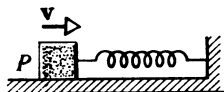
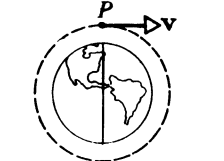
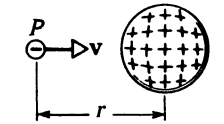
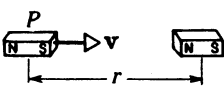


5. Dynamika punktu materialnego — I

5-1. Mechanika klasyczna

W rozdziałach 3 i 4 omawialiśmy ruch punktu materialnego, ze szczególnym uwzględnieniem ruchu wzdłuż linii prostej oraz ruchu na płaszczyźnie. Nie zastanawialiśmy się tam nad tym, co spowodowało ten ruch, lecz po prostu opisywaliśmy ten ruch za pomocą wektora położenia $\mathbf{r}$, wektora prędkości $\mathbf{v}$ i wektora przyspieszenia $\mathbf{a}$. Były to więc głównie rozważania geometryczne. W tym i następnym rozdziale będziemy omawiać przyczyny ruchu; zajmiemy się więc nowym działem mechaniki nazywanym *dynamiką*. Podobnie jak poprzednio, poruszające się ciało będziemy traktować jak punkt materialny. Zach-

Tablica 5-1

	układ	„punkt materialny”	otoczenie
1		klocek	sprężyna; chropowata powierzchnia
2		piłeczka golfowa	Ziemia
3		sztuczny satelita	Ziemia
4		elektron	duża, jednorodnie naładowana kula
5		magnes sztabkowy	drugi magnes sztabkowy

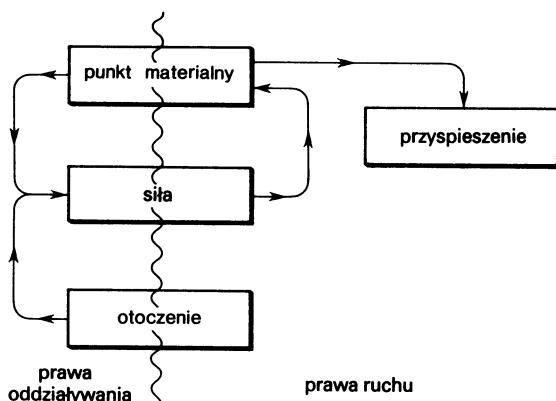
wanie się zespołów punktów materialnych i ciał rozciągliwych omówimy w dalszych częściach podręcznika.

Ruch punktu materialnego zależy od rodzaju i sposobu rozmieszczenia ciał stanowiących *otoczenie* tego punktu. W tablicy 5-1 podano przykłady „punktów materialnych” i ciał stanowiących ich otoczenie.

W dalszym ciągu ograniczymy nasze rozważania do bardzo istotnego szczególnego przypadku dużych (makroskopowych) ciał poruszających się z małymi, w porównaniu z prędkością światła c , prędkościami; będziemy więc zajmować się *mechaniką klasyczną*. W szczególności nie będziemy rozważać takich zagadnień, jak ruch elektronów w atomie uranu lub zderzenie dwóch protonów biegnących z prędkościami równymi, powiedzmy $0,90c$. Pierwsze z tych zagadnień należy do mechaniki kwantowej, a drugie do teorii względności. Omówienie tych teorii, których szczególnym przypadkiem jest mechanika klasyczna, odłożymy na później (patrz paragraf 6-4).

Podstawowy problem klasycznej mechaniki punktu materialnego jest następujący: (1) Mamy ciało (zachowujące się jak punkt materialny) o znanych właściwościach (masa, ładunek, magnetyczny moment dipolowy itd.). (2) Umieszczamy to ciało, nadając mu określoną prędkość początkową, w otoczeniu, które dokładnie znamy. (3) Pytamy: jaki będzie ruch ciała?

Problem ten został rozwiązany (przynajmniej dla dużej liczby przypadków) przez Izaaka Newtona (1642—1727), który sformułował trzy prawa rządzące ruchem, znane pod nazwą *trzech zasad dynamiki Newtona*, oraz *prawo powszechnego ciążenia*. W dzisiejszym rozumieniu mechaniki klasycznej* w celu rozwiązania tego problemu postępujemy w następujący sposób: (1) Wprowadzamy pojęcie *siły* F , definiując ją za pomocą przyspieszenia a nadawanego pewnemu wzorcowemu ciału. (2) Ustalamy sposób przypisania ciału pewnej *masy* m po to, abyśmy mogli opisać fakt, że różne ciała wykonane z tego samego materiału w tym samym otoczeniu uzyskują różne przyspieszenia. (3) Usiłujemy znaleźć sposoby obliczania sił działających na ciało, na podstawie właściwości tego ciała oraz jego otoczenia; a więc szukamy *praw rządzących oddziaływaniami*. Siła, która jest



* Dokładne przedstawienie praw mechaniki klasycznej, tak jak je formułujemy obecnie, można znaleźć w: Norman Austern, Presentation of Newtonian Mechanics, *American Journal of Physics*, September 1961; Leonard Eisenbud, On the Classical Laws of Motion, *American Journal of Physics*, March 1958; Robert Weinstock, The Laws of Classical Motion: What's F ? What's m ? What's a ?, *American Journal of Physics*, October 1961.

wielkością pozwalającą powiązać ruch ciała (punktu materialnego) z jego otoczeniem, występuje zarówno w równaniach ruchu (mówiących o tym, jakie przyspieszenie uzyska dane ciało pod działaniem danej siły), jak i we wzorach opisujących rodzaje oddziaływań (które pozwalają obliczyć, jaką siłę wywierają na dane ciało inne ciała znajdujące się w jego otoczeniu). Trzy zasady dynamiki Newtona i prawa opisujące oddziaływania tworzą razem podstawowe prawa mechaniki, co obrazuje powyższy rysunek.

Prawa mechaniki należy traktować jako całość. Uważamy, że są one właściwie sformułowane, jeżeli możemy dać twierdzącą odpowiedź na następujące dwa pytania: (1) Czy wyniki otrzymane na podstawie tych praw są zgodne z doświadczeniem? (2) Czy wzory opisujące oddziaływania mają możliwie najprostszą postać? Sukces mechaniki Newtona polega na tym, że potrafiła ona dać twierdzącą odpowiedź na oba te pytania.

Dotychczas korzystaliśmy z pojęć: „siła” i „masa” nie podając dokładnej definicji tych wielkości. Mianem siły określiliśmy wpływ otoczenia na ciało, a masę wiązaliśmy z oporem, jaki stawia przyspieszane ciało sile, która na nie działa, czyli z właściwością określaną mianem bezwładności. W następnym paragrafie uściślimy omawiane pojęcia.

5-2. Pierwsza zasada dynamiki Newtona

Problem ruchu i jego przyczyn przez wiele wieków był podstawowym problemem filozofii przyrody, nauki, którą obecnie nazywamy fizyką. Dopiero jednak w czasach Galileusza i Newtona dokonano przełomowego postępu w tej dziedzinie. Izaak Newton urodzony w Anglii w roku, w którym umarł Galileusz, jest głównym twórcą mechaniki klasycznej*. Opracował on i rozwinął pomysły wysunięte przez Galileusza i jego poprzedników. Newton sformułował trzy podstawowe zasady dynamiki przedstawione po raz pierwszy (w roku 1686) w dziele zatytułowanym *Philosophiae naturalis principia mathematica* (zwanym w skrócie *Principia*).

Do czasów Galileusza wielu filozofów uważało, że do tego, aby utrzymać ciało w ruchu, potrzebny jest pewien wpływ zewnętrzny, czyli „siła”. Sądziли oni, że gdy nie działają żadne siły, ciało musi znajdować się w spoczynku, uważali, że spoczynek jest „naturalnym stanem” ciała. Wierzyli oni na przykład, że po to, aby ciało mogło poruszać się po linii prostej ze stałą prędkością, musi na to ciało nieustannie oddziaływać jakiś czynnik zewnętrzny, inaczej ciało samorzutnie się zatrzyma.

Gdybyśmy chcieli sprawdzić doświadczalnie, czy pogląd ten jest słuszny, musielibyśmy najpierw znaleźć sposób na odizolowanie ciała od wszelkich wpływów otoczenia, czyli wszelkich sił. Oczywiście, jest to niemożliwe do zrobienia, ale w pewnych przypadkach możemy zmniejszyć siły do bardzo małej wartości. Badając, jak zachowuje się ciało, gdy coraz bardziej zmniejszamy działające na nie siły, możemy wyciągnąć pewne wnioski dotyczące tego, jak zachowywałoby się ciało, gdyby siły zewnętrzne były równe zeru.

