amplitudzie ciśnienia dla fal podłużnych w rurze? Jeżeli tak, to co jest tą wielkością?
6. W szkole przez krótki czas dźwięczy dzwonek, po czym jego dźwięk staje się niesłyszalny. Prześledź drogę fali dźwiękowej i energię, jaką ona przeniosła od chwili, gdy zabrzmiał dzwonek, do chwili, gdy był już niesłyszalny.
7. W jaki sposób można doświadczalnie wyznaczyć położenie węzłów i strzałek w strunie? W słupie powietrza? Na drgającej powierzchni?
8. Jakie fizyczne cechy fali dźwiękowej odpowiadają subiektywnym wrażeniom wysokości, głośności i barwy dźwięku?
9. Jaka różnica między brzmieniem jakiejś nuty granej na skrzypcach, a brzmieniem tej samej nuty śpiewanej ludzkim głosem pozwala je odróżnić?
10. Dzwonek często brzmi znacznie mniej przyjemnie niż fortepian czy skrzypce. Dlaczego?
11. Czy twój śpiew istotnie brzmi lepiej pod prysznicem? Jeśli tak, czy istnieją fizyczne powody tego?
12. Omów czynniki, które decydują o zakresie częstości ludzkiego głosu i o jego brzmieniu (barwie).
13. Wyjaśnij pochodzenie dźwięku przy zwykłym gwizdaniu.
14. Jakiemu (wspólnemu) celowi służą wentyle w kornecie i wydłużana poślizgowo rurka w puzonie?*
15. Sygnałówka (trąbka wojskowa) jest instrumentem bezwentylowym. W jaki sposób można na niej grać różne nuty? Do grania jakich nut jest ograniczony trębacz? Dlaczego?*
16. Wysokość brzmienia instrumentów dętych wzrasta, a instrumentów strunowych obniża się w miarę „rozgrzewania się” orkiestry. Wyjaśnij to*.
17. Czy szarpnięta struna skrzypcowa drgałaby dłużej, czy krócej, gdyby skrzypce nie miały pudła rezonansowego? Wyjaśnij to*.
18. Wyjaśnij, w jaki sposób wyginanie struny skrzypcowej powoduje jej wibrację.*
19. Wyjaśnij powstawanie słyszalnych dźwięków wywołane pocieraniem wilgotnym palcem o krawędź kieliszka do wina.
20. Wyjaśnij, na czym polega strojenie instrumentów strunowych?*

* Omówienie zjawisk fizycznych występujących w instrumentach muzycznych można znaleźć w następujących artykułach: John W. Coltman, Acoustics of the Flute, *Physics Today*, November 1968; Arthur H. Benade, The Physics of Wood Winds, *Scientific American*, October 1960; Arthur H. Benade, The Physics of Brasses, *Scientific American*, July 1973; E. Dornell Blackham, The Physics of the Piano, *Scientific American*, December 1965; Carleen M. Hutchins, The Physics of Violins, *Scientific American*, November 1962; W. M. Hartman, The Electronic Music Synthesizer and the Physics of Music, *American Journal of Physics*, September 1975.

21. Rura może działać jak filtr akustyczny uniemożliwiający przechodzenie przez nią dźwięków o częstościach różnych od częstości własnych rury. Przykładem zastosowania jest tłumik samochodowy. (a) Objasnij pracę takiego filtru. (b) W jaki sposób możemy określić częstość odcięcia, tj. taką, że dźwięki o częstościach niższych od niej nie są przepuszczane?

22. Parowe gwizdki dwóch statków znajdujących się w porcie wydają dźwięki o tej samej wysokości. Czy można oczekiwać, że w wyniku interferencji pojawiają się obszary dużej i małej głośności?

23. Czy fale dźwiękowe pochodzące z jednych widełek stroikowych (kamertonu) mogą interferować? W jaki sposób możesz wytłumaczyć to, że kamerton jest znacznie gorzej słyszalny w pewnych kierunkach niż w innych?