Położmy badane ciało, powiedzmy klocek, na sztywnej, poziomej płaszczyźnie. Jeżeli klocek ten pchniemy powodując jego ślizganie się po tej płaszczyźnie, zauważymy, że będzie on stopniowo zwalniał swój ruch i w końcu się zatrzyma. Na podstawie tej obserwacji

* Newton wymyślił również rachunek różniczkowy, odkrył i sformułował prawo powszechnego ciążenia oraz stwierdził, że światło białe ma budowę złożoną. Był on znanym eksperymentatorem, wybitnym matematykiem; dziś nazwalibyśmy go ponadto fizykiem-teoretykiem.

wyciągnięto wniosek, że jeżeli przestaje działać przyczyna ruchu, w tym przypadku siła ręki pchającej klocek, ustaje również ruch. Pogląd ten można obalić rozumując w następujący sposób: Powtórzmy doświadczenie używając gładszego klocka i gładziej powierzchni oraz wprowadzając smar. Zauważmy, że prędkość klocka będzie malała coraz wolniej i do chwili zatrzymania się klocek będzie przebywał coraz to większe odległości*. Rozszerzając wnioski wyciągnięte na podstawie tych doświadczeń możemy stwierdzić, że gdyby udało się całkowicie wyeliminować tarcie, ciało poruszałoby się nieskończenie długo, wzdłuż linii prostej ze stałą prędkością. Pewna siła zewnętrzna jest potrzebna jedynie do tego, aby *zmienić* prędkość ciała, a nie do tego, aby *utrzymać* ciało w ruchu ze stałą prędkością. Na przykład, jeżeli pchamy ciało wprowadzając je w ruch, na ciało to działa siła naszej ręki. Natomiast, gdy zmniejsza się prędkość ciała, działa na nie siła spowodowana chropowatością powierzchni. Obie te siły powodują zmianę prędkości ciała, a więc nadają mu przyspieszenie.

Wniosek został przyjęty przez Newtona jako *pierwsza* z jego trzech zasad dynamiki. Podane przez Newtona sformułowanie tej zasady było następujące: *Każde ciało pozostaje w stanie spoczynku lub ruchu jednostajnego po linii prostej dopóty, dopóki nie zostanie zmuszone, za pomocą wywierania odpowiednich sił, do zmiany tego stanu.*

Pierwsza zasada dynamiki jest w istocie stwierdzeniem dotyczącym układów odniesienia. Wiadomo, że ogólnie przyspieszenie zależy od układu odniesienia, względem którego jest mierzone. Pierwsza zasada dynamiki stwierdza, że jeżeli w pobliżu rozważanego ciała nie ma żadnych innych ciał (tzn. jeżeli na rozważane ciało nie działają żadne siły, gdyż każda siła musi być wywierana przez jakieś ciało), to można znaleźć taki zespół układów odniesienia, w którym ciało nie będzie miało przyspieszenia. Fakt, że ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym, jeżeli nie przykładamy do niego żadnych sił, wiążemy z właściwością materii nazywaną *bezwładnością (inercją)*. Pierwszą zasadę Newtona nazywamy więc również często *zasadą bezwładności*, a układy odniesienia, w których ona obowiązuje, *układami inercjalnymi*. Przyjmuje się, że układy te są nieruchome względem odległych gwiazd.

W podręczniku tym prawie wszędzie będziemy stosować prawa mechaniki klasycznej z punktu widzenia obserwatorów znajdujących się w inercjalnych układach odniesienia. Możliwe jest również rozwiązywanie zagadnień mechanicznych w nieinercjalnych układach odniesienia, takich jak układy obracające się względem gwiazd stałych, ale wówczas musimy wprowadzić pewne dodatkowe siły, nie pochodzące od ciał znajdujących się w otoczeniu badanego ciała. Zagadnienia takie omówimy w rozdziałach 6, 11 i 16. Układ odniesienia związany z Ziemią dla większości praktycznych zagadnień można uznać w przybliżeniu za inercjalny. W rozdziale 16 zobaczymy, jak dobre jest to przybliżenie.

Zauważmy, że pierwsza zasada nie wprowadza żadnego rozróżnienia między ciałami spoczywającymi i ciałami poruszającymi się ze stałą prędkością. Gdy nie ma żadnych sił, każdy z tych stanów może być „naturalnym” stanem ciała. Żeby dokładniej zrozumieć, dlaczego tak jest, zbadajmy zachowanie się ciała spoczywającego w jednym inercjalnym układzie odniesienia z punktu widzenia innego układu inercjalnego, poruszającego się względem pierwszego ze stałą prędkością. Obserwator znajdujący się w pierwszym układzie stwierdzi, że ciało znajduje się w spoczynku; obserwator w drugim układzie stwierdzi,

* Podobne doświadczenie można łatwo wykonać w laboratorium posługując się krążkiem wyciętym z „suchego lodu” i ślizgającym się po gładkiej powierzchni. Krążek taki może przebywać praktycznie bez tarcia bardzo duże odległości unosząc się na wytworzonej między krążkiem i powierzchnią warstwie CO₂.

że to samo ciało porusza się z jednostajną prędkością. Obaj obserwatorzy stwierdzą, że ciało nie ma przyspieszenia, tzn. nie doznaje zmiany prędkości, a więc obaj na podstawie pierwszej zasady dynamiki wywnioskują, że na ciało nie działają żadne siły.

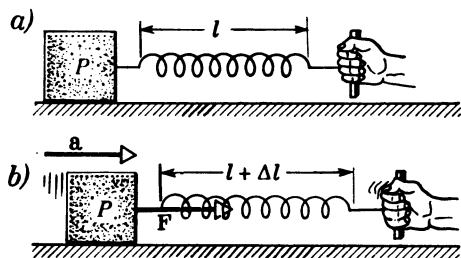
Zauważmy również, że w myśl pierwszej zasady nie ma żadnej różnicy między przypadkiem, gdy nie działa żadna siła, i przypadkiem, gdy wypadkowa sił działających na ciało jest równa zero. Na przykład, jeżeli siła ręki pchającej książkę dokładnie równoważy siłę tarcia działającą na tę książkę, książka będzie poruszała się ze stałą prędkością. Pierwszą zasadę można więc sformułować w inny, równoważny sposób, mianowicie: *Jeżeli na ciało nie działa żadna wypadkowa siła, przyspieszenie a tego ciała jest równe zero.*

Jeżeli między rozważanym ciałem i ciałami otaczającymi to ciało istnieje jakieś oddziaływanie, „naturalny” stan ciała może zostać zmieniony. Aby móc zbadać te zmiany, musimy dokładniej omówić pojęcie siły.

5-3. Siła

Uściślijmy pojęcie siły podając jej operacyjną definicję. W naszym codziennym języku pojęcie siły kojarzy się z pchaniem lub ciągnięciem ciała, na przykład za pomocą siły mięśni. W fizyce jednakże potrzebna jest dokładniejsza definicja. Wprowadzamy ją określając przyspieszenie, jakie uzyska pewne wzorcowe ciało umieszczone w odpowiednim otoczeniu.

Okazało się, że jako takie ciało wzorcowe wygodnie jest przyjąć (a ściślej mówiąc, wyobrazić sobie, że przyjmujemy) *wzorzec kilograma* (patrz rys. 1-2). Ciało to zostało wybrane jako *wzorzec masy* i zdefiniowano jego masę m_0 jako dokładnie 1 kilogram. Później podamy sposób, w jaki określa się masę innych ciał. To wzorcowe ciało umieszczamy na gładkim, poziomym stole i przyczepiamy do niego sprężynę. Drugi koniec sprężyny trzymamy w ręku, jak na rys. 5-1a. Następnie ciągniemy sprężynę w prawą stronę, w ten sposób, aby (metodą kolejnych prób) nadać ciału jednostajne przyspieszenie $1,00 \text{ m/s}^2$. Wówczas stwierdzamy, że — z definicji — sprężyna (która w tym przypadku stanowi otoczenie ciała) wywiera na to ciało stałą siłę, której wielkość nazwiemy 1 *niutonom* [1 N]. Zauważmy, że przy ciągnięciu sprężyna wydłuża się o wielkość Δl w stosunku do swojej długości (patrz rys. 5-1b).

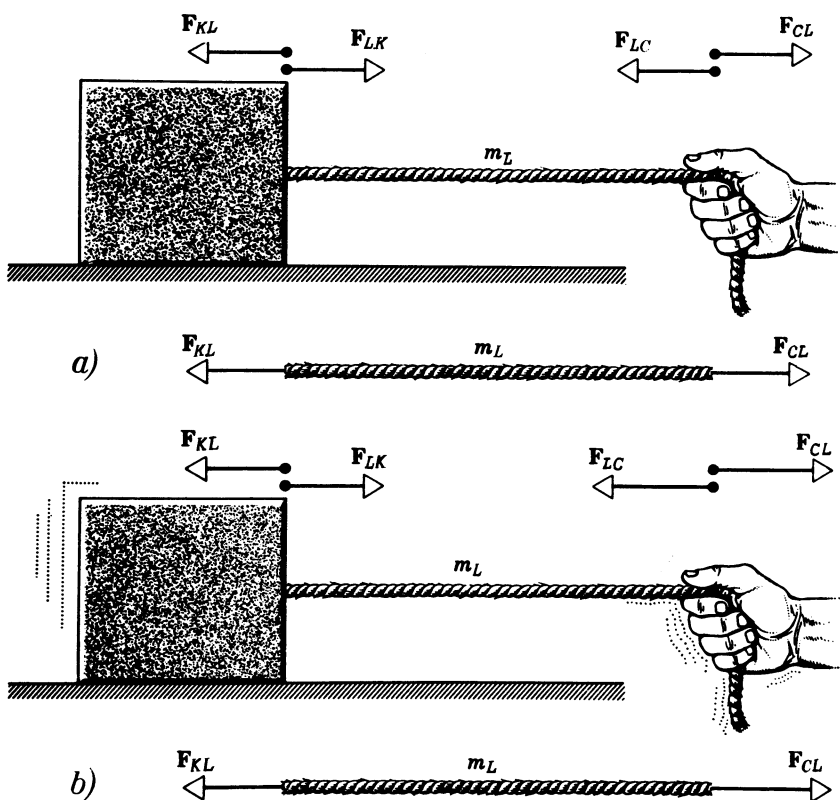


Rys. 5-1. (a) „Punkt materialny” P (wzorzec kilogram) spoczywa na gładkiej poziomej powierzchni. (b) Ciągąc w prawo sprężynę nadajemy mu przyspieszenie

Możemy powtórzyć doświadczenie, rozciągając jeszcze bardziej sprężynę, albo stosując sprężynę o większym współczynniku sprężystości, i nadać ciału przyspieszenie $2,00 \text{ m/s}^2$. Wówczas powiemy, że sprężyna działa na to ciało z siłą 2,00 N. Ogólnie biorąc, jeżeli stwierdzimy, że specjalnie dobrane wzorcowe ciało uzyskuje pod wpływem ciał znajdujących się w jego otoczeniu przyspieszenie a , możemy powiedzieć, że ciała te wy-

wierają na nie siłę F , przy czym wartość liczbową F (wyrażona w N) jest równa wartości liczbowej przyspieszenia a (wyrażonej w m/s^2).

Zbadajmy teraz, czy siła zdefiniowana w powyższy sposób jest *wektorem*. Na rysunku 5-2b przypisaliśmy sile pewną wartość i równie łatwo możemy przypisać jej pewien kierunek, mianowicie kierunek przyspieszenia, jaki nadaje ta siła. Jednakże na to, żeby jakaś wielkość była wektorem, nie wystarczy określenie jej wartości i kierunku, musi ona jeszcze spełnić reguły dodawania wektorów, podane w rozdziale 2. Aby sprawdzić, czy siły zdefiniowane w podany wyżej sposób spełniają te reguły, musimy odwołać się do doświadczenia.



Rys. 5-2. Przykład 1. Człowiek ciągnie za linkę przywiązaną do klocka. (a) Siły wywierane na linkę przez klocek i przez człowieka są równe co do wartości i przeciwnie skierowane. Wypadkowa pozioma siła działająca na linkę, jak widać na rysunku, jest więc równa zero. Linka nie ma przyspieszenia. (b) Siła wywierana na linkę przez człowieka jest większa od siły wywieranej na nią przez klocek. Wypadkowa pozioma siła ma wartość $F_{CL} - F_{KL}$ i jest skierowana w prawo. Wobec tego linka ma przyspieszenie skierowane w prawo. Na klocek działa ponadto siła tarcia nie przedstawiona na rysunku

Przyłożmy do wzorcowego ciała umieszczonego, podobnie jak poprzednio, na gładkiej, poziomej powierzchni równocześnie dwie siły: jedną o wartości liczbowej 4,00 N, skierowaną wzdłuż osi x i drugą o wartości 3,00 N, skierowaną wzdłuż osi y . Jakie przyspieszenie uzyska to ciało? W wyniku doświadczenia okazuje się, że przyspieszenie to jest równe: $5,00 \text{ m/s}^2$ i skierowane jest pod kątem 37° względem osi x . Innymi słowy, możemy powiedzieć, że na wzorcowe ciało działa siła 5,00 N tworząca kąt 37° z osią x . Taki sam

wynik otrzymamy dodając geometrycznie siły 4,00 N i 3,00 N, metodą równoległoboku. Doświadczenie wykazało więc, że siły są wektorami, ponieważ mają one określoną wartość i określony kierunek i dodają się zgodnie z regułami dodawania wektorowego.

Wyniki doświadczeń tego typu można podsumować następująco: *Jeżeli na ciało działa równocześnie kilka sił, każda z tych sił nadaje ciału niezależnie pewne przyspieszenie. Przyspieszenie wypadkowe ciała jest równe wektorowej sumie tych przyspieszeń.*

5-4. Masa. Druga zasada dynamiki Newtona

W paragrafie 5-3 rozważaliśmy przyspieszenia nadawane jednemu, specjalnie wybranemu ciału, wzorcowemu kilogramowi. Podaliśmy tam ilościową definicję siły i sposób mierzenia sił. Jaki wpływ będą wywierały te siły na inne ciała? Ponieważ nasze ciało wzorcowe zostało wybrane zupełnie umownie, możemy powiedzieć, że dla dowolnego ciała przyspieszenie będzie wprost proporcjonalne do przyłożonej siły. Powstaje teraz następujące pytanie: jaki wpływ będzie wywierała *ta sama siła* na *różne ciała*? Powszechnie znane przykłady z życia codziennego dają nam jakościową odpowiedź na to pytanie. Ta sama siła różnym ciałom nadaje różne przyspieszenia. Piłka do gry pod działaniem pewnej siły uzyska większe przyspieszenie niż samochód poddany działaniu tej samej siły. Aby otrzymać ilościową odpowiedź na zadane pytanie, musimy znaleźć metodę pozwalającą zmierzyć masę ciała, czyli wielkość określającą opór, jaki stawia to ciało, gdy zmieniamy jego stan ruchu (prędkość).

Przywiążmy sprężynę do naszego wzorcowego ciała, wzorcowego kilograma, któremu przypisaliśmy umownie masę $m_0 = 1,00$ kg, i nadajemy temu ciału (w sposób pokazany na rys. 5-1b) przyspieszenie a_0 równe, powiedzmy, $2,00$ m/s². Zmierzymy dokładnie wydłużenie Δl sprężyny związane z wielkością siły, jaką sprężyna wywiera na to ciało.

Następnie zastąpmy wzorcowy kilogram dowolnym ciałem, którego masę oznaczymy symbolem m_1 ; przyłożmy do tego ciała tę samą siłę (siłę, która nadała wzorcowemu kilogramowi przyspieszenie $2,00$ m/s²), rozciągając sprężynę o tę samą wielkość Δl , i zmierzmy przyspieszenie, jakie to ciało uzyska. Niech zmierzone przyspieszenie wynosi $0,50$ m/s²

Przyjmujemy, z *definicji*, że stosunek mas dwóch ciał równy jest odwrotności stosunku przyspieszeń nadawanych tym ciałom przez tę samą siłę.

$$m_1/m_0 = a_0/a_1 \quad (\text{pod działaniem tej samej siły } F).$$

Podstawiając do ostatniego równania powyższe dane liczbowe otrzymamy

$$m_1 = m_0(a_0/a_1) = 1,00 \text{ kg } [(2,00 \text{ m/s}^2)/(0,50 \text{ m/s}^2)] = 4,00 \text{ kg}.$$

Drugie ciało, które pod działaniem tej samej siły uzyskało przyspieszenie równe jednej czwartej przyspieszenia uzyskanego przez pierwsze ciało, ma, z definicji, masę cztery razy większą od masy pierwszego ciała. Masę możemy więc traktować jako ilościową miarę bezwładności.

Jeżeli powtórzmy doświadczenie przykładając inną (ale taką samą dla obu ciał) siłę, stwierdzimy, że stosunek przyspieszeń a'_0/a'_1 będzie taki sam jak poprzednio, tzn.

$$m_1/m_0 = a_0/a_1 = a'_0/a'_1.$$

Stosunek mas obu ciał nie zależy więc od wielkości przykładanej siły. Ponadto doświadczenie wykazuje, że za pomocą opisanego postępowania możemy przypisać masę dowolnemu

ciału. Porównajmy na przykład inne, dowolnie wybrane ciało z ciałem wzorcowym i znajdziemy jego masę równą powiedzmy m_2 . Następnie porównajmy ze sobą bezpośrednio ciała m_1 i m_2 , przykładając do nich taką samą siłę i nadając im przyspieszenie a_1'' i a_2'' . Okaże się, że stosunek obu mas, określony (jak poprzednio) zależnością

$$m_2/m_1 = a_1''/a_2'' \quad (\text{pod działaniem tej samej siły}),$$

ma taką samą wartość, jaką otrzymalibyśmy podstawiając w miejsce m_1 i m_2 masy znalezione na podstawie bezpośrednich porównań obu ciał z ciałem wzorcowym.