24. Dwa identyczne kamertony wysyłają tony o tej samej częstości. Zastanowić się, w jaki sposób można by usłyszeć dudnienia wywołane przez te kamertony.

25. Rozważmy zjawisko Dopplera dla dźwięku, w przypadku gdy źródło i odbiornik pozostają w spoczynku w pewnym układzie odniesienia, natomiast ośrodek przewodzący fale porusza się w tym układzie. Czy zmieni się odbierana długość fali lub częstość?

26. Czy pojawia się efekt Dopplera dla dźwięku, gdy odbiornik lub źródło porusza się w kierunku prostopadłym do linii je łączącej? W jaki sposób możemy obliczyć efekt Dopplera, gdy ruch ma składową prostopadłą do tej linii?

27. Satelita wysyła fale radiowe o stałej częstości. Fale te, rejestrowane na Ziemi i mieszane z pewną częstością standardową, dają dudnienia. Sygnał o częstości dudnień zostaje przetworzony przez głośnik, co stwarza możliwość „słyszenia” sygnału satelity. Opisać, jak zmienia się dźwięk, gdy satelita zbliża się, przelatuje nad odbiornikiem umieszczonym na Ziemi, a następnie się od niego oddala.

28. Omów czynniki, które poprawiają akustykę w salach koncertowych.*

29. Błyskawica wytwarza ogromną ilość energii i w zasadzie jest procesem chwilowym. W jaki sposób ta energia jest przekształcana w falę dźwiękową grzmotu i dlaczego często dźwięk ten jest rozłożony w czasie sekwencją hałasów?***

30. Fala poprzeczna w strunie (lub na sznurze) może być spolaryzowana (patrz na przykład pytanie 18 do rozdziału 19). Czy można spolaryzować falę dźwiękową?

31. Nietoperze potrafią badać cechy charakterystyczne przedmiotów — takie jak rozmiary, kształt, odległość i kierunek do przedmiotu, a także jego ruch — „wyczuwając” sposób, w jaki dźwięki o wysokich częstościach wysyłane przez nie odbijają się od przedmiotów, powracając do źródła. Przeprowadź jakościową dyskusję rozpoznawania każdej z tych cech. (Patrz: J. A. Simmons, D. J. Howell i N. Suga, Information Content of Bat Sonar Echoes, *American Scientist*, March-April 1975).

Zadania

Paragraf 20-2

1. Najniższa częstość odbierana przez przeciętne ucho ludzkie jako wrażenie dźwiękowe, to częstość około 20 Hz, a najwyższa — około 20 000 Hz. Jaka długość fali w powietrzu odpowiada każdej z nich?

Odp.: 17 m; 1,7 cm.

2. Nietoperze wysyłają fale ultradźwiękowe, przy czym najkrótsza z tych fal ma w powietrzu długość 0,33 cm. Jaka jest największa częstość, którą może wysyłać nietoperz?

3. Częstość pewnej fali dźwiękowej wynosi 440 Hz. Jaka jest długość takiej fali (a) w powietrzu oraz (b) w wodzie?

Odp.: (a) 75 cm, (b) 3,3 m.

4. W leczeniu i niszczeniu nowotworów tkanki miękkiej używa się fal ultradźwiękowych o dużym natężeniu i częstości 10 MHz. (a) Jaka jest długość takiej fali dźwiękowej w powietrzu? (b) Szybkość rozchodzenia się dźwięku w tkance wynosi 1500 m/s; jaka jest długość tej fali w tkance?

5. (a) Średnica stożkowego głośnika wynosi 15 cm. Przy jakiej częstości, wytwarzanej przez ten głośnik, długość fali w powietrzu będzie równa jego średnicy? dziesięć razy większa? równa jednej dziesiątej jego średnicy? (b) Wykonać te same obliczenia dla głośnika o średnicy 30 cm. (Uwaga: Gdy długość

* Patrz: Robert S. Shankland, The Development of Architectural Acoustics, *American Scientist*, March-April 1972.

** Patrz: Arthur A. Few, Thunder, *Scientific American*, July 1975.

fali jest znacznie większa od średnicy głośnika, fala akustyczna rozchodzi się prawie izotropowo we wszystkich kierunkach, natomiast gdy długość fali jest mała w porównaniu ze średnicą, energia fali wysyłanej przez głośnik rozchodzi się głównie w kierunku jego osi symetrii).

Odp.: (a) 2,2; 0,22; 22 kHz. (b) 1,1; 0,11; 11 kHz.

6. Istnieje sposób obliczania naszej odległości od miejsca, w które uderzył piorun, polegający na liczeniu ilości sekund od chwili ujrzenia błyskawicy do chwili usłyszenia grzmotu, a następnie na podzieleniu otrzymanej liczby przez trzy. Przyjmuje się, że rezultat tego rachunku daje odległość w kilometrach. Uzasadnić ten sposób postępowania i oszacować błąd względny, jaki się popełnia, przyjmując normalne warunki.

7. Prędkość dźwięku w pewnym metalu wynosi V . Gdy mocno uderzymy w jeden koniec rury zrobionej z tego metalu, osoba stojąca w pobliżu jej drugiego końca, odległego o l , usłyszy dwa dźwięki: jeden związany z falą biegnącą przez metal, z którego wykonana jest rura, a drugi związany z falą rozchodzącą się w powietrzu. (a) Jaki odstęp czasu t dzieli te dwa dźwięki, jeżeli prędkość dźwięku w powietrzu jest równa v ? (b) Przyjąć, że omawianym metalem jest żelazo, a czas $t = 1,0$ s. Obliczyć długość rury l .

Odp.: (a) $l(V-v)/(Vv)$. (b) 350 m.

8. Dwaj widzowie meczu futbolowego odbywającego się na wielkim stadionie zobaczyli, a w chwilę potem usłyszeli, kopnięcie piłki na boisku. Opóźnienie dla jednego widza wynosiło 0,90 s, a dla drugiego 0,60 s, a kierunki linii łączących każdego z nich z kopiącym piłkę tworzą kąt 90° . (a) Jak daleko od piłkarza znajduje się każdy z tych widzów? (b) Jaka jest odległość pomiędzy tymi widzami?

9. Do studni wrzucono kamień. Plusk został usłyszany 3,0 s później. Jaka jest głębokość studni?
Odp.: 41 m.

Paragraf 20-3

10. Zmiany ciśnienia spowodowane rozchodzącą się falą dźwiękową są opisane równaniem

$$p = 1,5 \sin \pi(x - 330t),$$

gdzie x jest wyrażone w metrach, t w sekundach, a p w paskalach. Obliczyć: (a) amplitudę ciśnienia, (b) długość fali, (c) częstotliwość i (d) prędkość rozchodzenia się fali.

11. Zmiany ciśnienia powietrza w pewnym punkcie przestrzeni wywołane przez dwie fale są dane wyrażeniami

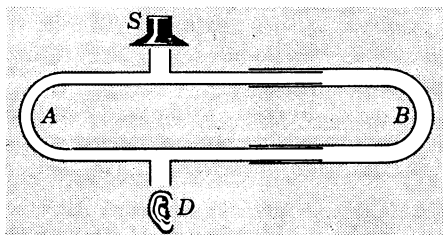
$$p_1 = P \sin 2\pi \nu t, \quad p_2 = P \sin 2\pi(\nu t - \varphi).$$

Jaka jest amplituda ciśnienia fali wypadkowej w tym punkcie, gdy $\varphi = 0$, $\varphi = 1/4$, $\varphi = 1/6$ i $\varphi = 1/8$ (w radianach)?

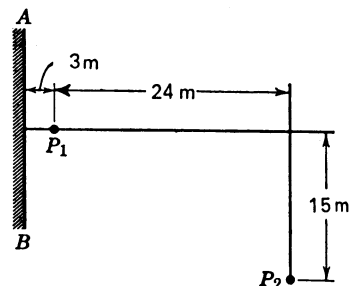
Odp.: 2,00 Pa; 1,41 Pa; 1,73 Pa; 1,85 Pa.