Przeprowadzając jeszcze jedno doświadczenie podobnego typu możemy pokazać, że jeżeli dwa ciała o masach równych odpowiednio m_1 i m_2 połączymy ze sobą, będą one zachowywały się tak, jak jedno ciało o masie równej $m_1 + m_2$. Innymi słowy, masy dodają się jak wielkości skalarne (i są skalarami).

Wnioski wyciągnięte na podstawie wszystkich powyższych doświadczeń możemy zawrzeć w jednym równaniu, podstawowym równaniu mechaniki klasycznej

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}. \quad (5-1)$$

W równaniu tym siła $\mathbf{F}$ (wektor) jest sumą wszystkich sił działających na ciało, m — masą tego ciała, a $\mathbf{a}$ — przyspieszeniem ciała (wektorem). Równanie (5-1) możemy uważać za wyraz drugiej zasady dynamiki Newtona. Jeżeli równanie to napiszemy w postaci $\mathbf{a} = \mathbf{F}/m$, łatwo stwierdzimy, że przyspieszenie ciała jest wprost proporcjonalne do wypadkowej siły działającej na to ciało i ma kierunek zgodny z kierunkiem tej siły oraz że dla danej siły przyspieszenie jest odwrotnie proporcjonalne do masy ciała.

Zauważmy, że pierwsza zasada dynamiki stanowi szczególny przypadek drugiej zasady, ponieważ gdy $\mathbf{F} = 0$, wówczas $\mathbf{a} = 0$. Innymi słowy, jeżeli wypadkowa siła działająca na ciało jest równa zeru, przyspieszenie tego ciała też jest równe zeru, czyli ciało porusza się ze stałą prędkością albo pozostaje w spoczynku (prędkość równa zeru), co właśnie stanowi treść pierwszej zasady dynamiki. Z trzech zasad dynamiki Newtona niezależne są więc jedynie dwie, druga i trzecia (paragraf 5-5). Dział dynamiki ruchu postępowego zajmujący się jedynie tymi układami punktów materialnych, na które działa wypadkowa siła równa zeru, nazywamy *statyką*.

Równanie (5-1) jest równaniem wektorowym. Zamiast jednego równania wektorowego możemy napisać trzy równania skalarne.

$$F_x = ma_x, \quad F_y = ma_y, \quad F_z = ma_z, \quad (5-2)$$

wiążące ze sobą odpowiednio trzy składowe wypadkowej siły (F_x , F_y i F_z) z trzema składowymi przyspieszeniami (a_x , a_y , a_z) dla masy m . Należy podkreślić, że F_x jest sumą składowych x wszystkich sił działających na masę m , F_y sumą odpowiednich składowych y , a F_z sumą składowych z .

5-5. Trzecia zasada dynamiki Newtona

Siły działające na jakieś ciało wywierane są przez inne ciała znajdujące się w jego otoczeniu. Pojedyncza siła opisuje więc tylko jeden aspekt wzajemnego oddziaływania dwóch ciał. Wiadomo z doświadczenia, że jeżeli jedno ciało działa jakąś siłą na drugie ciało, to drugie ciało oddziałuje również jakąś siłą na ciało pierwsze. Ponadto stwierdzono, że siły te są równe co do wartości i mają przeciwne kierunki (różne zwroty). Pojedyncze siły nie mogą więc występować w przyrodzie.

Jeżeli jedną z sił występujących w oddziaływaniu między ciałami nazwiemy *siłą akcji*, druga siła będzie *siłą reakcji*. Nie jest ważne, którą z sił nazwiemy siłą akcji, a którą siłą reakcji, ponieważ zawsze mamy do czynienia z równoczesnym wzajemnym oddziaływaniem.

O tej właściwości sił po raz pierwszy jasno mówi Newton w swojej trzeciej zasadzie dynamiki: *Każdej akcji towarzyszy zawsze równa co do wartości, lecz przeciwnie skierowana reakcja; inaczej, wzajemne oddziaływanie dwóch ciał jest zawsze równe co do wartości, lecz przeciwnie skierowane.*

Innymi słowy, jeżeli ciało A działa na ciało B , ciało B działa na ciało A siłą o takiej samej wartości, lecz przeciwnie skierowaną; ponadto obie te siły działają wzdłuż prostej, łączącej oba ciała. Zauważmy, że siły akcji i reakcji, które zawsze występują parami, działają na *różne* ciała. Gdyby działały one na to samo ciało, nigdy nie moglibyśmy nadać żadnemu ciału przyspieszenia, ponieważ wypadkowa siła działająca na każde ciało byłaby wówczas równa zeru.

Wyobraźmy sobie chłopca, który kopnięciem otwiera drzwi. Siła wywarta przez chłopca C na drzwi D nadaje tym drzwiom pewne przyspieszenie (drzwi otwierają się), równocześnie drzwi D wywierają na chłopca C taką samą co do wartości, lecz przeciwnie skierowaną siłę, która nadaje nodze chłopca ujemne przyspieszenie (prędkość nogi maleje). Chłopiec boleśnie odczuje reakcję drzwi na swoją akcję, zwłaszcza jeżeli ma bosą stopę.

Podane niżej przykłady ilustrują zastosowanie trzeciej zasady dynamiki i wyjaśniają dokładniej jej znaczenie.

Przykład 1. Chłopiec C ciągnie w kierunku poziomym linkę L przywiązaną do kločka K umieszczonego na poziomym stole siłą F_{CL} (patrz rys. 5-2). Linka działa na chłopca siłą reakcji F_{LC} . Zgodnie z trzecią zasadą Newtona $F_{CL} = -F_{LC}$. Linka wywiera również pewną siłę F_{LK} na klocek, a klocek działa siłą reakcji F_{KL} na linkę. I znowu zgodnie z trzecią zasadą dynamiki $F_{LK} = -F_{KL}$.

Przypuśćmy, że linka ma masę m_L . Aby poruszyć z miejsca linkę (i klocek), musimy nadać tym siłom pewne przyspieszenie, powiedzmy a . Jedynymi siłami działającymi na linkę są siły F_{CL} i F_{KL} , a więc siła wypadkowa jest równa $F_{CL} + F_{KL}$; jeśli linka ma uzyskać przyspieszenie, musi ona być różna od zera. Na podstawie drugiej zasady dynamiki mamy

$$F_{CL} + F_{KL} = m_L a.$$

Ponieważ obie siły i przyspieszenie mają ten sam kierunek, możemy łatwo przejść od zapisu wektorowego do zależności między *wartościami bezwzględnymi* wektorów, mianowicie

$$F_{CL} - F_{KL} = m_L a.$$

Widzimy więc, że ogólnie biorąc, wartość bezwzględna siły F_{CL} jest różna od wartości bezwzględnej siły F_{KL} (rys. 5-2b). Obie te siły działają na *to samo* ciało, *nie* są więc one parą akcja-reakcja.

Zgodnie z trzecią zasadą Newtona wartość bezwzględna F_{CL} jest zawsze równa wartości bezwzględnej F_{LC} , a wartość bezwzględna F_{LK} — zawsze równa wartości bezwzględnej F_{KL} . Jednakże jedynie wówczas, gdy przyspieszenie a układu jest równe zeru, wartości bezwzględne sił F_{CL} i F_{LC} są równe wartościom bezwzględnym sił F_{LK} i F_{KL} (rys. 5-2a). W tym szczególnym przypadku możemy powiedzieć, że linka przenosi bez żadnej zmiany siłę wywieraną przez chłopca na klocek. To ostatnie stwierdzenie byłoby również prawdziwe w przypadku, gdyby masa linki była równa zeru, $m_L = 0$. W praktyce nie ma linek nie mających masy, jednakże często masę linki można pominąć i wówczas można uważać, że linka przenosi wywieraną siłę bez żadnych zmian. Siła działająca na dowolny punkt linki nazywana jest *naprężeniem* linki w tym punkcie. Naprężenie linki, w dowolnym punkcie możemy zmierzyć przecinając linkę w tym punkcie i wstawiając dynamometr; naprężenie ma wartość równą wartości odczytanej na skali dynamometru. Naprężenie we wszystkich punktach linki jest jednakowe jedynie wówczas, gdy linka nie ma przyspieszenia lub gdy możemy pominąć jej masę.