12. Na rysunku 20-13 przedstawiliśmy interferometr akustyczny używany do pokazów interferencji fal dźwiękowych. S oznacza membranę, drgającą pod wpływem przyciągania elektromagnesu, D — detektor dźwięków, taki jak ucho czy mikrofon. Długość drogi SBD można zmieniać, natomiast droga SAD jest ustalona.

Stwierdzono, że gdy interferometr jest wypełniony powietrzem, natężenie dźwięku ma minimalną wartość 100 jednostek przy pewnym położeniu rurki B i stopniowo narasta przy jej przesuwaniu, osiągając maksymalną wartość 900 jednostek przy drugim położeniu, odległym od poprzedniego o 1,65 cm. Obliczyć: (a) częstotliwość dźwięku wysyłanego przez źródło, (b) względne wartości amplitud fal dochodzących do



Rys. 20-13. Zadanie 12



Rys. 20-14. Zadanie 13

detektora dla każdego z dwóch położań B . (c) Co powoduje, że fale te mają różne amplitudy, pomimo że pochodzą z tego samego źródła.

13. W pobliżu odbijającej dźwięki ściany AB w punkcie P_1 znajduje się kuliste źródło dźwięku, a w punkcie P_2 został umieszczony mikrofon, co ilustruje rys. 20-14. Częstość dźwięku źródła P_1 jest zmienna. Znaleźć dwie różne częstości, dla których natężenie dźwięku mierzone w punkcie P_2 będzie miało wartość maksymalną. Prędkość dźwięku w powietrzu wynosi 330 m/s; interferujące fale są równoległe.

Od p.: 31 Hz; 94 Hz.

14. Wykazać, że natężenie fali dźwiękowej (a) wyrażone przez amplitudę ciśnienia P można opisać wzorem

$$I = \frac{P^2}{2\rho_0 v},$$

gdzie v jest prędkością fali, a ρ_0 normalną gęstością powietrza; (b) wyrażone przez amplitudę przemieszczeń y_m można opisać wzorem

$$I = 2\pi^2 \rho_0 v y_m^2 \nu^2,$$

gdzie ν jest częstością fali. (c) Załóżmy, że mamy dwie fale dźwiękowe, jedną w powietrzu i drugą w wodzie, o tym samym natężeniu. Jaki jest stosunek amplitudy ciśnienia fali w wodzie do amplitudy ciśnienia fali w powietrzu? (d) Jaki jest stosunek natężeń jeśli zamiast natężeń fal równe są ich amplitudy?

15. W powietrzu rozchodzi się fala dźwiękowa o częstości 1000 Hz, powodując oscylacje ciśnienia o amplitudzie 10 Pa. Jaka jest: (a) długość fali, (b) amplituda wychyleń cząsteczek oraz (c) maksymalna prędkość cząsteczek?

Od p.: (a) 33 cm, (b) 40 μm , (c) 2,5 cm/s.

16. Ton o częstości 300 Hz ma natężenie 1,0 $\mu\text{W}/\text{m}^2$. Jaka jest amplituda drgań powietrza wywołanych tym dźwiękiem?

17. Pewien głośnik wytwarza dźwięk o częstości 2000 Hz, którego natężenie w odległości 6,1 m wynosi $9,6 \cdot 10^{-4} \text{ W}/\text{m}^2$. Załóżmy, że nie ma odbić i że głośnik emituje tak samo we wszystkich kierunkach. (a) Jakie będzie natężenie w odległości 30 m? (b) Jaka jest amplituda wychyleń w odległości 6,1 m? Jaka jest amplituda zmian ciśnienia w odległości 6,1 m?

Od p.: (a) $4,0 \cdot 10^{-5} \text{ W}/\text{m}^2$, (b) $1,7 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, (c) 0,88 Pa.