Przykład 2. Na przymocowanej do sufitu sprężynie wisi nieruchomo pewne ciało (rys. 5-3a). Ponieważ ani sprężyna, ani ciało nie mają przyspieszenia, suma wektorowa wszystkich sił działających na każde z nich jest równa zeru. Na przykład, siłami działającymi na ciało są naprężenie rozciągniętej sprężyny

T , działające pionowo w górę oraz ciężar tego ciała W , spowodowany przyciąganiem ziemskim działającym pionowo w dół. Siły te pokazano na rys. 5-3b, na którym, dla większej przejrzystości, narysowaliśmy jedynie samo ciało. Na ciało nie działają żadne inne siły.

Siła F występująca w równaniu wyrażającym drugą zasadę Newtona przedstawia *sumę wszystkich sił działających na ciało*. Dla rozważanego ciała siła ta wynosi więc

$$F = T + W.$$

Ponieważ ciało spoczywa, jego przyspieszenie jest równe zeru, $a = 0$. Z zależności $F = ma$ otrzymujemy więc

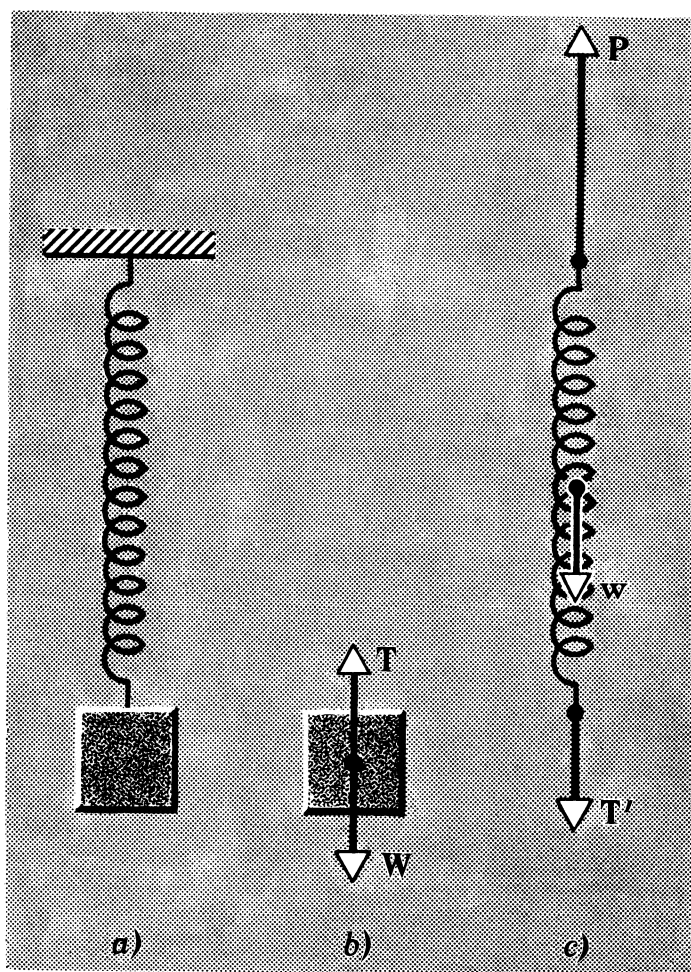
$$T + W = 0, \quad \text{czyli} \quad T = -W.$$

Ponieważ obie siły działają wzdłuż tej samej prostej, ich wartości bezwzględne są równe, czyli

$$T = W.$$

Napężenie sprężyny jest więc dokładnie równe ciężarowi ciała. Wynik ten wykorzystamy przy omawianiu statycznej metody pomiaru sił.

Zbadajmy następnie, jakie siły działają na sprężynę; są one przedstawione na rys. 5-3c. T' jest siłą, jaką ciało rozciąga sprężynę. Jest to siła reakcji na siłę T . T' ma więc taką samą wartość bezwzględną jak T ,



Rys. 5-3. Przykład 2. (a) Ciało jest zawieszone na sprężynie. (b) Siły działające na ciało. (c) Pionowe siły działające na sprężynę

równą W . P jest skierowaną do góry siłą, którą wywiera na sprężynę sufit, a w jest ciężarem sprężyny, czyli siłą, jaką Ziemia przyciąga sprężynę. Ponieważ sprężyna znajduje się w spoczynku i wszystkie siły działają wzdłuż tej samej prostej, mamy

$$P + T' + w = 0,$$

czyli

$$P = W + w.$$

Sufit działa więc na sprężynę siłą, której wartość bezwzględna jest równa łącznemu ciężarowi ciała i sprężyny.

Z trzeciej zasady dynamiki wynika, że siła P' wywierana przez sprężynę na sufit musi być równa co do wartości sile P , ponieważ obie te siły stanowią parę akcja-reakcja. Wartość bezwzględna P' jest więc równa $W + w$.

Ogólnie biorąc $P' \neq T$, czyli sprężyna wywiera różne siły na ciała przywiązane do jej różnych końców. Jedyne w szczególnym przypadku, kiedy ciężar sprężyny można pominąć ($w = 0$) mamy $P' = W = T$. Nieważka sprężyna (lub linka) przenosi więc siły z jednego końca na drugi bez zmiany ich wartości.

Podzielmy siły występujące w tym przykładzie na pary akcja-reakcja. Reakcją na siłę W wywieraną przez Ziemię na ciało musi być siła wywierana przez ciało na Ziemię. Podobnie reakcją na ciężar sprężyny jest siła wywierana przez sprężynę na Ziemię. Ponieważ Ziemia ma bardzo dużą masę, siły te nadadzą jej tak małe przyspieszenie, że nie będziemy mogli go zauważyć. Sił tych nie można pokazać na naszym rysunku, ponieważ nie ma tam Ziemi. Następnymi parami akcja-reakcja są pary T i T' oraz P i P' . Zauważmy, że siły T i W ($T = -W$) w naszym przykładzie nie stanowią pary akcja-reakcja, ponieważ działają one na to samo ciało.

5-6. Układy jednostek mechanicznych

Jednostką siły jest z definicji siła, która nadaje jednostkowej masie jednostkowe przyspieszenie.

W układzie SI jednostką siły jest siła, która masie 1 kg nadaje przyspieszenie 1 m/s²; jednostka ta, jak widzieliśmy, nosi nazwę 1 *niutona* [1 N]. W układzie CGS (centymetr, gram, sekunda) jednostką siły jest siła, która masie 1 g nadaje przyspieszenie 1 cm/s²; jednostka ta nosi nazwę 1 *dyny*. Ponieważ 1 kg = 10³ g, a 1 m/s² = 10² cm/s², więc 1 N = 10⁵ dyn.

W każdym z podanych układów jednostek jako wielkości podstawowe przyjmowaliśmy masę, długość i czas. Dla wszystkich tych wielkości wybraliśmy pewne wzorce i za pomocą tych wzorców określiliśmy odpowiednie jednostki. Siła jest wielkością pochodną określaną z zależności $F = ma$.

(W brytyjskim technicznym układzie jednostek wielkościami podstawowymi są siła, długość i czas, a masa jest wielkością pochodną, określaną na podstawie zależności $m = F/a$.)

Tablica 5-2

Jednostki stosowane w równaniu $F = ma$

Układy jednostek	Siła	Masa	Przyspieszenie
SI	niuton [N]	kilogram [kg]	m/s ²
CGS	dyna	gram [g]	cm/s ²

Jednostki siły, masy i przyspieszenia w obu omówionych układach jednostek zebrane są w tablicy 5-2.

Wymiarem siły jest masa · przyspieszenie.

W układzie, w którym wielkościami podstawowymi są masa, długość i czas, wymiarem siły jest masa · długość/czas², czyli MLT^{-2} . Masę, długość i czas przyjęto umownie za podstawowe wielkości mechaniczne.

5-7. Prawa rządzące oddziaływaniami ciał.

Rodzaje sił

Trzy zasady dynamiki omówione w poprzednich paragrafach stanowią jedynie, jak stwierdziliśmy już w paragrafie 5-1, część mechaniki. Musimy jeszcze zbadać *prawa rządzące oddziaływaniami ciał*, na podstawie których będziemy mogli znajdować siły działające na dane ciało, zależne od właściwości tego ciała oraz od jego otoczenia. Druga zasada Newtona, podana w postaci

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}, \quad (5-3)$$

nie jest w istocie prawem przyrody, lecz jedynie definicją siły. Dopiero wówczas, gdy znajdziemy konkretne wyrażenia na siły, czyli funkcje typu:

$$\mathbf{F} = \text{funkcja zależna od właściwości ciała i jego otoczenia} \quad (5-4)$$

i wyeliminujemy siłę z równań (5-3) i (5-4), otrzymamy równanie, które pozwoli nam obliczyć przyspieszenie ciała (punktu materialnego) w zależności od właściwości tego ciała i jego otoczenia. Widać stąd jasno, że siła jest pojęciem, które wiąże ze sobą przyspieszenie

Tablica 5-3

Prawa rządzące oddziaływaniami i rodzaje sił dla układów podanych w tablicy 5-1

Układ	Rodzaje sił. Prawa rządzące oddziaływaniami
1. Kłoczek poruszany za pomocą sprężyny po chropowatej poziomej powierzchni	(a) Siła sprężysta: $F = -kx$, gdzie x jest wydłużeniem sprężyny, a k — stałą, która opisuje właściwości sprężyny; siła $\mathbf{F}$ jest skierowana w prawo (patrz rozdział 15) (b) Siła tarcia: $F = \mu mg$, gdzie μ jest współczynnikiem tarcia, a mg — ciężarem klocka; siła $\mathbf{F}$ jest skierowana w lewo (patrz rozdział 6)
2. Lecząca piłeczka golfowa	$F = mg$; siła $\mathbf{F}$ jest skierowana w dół (patrz paragraf 5-8)
3. Sztuczny satelita	$F = GmM/r^2$, gdzie G jest stałą grawitacyjną, M — masą Ziemi, a r — promieniem orbity; siła $\mathbf{F}$ jest skierowana do środka Ziemi (patrz rozdział 16). Jest to prawo powszechnego ciążenia Newtona
4. Elektron w pobliżu dodatnio naładowanej kuli	$F = (1/4\pi\epsilon_0)eQ/r^2$, gdzie ϵ_0 jest pewną stałą, e — ładunkiem elektronu, Q — ładunkiem kuli; r — odległością elektronu od środka kuli; siła $\mathbf{F}$ jest skierowana w prawo (patrz rozdział 26). Jest to prawo Coulomba
5. Dwa magnesy sztabkowe	$F = (3\mu_0/2\pi)\mu^2/r^4$, gdzie μ_0 jest pewną stałą, μ — magnetycznym momentem dipolowym, r — odległością między środkami obu magnesów; zakładamy, że $r \gg l$, gdzie l jest długością każdego z magnesów; siła $\mathbf{F}$ jest skierowana w prawo

ciała z jednej strony z właściwościami tego ciała i jego otoczenia z drugiej strony. Stwierdziliśmy poprzednio (paragraf 5-1), że aby sprawdzić, czy nasza teoria mechaniki jest słuszna, musimy poszukać *prostych* praw (w rodzaju prawa przedstawionego równaniem (5-4)) opisujących oddziaływania między ciałami. Okazuje się, że takie prawa rzeczywiście istnieją i dlatego wierzymy, że podstawowe prawa mechaniki klasycznej dobrze opisują rzeczywistość. Gdyby okazało się, że prawa rządzące oddziaływaniami są bardzo skomplikowane, nie moglibyśmy wykorzystać w praktyce równania (5-3) i sprawdzić jego słuszności.

Liczba różnych możliwych otoczeń punktu materialnego jest tak ogromna, że nie będziemy w stanie omówić szczegółowo wszystkich praw rządzących oddziaływaniami i wymienić wszystkich rodzajów sił. W tablicy 5-3 podaliśmy jednakże kilka rodzajów sił i kilka praw rządzących oddziaływaniami, odnoszących się do pięciu przypadków z tablicy 5-1. W dalszych częściach podręcznika omówimy, w odpowiednich miejscach, bardziej szczegółowo te oraz inne jeszcze prawa rządzące oddziaływaniami. W tablicy 5-3 oprócz praw ogólnych podaliśmy również parę przypadków szczególnych oddziaływań.

5-8. Masa i ciężar ciała

Ciężarem ciała nazywamy siłę grawitacyjną, z jaką Ziemia przyciąga to ciało. Ciężar jest więc wielkością wektorową. Wektor ciężaru jest skierowany tak jak siła grawitacyjna, czyli do środka Ziemi. Wartość bezwzględną ciężaru wyrażamy w jednostkach siły, na przykład w niutonach [N].

Kiedy ciało o masie m spada swobodnie, jego przyspieszenie jest równe przyspieszeniu grawitacyjnemu g , a siłą działającą na nie jest jego ciężar W . Druga zasada Newtona, $F = ma$, zastosowana do spadku swobodnego, daje $W = mg$. Zarówno W , jak i g są wektorami skierowanymi do środka Ziemi. Możemy więc napisać

$$W = mg, \quad (5-5)$$

gdzie W i g są wartościami bezwzględnymi wektorów ciężaru i przyspieszenia. Aby nie pozwolić ciału spadać swobodnie, musimy wyrzucić na to ciało siłę skierowaną pionowo do góry o wartości bezwzględnej równej W , tak aby siła wypadkowa była równa zeru. Na rysunku 5-3a siłą tą jest naprężenie sprężyny.

Mówiliśmy poprzednio, że — jak stwierdzono doświadczalnie — przyspieszenie g ma tę samą wartość dla wszystkich ciał umieszczonych w *tym samym miejscu*. Stąd wniosek, że stosunek ciężarów dwóch ciał musi być równy stosunkowi ich mas. Waga analityczna, która w rzeczywistości porównuje dwie siły, może więc być używana w praktyce do porównywania dwóch mas. Jeżeli ciało położone na jednej szalce wagi naciska na tę szalkę taką samą siłą jak wzorcowy gram masy na drugą szalkę, możemy powiedzieć, że masa ciała wynosi 1 g*. Często mówimy w takim przypadku niewłaściwie, że sól „waży” 1 g, chociaż gram jest jednostką masy, a nie ciężaru. Ważne jest, aby nie mylić tych dwóch wielkości.

Widzieliśmy, że ciężar ciała (siła, z jaką Ziemia przyciąga to ciało) jest wielkością wektorową. Masa natomiast jest wielkością skalarną. Ilościowa zależność między tymi

* Należy jeszcze wprowadzić poprawki związane z różnym wyporem powietrza, ponieważ objętości próbki i wzorca nie są jednakowe. Zagadnienie to będzie omawiane w rozdziale 17.

dwiema wielkościami jest dana równaniem $W = mg$. Ciężar W ciała o masie m jest różny w różnych punktach na powierzchni Ziemi, ponieważ g zmienia się od punktu do punktu. I tak na przykład, ciężar 1 kg masy w miejscu, gdzie przyspieszenie ziemskie g jest równe $9,80 \text{ m/s}^2$, wynosi 9,80 N; natomiast w miejscu, gdzie przyspieszenie ziemskie g jest równe $9,78 \text{ m/s}^2$, ten sam kilogram waży 9,78 N. Gdyby ciężary te były mierzone za pomocą wagi sprężynowej, różne ciężary tego samego 1 kg masy, w różnych miejscach spowodowałyby różne wydłużenie sprężyny. Ciężar ciała, w przeciwieństwie do masy, która jest niezmienną właściwością tego ciała, zależy więc od położenia ciała względem środka Ziemi. Wskazania wagi sprężynowej, dla tej samej masy, w różnych punktach na Ziemi będą różne.

W rozdziale 16, w którym będziemy omawiać prawo powszechnego ciążenia, uogólnimy pojęcie ciężaru. Zobaczymy tam, że w tych obszarach przestrzeni, gdzie nie ma przyciągania grawitacyjnego, ciężar ciała jest równy zeru, mimo że efekty związane z bezwładnością, a więc i masa ciała, są tam takie same jak na powierzchni Ziemi. Astronauta znajdujący się w statku kosmicznym, w którym nie ma przyciągania grawitacyjnego, z łatwością mógłby podnieść ogromną bryłę ołowiu ($W = 0$), ale gdyby kopnął on tę bryłę, odczułby to tak samo jak na Ziemi ($m \neq 0$).

Jeżeli chcemy, aby ciało poruszało się ruchem przyspieszonym w przestrzeni, w której nie ma przyciągania grawitacyjnego, musimy działać na to ciało taką samą siłą, jak w przypadku ruchu przyspieszonego tego ciała po gładkiej, poziomej powierzchni na Ziemi, ponieważ w obu miejscach masa ciała jest taka sama. Ale jeżeli chcemy równoważyć przyciąganie ziemskie, większą siłę musimy przyłożyć do ciała znajdującego się na powierzchni Ziemi niż do ciała znajdującego się wysoko ponad tą powierzchnią, ponieważ w obu tych miejscach ciężary ciała są różne.

Często zamiast masy ciała, na które działa siła F , mamy podany jego ciężar W . Wówczas, jeśli chcemy znaleźć przyspieszenie a tego ciała, łączymy równanie (5-3), $F = ma$, z równaniem (5-4), $W = mg$, otrzymując

$$m = W/g,$$

skąd

$$F = (W/g)a. \quad (5-6)$$

Wielkość W/g odgrywa rolę masy w równaniu $F = ma$ i rzeczywiście jest to masa ciała, które ma ciężar W . Na przykład, jeśli mężczyzna znajdujący się w punkcie, w którym $g = 9,6 \text{ m/s}^2$, waży 80 kG, jego masa wynosi*

$$m = \frac{W}{g} = \frac{80 \cdot 9,8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{9,6 \text{ m/s}^2} = 81,5 \text{ kg}.$$

Zauważmy, że ciężar tego samego mężczyzny w innym punkcie, w którym $g = 9,7 \text{ m/s}^2$, byłby równy

$$W = mg = 81,5 \text{ kg} \cdot 9,7 \text{ m/s}^2 = 81,5 \cdot \frac{\text{kG}}{9,8 \text{ m/s}^2} \cdot 9,7 \text{ m/s}^2 = 81 \text{ kG}.$$

* Przypominamy, że $1 \text{ kG} = 1 \text{ kg} \cdot 9,807 \text{ m/s}^2 = 9,807 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$. (Przyp. tłum.)