18. Dwa źródła dźwięku są oddalone od siebie o 10 m. Obydwa źródła emitują dźwięki o jednakowym natężeniu i o częstości 300 Hz, przesunięte w fazie o 180° . W jakich punktach linii łączącej źródła natężenie ma lokalne minima, związane z interferencją osłabiającą.

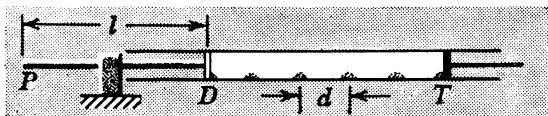
19. Grupa instrumentów smyczkowych w pewnej orkiestrze symfonicznej została podzielona na dwie części ulokowane po obu stronach dyrygenta. Zajmijmy się dwoma skrzypkami oddalonymi od siebie o 8,0 m, umieszczonymi symetrycznie względem dyrygenta w odległości 5,0 m od niego każdy. Jeśli wydanie mocy każdego z nich wynosi $1,0 \cdot 10^{-4} \text{ W}$, to jakie jest (a) natężenie fali słyszanej przez dyrygenta, gdy gra tylko jeden z nich? (b) natężenie słyszanego przez dyrygenta dźwięku, gdy obydwaj grają tę samą nutę?

Od p.: (a) $3,2 \cdot 10^{-7} \text{ W}/\text{m}^2$, (b) $4,6 \cdot 10^{-7} \text{ W}/\text{m}^2$.

20. Dwa głośniki S_1 i S_2 emitują dźwięki o częstości 200 Hz izotropowo we wszystkich kierunkach f (ale trójwymiarowe). S_1 wysyła moc akustyczną $1,2 \cdot 10^{-3} \text{ W}$, a S_2 moc $1,8 \cdot 10^{-3} \text{ W}$. Głośniki są oddalone od siebie o 7,0 m. S_1 i S_2 drgają w zgodnej fazie. Rozważmy punkt P odległy o 4,0 m od S_1 , o 3,0 m od S_2 . (a) Jak są przesunięte względem siebie fazy dwóch fal dobiegających do P ? (b) Jakie jest natężenie dźwięku w P , gdy S_1 i S_2 są włączone? (c) Jakie jest natężenie dźwięku w P , gdy S_1 jest wyłączony, a S_2 włączony? (d) Jakie jest natężenie dźwięku w P , gdy S_2 jest wyłączony, a S_1 włączony?

Paragraf 20-5

21. Na rysunku 20-15 przedstawiony jest pręt P , zamocowany w środku i zakończony krążkiem D . Krążek znajduje się we wnętrzu szklanej rury, zawierającej pewną ilość sproszkowanego korka, rozsypa-



Rys. 20-15. Zadanie 21

nego równomiernie wzdłuż rury. Rura jest z drugiej strony zamknięta tłokiem T . Pręt zostaje pobudzony do drgań podłużnych razem z tłokiem. W wyniku tego proszek układa się we wzór obrazujący węzły i strzałki (proszek tworzy wyraźne góry w strzałkach). Jeżeli znamy częstotliwość ν drgań podłużnych pręta, to pomiar odległości d pomiędzy sąsiednimi strzałkami pozwala określić prędkość dźwięku v w gazie wypełniającym rurę. Wykazać, że

$$v = 2\nu d.$$

Opisano tu metodę Kundta wyznaczania prędkości dźwięku w gazach.

22. Struna skrzypcowa jest nastrojona na pewien ton. Ile razy należy zwiększyć napięcie struny, żeby grała ton o oktawę wyższy niż pierwotny (tj. ton o dwa razy większej częstotliwości)?

23. Częstotliwość podstawowa otwartej piszczałki organowej wynosi 300 Hz. Częstotliwość pierwszego alikwotu tej piszczałki jest taka sama jak częstotliwość pierwszego alikwotu drugiej piszczałki, zamkniętej. Jakie są długości tych piszczałek?

Odp.: 55 cm; 41 cm.

24. Skakanka o długości 3,0 m jest w zasadzie używana w jej podstawowym modzie drgań. Jaka jest częstotliwość drgań, jeśli masa skakanki wynosi 1,0 kg, a dzieci naciągają ją siłą 10 N?