5-9. Statyczna metoda pomiaru sił

W paragrafie 5-3 wprowadziliśmy pojęcie siły, mierząc przyspieszenie, jakie uzyskało pewne wzorcowe ciało pod wpływem rozciągniętej sprężyny. Tę metodę pomiaru siły można nazwać metodą dynamiczną. Metoda ta, bardzo wygodna przy wprowadzaniu definicji siły, nie ma jednakże praktycznego zastosowania przy pomiarze sił. Inna metoda pomiaru sił oparta jest na mierzeniu zmian kształtu lub wymiarów ciała (np. sprężyny), do którego przyłożono siłę, przy czym ciało to nie jest przyspieszane. Tę metodę można nazwać metodą statyczną.

W statycznej metodzie pomiaru siły korzystamy z faktu, że jeśli ciało poddane działaniu kilku sił ma zerowe przyspieszenie, suma geometryczna wszystkich sił działających na to ciało musi być równa zeru. Jest to po prostu treść pierwszej zasady dynamiki. Pojedyncza siła działająca na ciało nadaje temu ciału pewne przyspieszenie; przyspieszenie to można zredukować do zera, jeśli przyłożymy drugą siłę o tej samej wartości i przeciwnym kierunku niż pierwsza. W praktyce, jeśli chcemy mierzyć siły, szukamy takiego położenia ciała, w którym ciało znajduje się w spoczynku. Musimy również przyjąć pewną siłę za jednostkę. Jednostką taką może być na przykład siła, jaką Ziemia przyciąga pewne wzorcowe ciało umieszczone w określonym punkcie.

Przyrządem najczęściej używanym do pomiaru sił omówioną metodą jest waga sprężynowa. Składa się ona ze zwiniętej sprężyny, zakończonej wskazówką, która może przesuwac się wzdłuż skali. Siła przyłożona do wagi zmienia długość sprężyny. Jeśli na przykład na sprężynie zawiesimy ciało ważące 1 N, sprężyna będzie się wydłużała aż do momentu, gdy siła sprężystości zrównoważy ciężar tego ciała. W punkcie, w którym znajdzie się wówczas koniec wskazówki, należy na skali zaznaczyć „1 N”. W podobny sposób, zawieszając kolejno na sprężynie ciężary 2 N, 3 N itd., możemy znaleźć następne punkty skali, czyli wyskalować wagę. Tak wyskalowana waga może służyć do pomiaru dowolnych sił, odpowiedniej wielkości, nie tylko do pomiaru siły przyciągania ziemskiego. Zakładamy oczywiście, że wydłużenie sprężyny dla takich samych sił jest zawsze takie samo.

Przy statycznej metodzie pomiaru sił korzystamy milcząco z trzeciej zasady dynamiki. Zakładamy mianowicie, że siła wywierana przez sprężynę na ciało ma taką samą wartość, jak siła wywierana przez to ciało na sprężynę. Ta ostatnia siła jest właśnie tą siłą, której wielkość chcemy zmierzyć. Korzystamy również z pierwszej zasady, ponieważ zakładamy, że $F = 0$, gdy $a = 0$. Należy tu podkreślić, że gdyby przyspieszenie było różne od zera, wydłużenie sprężyny pod wpływem ciężaru W byłoby inne niż przy $a = 0$. Na przykład, gdyby sprężyna i przyczepione do niej ciało spadały swobodnie pod wpływem przyciągania grawitacyjnego z przyspieszeniem $a = g$, sprężyna wcale by się nie rozciągnęła i naprężenie jej byłoby równe zeru.

5-10. Pewne zastosowania zasad dynamiki Newtona

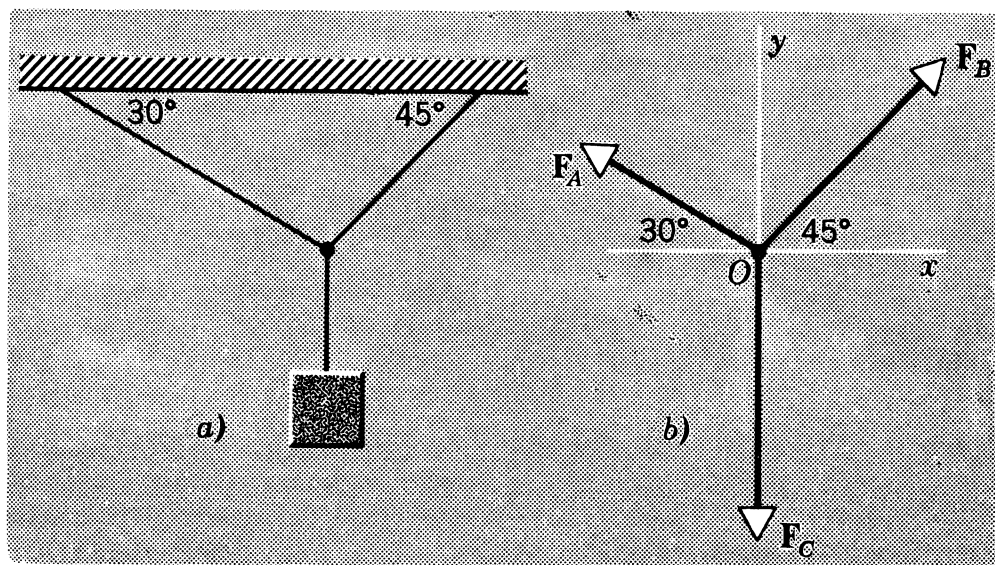
W paragrafie tym omówimy pewne praktyczne metody rozwiązywania zagadnień mechaniki klasycznej i zilustrujemy je kilkoma przykładami. Druga zasada dynamiki mówi, że suma geometryczna wszystkich sił działających na ciało jest równa iloczynowi masy tego ciała przez jego przyspieszenie. Pierwszym krokiem przy rozwiązywaniu każdego zagadnienia powinna więc być: (1) identyfikacja ciała, którego ruch chcemy badać.

Brak jasnego stwierdzenia, o które ciało chodzi, stanowi bardzo często źródło wielu błędów popełnianych przy rozwiązywaniu konkretnych zadań. (2) Następnie ustaliliśmy, które ciało jest naszym badanym ciałem, rozpatrujemy wszystkie inne ciała znajdujące się w jego otoczeniu (Ziemię, równię pochyłą, sprężyny, linki). Każde z tych ciał wywiera pewną siłę na nasze ciało i musimy dobrze zdawać sobie sprawę z tego, co to są za siły. (3) Następnym krokiem jest wybranie odpowiedniego (inercjalnego) układu odniesienia. Powinniśmy tak wybrać początek tego układu i tak skierować jego osie, aby możliwie jak najbardziej uprościć sobie sporządzenie rysunku, o którym będzie mowa w następnym paragrafie. (4) Zaznaczamy oddzielnie rozważane ciało, układ odniesienia oraz wszystkie siły działające na ciało. (5) W końcu do każdej składowej siły i przyspieszenia stosujemy drugą zasadę Newtona wyrażoną w postaci danej równaniem (5-2).

Podane niżej przykłady zilustrują omówioną metodę analizy i rozwiązywania zadań przy zastosowaniu drugiej zasady Newtona. Każde ciało, którego ruch będziemy badać, będziemy traktować tak, jak gdyby było ono punktem materialnym; wszystkie siły działające na to ciało będą więc zaczepione w jednym punkcie. Ponadto będziemy zakładać, że masy stosowanych sprężyn i linek są małe. Pewne przykłady wybrane do analizy mogą się wydawać zbyt proste lub sztuczne, należy jednak pamiętać, że stanowią one wstęp do bardziej interesujących, praktycznych zagadnień i, co jest jeszcze ważniejsze, że zilustrowana przez nie metoda analizy — która jest tutaj rzeczą najważniejszą — stosuje się do wszystkich najbardziej nowoczesnych zagadnień mechaniki klasycznej, aż do wysyłania pojazdów na Marsa włącznie.

Przykład 3. Na rysunku 5-4a przedstawiony jest ciężar W wiszący na trzech linkach. Rozważmy węzeł utworzony w punkcie złączenia linek. Węzeł jest nieruchomy i działają na niego trzy siły przedstawione na rys. 5-4b. Przypuśćmy, że znamy wartość jednej z tych sił. W jaki sposób możemy znaleźć wartość pozostałych sił?