25. Długość pewnej struny skrzypcowej, mierzona między punktami jej zamocowania wynosi 50 cm, a jej masa 2,0 g. Gdy struna nie jest skracana palcami, słychać ton a^1 (440 Hz). W którym miejscu należy przycisnąć strunę palcem, żeby zagrać ton c^1 (528 Hz)?

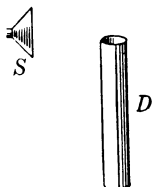
Odp.: 8,3 cm od końca.

26. Długość struny wiolonczeli wynosi L . (a) O jaką długość l należy ją skrócić naciskając palcem, ażeby uzyskać podwyższenie tonu r razy? (b) Przyjmując $L = 0,80$ m, obliczyć l dla $r = 6/5, 5/4, 4/3$ i $3/2$.

27. Poziom wody znajdującej się w szklanej rurze o długości 1,0 m można dowolnie regulować. Tuż nad otwartym górnym końcem rury znajduje się kamerton, drgający z częstotliwością 660 Hz. Przy jakim poziomie wody pojawi się efekt rezonansu?

Odp.: Przy wysokościach słupa wody $7/8, 5/8, 3/8$ i $1/8$ m.

28. S na rysunku 20-16 oznacza mały głośnik, przystosowany do odtwarzania częstotliwości od 1000 Hz do 2000 Hz, sterowany przez wzmacniacz z generatora akustycznego. D oznacza kawałek blaszanej rury, o długości 45 cm. (a) Przyjmując, że w danej temperaturze szybkość dźwięku wynosi 340 m/s, obliczyć, przy jakiej częstotliwości wystąpi rezonans, jeżeli częstotliwość fal wysyłanych przez głośnik będzie zmieniana od 1000 Hz do 2000 Hz. (b) Znaleźć położenie węzłów wychyleń dla każdej z tych częstotliwości. Pominąć efekty brzegowe.



Rys. 20-16. Zadanie 28

29. Studnia o pionowych ścianach, z wodą na dnie, rezonuje przy częstotliwości 7,0 Hz i nie rezonuje przy częstotliwościach niższych. Gęstość powietrza w studni wynosi $1,1 \text{ kg/m}^3$, ciśnienie $9,5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, a stosunek ciepła właściwych $7/5$. Jaka jest głębokość studni?

Odp.: 12 m.

30. Okres pulsującej gwiazdy zmiennej można oszacować przyjmując, że podlega ona podłużnym radialnym pulsacjom w podstawowym modzie drgań; inaczej mówiąc, jej promień zmienia się okresowo w czasie, przy czym na powierzchni występuje strzałka wychyleń. (a) Czy można oczekiwać, że środek gwiazdy jest węzłem lub strzałką? (b) Korzystając z analogii do przypadku otwartej piszczałki organowej pokazać, że okres pulsacji T dany jest wzorem

$$T = 4R/v_s,$$

w którym R jest równowagowym promieniem gwiazdy, a v_s jest średnią prędkością dźwięku. (c) W typowym białym karle ciśnienie wynosi 10^{22} Pa , gęstość 10^{10} kg/m^3 , stosunek ciepła właściwych $4/3$, a promień jest równy 0,009 promienia Słońca. Jaki jest, w przybliżeniu, okres pulsacji białego karla? (Patrz: John R. Percy, Pulsating Stars, *Scientific American*, June 1975.)

31. Rura o długości 1,0 m jest zamknięta na jednym końcu. W pobliżu drugiego końca umieszczono napięty drut o długości 0,30 m i masie 0,010 kg. Drut jest zamocowany na obu końcach i drga w stanie podstawowym. Pobudza on do drgań słup powietrza w rurze, będąc w rezonansie z podstawowym drganiem tego słupa. Obliczyć (a) częstość drgań słupa powietrza, (b) naprężenie w drucie.

Odp.: (a) 83 Hz, (b) 82 N.

32. W pobliżu głośnika zasilanego z generatora akustycznego o regulowanej częstości znajduje się struna skrzypcową o długości 31,6 cm i gęstości liniowej 0,65 g/m. Przekonano się, że gdy częstość generatora jest zmieniana od 500 Hz do 1500 Hz, w strunie wzbudzają się drgania tylko przy częstościach 880 Hz i 1320 Hz. Jakiej jest naprężenie struny?

Paragraf 20-6

33. Dwie identyczne struny fortepianowe mają częstość podstawową 600 Hz (gdy są jednakowo naprężone). Jaki (względny) wzrost naprężenia jednej ze strun doprowadzi do pojawienia się sześciu dudnień na sekundę przy równoczesnym brzmieniu obydwu strun?

Odp.: 2,0%.

34. Kamerton o nie znanej częstości daje trzy dudnienia na sekundę z wzorcowym kamertonem o częstości 384 Hz. Częstość dudnień obniża się, gdy do ramienia pierwszego kamertonu przykleimy mały kawałek wosku. Jaka jest częstość tego kamertonu?

Paragraf 20-7

35. Wystrzelono pocisk z prędkością 660 m/s. Obliczyć kąt jaki fala uderzeniowa tworzy z kierunkiem ruchu pocisku.

Odp.: 30°.

36. Obliczyć prędkość pocisku, którego fotografia znajduje się na rys. 20-12. Założyć, że prędkość dźwięku w ośrodku, przez który przelatuje ten pocisk, wynosi 380 m/s.

37. Prędkość światła w wodzie wynosi około trzech czwartych prędkości światła w próżni. Wiązka bardzo szybkich elektronów z betatronu, przebiegając przez wodę, wysyła promieniowanie Czerenkowa, którego czoło fali ma kształt stożka o kącie rozwarcia 120°. Obliczyć prędkość elektronów w wodzie.

Odp.: $2,6 \cdot 10^8$ m/s.

38. Na wysokości 5000 m przelatuje samolot odrzutowy z prędkością określoną liczbą Macha 1,5 (tzn. 1,5 razy prędkość dźwięku). (a) Obliczyć kąt, jaki tworzy fala uderzeniowa z kierunkiem ruchu odrzutowca, (b) po jakim czasie, licząc od chwili przelotu samolotu nad nami, dobiegnie do nas fala uderzeniowa?

39. Gwizdek o częstości 540 Hz porusza się po torze kołowym o promieniu 61 cm z prędkością kątową 15 rad/s. Jaka jest (a) najniższa i (b) najwyższa częstość odbierana przez obserwatora, który pozostaje nieruchomy w dużej odległości od środka koła?

Odp.: (a) 525 Hz, (b) 555 Hz.

40. (a) Czy można poruszać się w strumieniu światła czerwonego na tyle szybko, żeby światło wydawało się zielone? (b) Jeśli tak, to czy ukarano by mandatem kierowcę za przekroczenie dozwolonej prędkości? Przyjąć $\lambda = 620$ nm ($= 620 \cdot 10^{-9}$ m; patrz tablica 1-2) dla światła czerwonego, $\lambda = 540$ nm dla światła zielonego oraz prędkość światła $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s.

41. Nietoperz lata wewnątrz jaskini, bardzo sprawnie wybierając drogę dzięki posługiwaniu się sygnałami ultradźwiękowymi (krótkie emisje trwające milisekundę lub mniej i powtarzane kilka razy w ciągu sekundy). Założmy, że częstość wysyłanych przez nietoperza dźwięków wynosi 39 000 Hz. Podczas jednego szybkiego lotu w kierunku ściany o płaskiej powierzchni nietoperz porusza się z szybkością równą 1/40 szybkości dźwięku w powietrzu. Jaką częstość dźwięku odbitego od ściany słyszy nietoperz?

Odp.: 41 000 Hz.

42. Źródło fal akustycznych o częstości 1080 Hz porusza się w prawą stronę z szybkością 33 m/s względem ziemi. Po prawej stronie źródła znajduje się powierzchnia odbijająca, która porusza się w lewo z szybkością 66 m/s. Przyjąć, że prędkość dźwięku w powietrzu jest równa 330 m/s i obliczyć: (a) długość fali dźwięku rozchodzącego się w powietrzu, (b) ilość fal dobiegających w ciągu sekundy do odbijającej powierzchni, (c) prędkość fali odbitej, (d) długość fali odbitej.

43. Syrena wysyłająca dźwięk o częstości 1000 Hz oddala się od nas w kierunku stromej ściany skałnej, z prędkością 10 m/s. (a) Jaka jest częstość dźwięku słyszanego przez nas, pochodzącego bezpośrednio

od syreny? (b) Jaka jest rejestrowana przez nas częstość dźwięku odbitego od ściany? (c) Czy słyszalne są dudnienia? Założyć, że prędkość dźwięku w powietrzu wynosi 330 m/s.

Odp.: (a) 970 Hz, (b) 1030 Hz, (c) Nie, częstość jest za wysoka.

44. Mikrofale, biegnące z szybkością światła, odbijają się od samolotu zbliżającego się do źródła fal. Stwierdzono, że gdy fale odbite nakładają się na fale wysyłane przez źródło, pojawiają się dudnienia o częstości 990 Hz. Jaka jest szybkość zbliżania się samolotu, jeżeli długość fali wysyłanych mikrofal wynosi 0,10 m?

45. Pomiary radarowe w trakcie pościgu na szosie są względnie nieprecyzyjne w porównaniu z sytuacją statyczną. (a) Załóżmy, że radar jest nieruchomy. Pokaż, że różnica $d\nu$ pomiędzy częstością fali odbitej od samochodu poruszającego się z prędkością V i częstością fali wysyłanej ν jest dana w przybliżeniu wzorem $d\nu/\nu = 2V/c$. (b) Załóżmy teraz, że radar znajduje się w samochodzie pościgowym poruszającym się z prędkością v . Pokaż, że obecnie $d\nu/\nu = 2(v - V)/c$. Przedyskutuj różne przypadki i uzasadnij pierwsze zdanie; w szczególności (c) rozważ przypadek, w którym ścigający (policja) jedzie z tą samą prędkością co pirat drogowy. Jakie przesunięcie dopplerowskie występuje w tym przypadku?

Odp.: (c) Żadne.

46. Równanie 20-11 opisujące efekt Dopplera jest sformułowane w układzie odniesienia spoczywającym względem ośrodka, przez który przebiega fala dźwiękowa. Przyjmijmy teraz, że układ odniesienia jest związany z ziemią, a ośrodek porusza się z prędkością v_m w kierunku od źródła ku obserwatorowi. Jak należy zmodyfikować równanie 20-11 w tym (ogólniejszym) przypadku?

47. W pociągu poruszającym się z prędkością 10,0 m/s na wschód siedzi przy otwartym oknie dziewczyna. Jej wuj stoi blisko torów i obserwuje oddalający się pociąg. Gwizdek lokomotywy wytwarza sygnał o częstości 500 Hz. Powietrze jest spokojne. (a) Jaką częstość słyszy wuj? (b) Jaką częstość słyszy dziewczyna? Ze wschodu zaczyna wiać wiatr o szybkości 10 m/s. (c) Jaką częstość słyszy wuj obecnie? (d) Jaką częstość słyszy teraz dziewczyna?

Odp.: (a) 485 Hz, (b) 500 Hz, (c) 486 Hz, (d) 500 Hz.

48. Kobieta stojąca obok autostrady daje sygnał gwizdkiem (wysokość dźwięku 800 Hz) trzem koleżankom czekającym w odległości 200 m każda, jedna na północ od niej, druga na wschód, trzecia na południe. Czwarta jedzie samochodem w kierunku zachodnim. Z południa wieje wiatr o stałej prędkości 4,0 m/s. Jaką częstość dźwięku słyszy każda z czekających kobiet, a także kobieta jadąca samochodem?