Silami działającymi na nasze ciało (węzeł) są F_A , F_B i F_C . Są to wszystkie siły działające na to ciało. Ponieważ ciało nie ma przyspieszenia (spoczywa), $F_A + F_B + F_C = 0$. Wybierając osie x i y w sposób po-



Rys. 5-4. Przykład 3. (a) Pewna masa jest zawieszona na sznurkach. (b) Siły działające na węzeł. Zakładamy, że sznurki są nieważkie

kazany na rysunku, zamiast powyższego równania wektorowego, zgodnie z równaniem (5-2), możemy napisać trzy równania skalarne:

$$\begin{aligned}F_{Ax} + F_{Bx} &= 0, \\F_{Ay} + F_{By} + F_{Cy} &= 0, \\F_{Az} = F_{Bz} = F_{Cz} &= 0,\end{aligned}$$

co oznacza, że wszystkie wektory sił leżą w płaszczyźnie xy , a więc nie mają składowych z .

Z rysunku widzimy, że

$$\begin{aligned}F_{Ax} &= -F_A \cos 30^\circ = -0,866 F_A, \\F_{Ay} &= F_A \sin 30^\circ = 0,500 F_A\end{aligned}$$

oraz

$$\begin{aligned}F_{Bx} &= F_B \cos 45^\circ = 0,707 F_B, \\F_{By} &= F_B \sin 45^\circ = 0,707 F_B\end{aligned}$$

a ponadto

$$F_{Cy} = -F_C = -W,$$

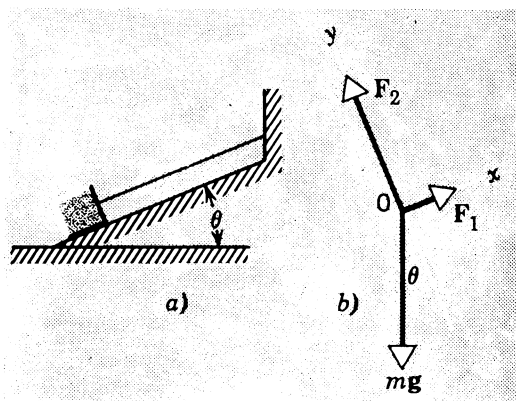
ponieważ linka C przenosi jedynie siłę z jednego jej końca do węzła na drugim końcu. Podstawiając otrzymane wyniki do naszych pierwotnych równań otrzymujemy

$$\begin{aligned}-0,866 F_A + 0,707 F_B &= 0, \\0,500 F_A + 0,707 F_B - W &= 0.\end{aligned}$$

Jeżeli znamy wartość którejkolwiek z trzech sił występujących w tym układzie równań, możemy łatwo rozwiązać układ i obliczyć wartość dwóch pozostałych sił. Na przykład, jeżeli $W = 100 \text{ N}$, to $F_A = 73,3 \text{ N}$, a $F_B = 89,6 \text{ N}$.

Przykład 4. Chcemy zbadać ruch ciała na gładkiej równi pochyłej.

(a) *Przypadek statyczny.* Na rysunku 5-5a widzimy klocek o masie m spoczywający na gładkiej płaszczyźnie nachylonej pod kątem θ do poziomu. Do klocka przywiązana jest linka, której drugi koniec przyczepiony jest do pionowej ściany. Siły działające na klocek pokazane są na rys. 5-5b. F_1 jest siłą, jaką linka wywiera na klocek, mg — siłą, jaką Ziemia przyciąga klocek, to znaczy jego ciężarem, F_2 — siłą reakcji wywieraną na klocek przez płaszczyznę równi. Siła F_2 jest prostopadła (normalna) do powierzchni zetknięcia obu ciał, ponieważ założyliśmy, że między rozważanymi ciałami nie ma tarcia*. Gdyby występowało tarcie, siła F_2 miałaby składową równoległą do równi. Ponieważ interesuje nas ruch *klocka*, rozważymy *wszystkie siły działające na ten klocek*. Czytelnik powinien pamiętać o tym, że klocek, zgodnie z zasadą akcji i reakcji, wywiera siły na ciała znajdujące się w jego otoczeniu (linkę, Ziemię, powierzchnię równi); siły te jednakże nie wpływają na ruch klocka.



Rys. 5-5. Przykład 4. (a) Klocek przytrzymywany przez sznurek spoczywa na gładkiej równi pochyłej. (b) Siły działające na klocek

* Siła reakcji równi jest przykładem tak zwanych sił więzów, to znaczy sił, które ograniczają ruch ciała. Jest to siła sprężysta będąca wynikiem deformacji ciał w pobliżu punktów zetknięcia; ciała bowiem nie są nigdy doskonale sztywne, jak często milcząco zakładamy.

Przypuśćmy, że znamy m i θ . W jaki sposób możemy znaleźć F_1 i F_2 ?
Ponieważ klocek nie ma przyspieszenia, możemy napisać

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + m\mathbf{g} = 0.$$

Wygodnie jest skierować oś x naszego układu odniesienia wzdłuż równi, a oś y prostopadłe do równi (rys. 5-5b). Przy tym wyborze osi układu współrzędnych, rozwiązując zadanie będziemy musieli rozkładać na składowe tylko jedną siłę, siłę $m\mathbf{g}$. Rozkładając siłę $m\mathbf{g}$ na składowe wzdłuż osi x i y otrzymujemy dwa równania skalarne:

$$F_1 - mg \sin \theta = 0 \quad \text{ i } \quad F_2 - mg \cos \theta = 0,$$

z których mając m i θ możemy wyliczyć F_1 i F_2 .

(b) *Przypadek dynamiczny.* Przypuśćmy następnie, że linka została przecięta, wskutek czego na klocek przestaje działać siła F_1 . Wypadkowa siła działająca na klocek będzie teraz różna od zera, klocek zacznie się poruszać z przyspieszeniem. Jakie jest to przyspieszenie?

Z równania (5-2) mamy $F_x = ma_x$ i $F_y = ma_y$. Korzystając z tych zależności otrzymujemy

$$F_2 - mg \cos \theta = ma_y = 0$$

oraz

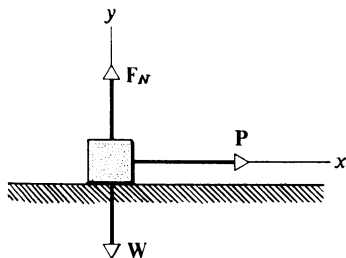
$$-mg \sin \theta = ma_x,$$

skąd

$$a_y = 0, \quad a_x = -g \sin \theta.$$

Przyspieszenie jest więc skierowane w dół równi i ma wartość $g \sin \theta$.

Przykład 5. Rozważmy klocek o masie m ciągnięty wzdłuż gładkiej poziomej płaszczyzny przez siłę $\mathbf{P}$ skierowaną poziomo (patrz rys. 5-6). $\mathbf{F}_N$ jest siłą reakcji wywieranej na klocek przez gładką powierzchnię a $\mathbf{W}$ — ciężarem klocka.



Rys. 5-6. Przykład 5. Klocek jest ciągnięty po gładkim stole. Przedstawione są siły działające na klocek

(a) Cemu równa jest siła reakcji powierzchni, jeśli klocek ma masę $2,0$ kg. Z drugiej zasady dynamiki, pamiętając o tym, że $a_y = 0$, otrzymujemy

$$F_y = ma_y, \quad \text{czyli} \quad F_N - W = 0,$$

skąd $F_N = W = mg = 2,0 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 20 \text{ N}$.

(b) Jaka siła P nada klockowi poziomą prędkość $4,0 \text{ m/s}$ w czasie $2,0 \text{ s}$, jeśli w chwili początkowej znajduje się on w spoczynku?

Obliczamy przyspieszenie a_x z zależności

$$a_x = \frac{v_x - v_{x0}}{t} = \frac{4,0 \text{ m/s} - 0}{2,0 \text{ s}} = 2,0 \text{ m/s}^2.$$

Z drugiej zasady dynamiki $F_x = ma_x$, czyli $P = ma_x$, obliczamy P :

$$P = ma_x = 2,0 \text{ kg} \cdot 2,0 \text{ m/s}^2 = 4,0 \text{ N}.$$

Przykład 6. Na rysunku 5-7a widzimy ciało o masie m_1 ciągnięte za pomocą nieważkiej linki po gładkiej poziomej płaszczyźnie. Na drugim końcu linki przerzuconym przez gładki krążek wisi inne ciało o masie m_2 . Zakładamy, że krążek jest nieważki i służy wyłącznie do zmiany kierunku naprężenia w linie. Wartość naprężenia linki jest jednakowa na całej jej długości (patrz przykład 2). Znaleźć przyspieszenie układu i naprężenie linki.

Przypuśćmy, że chcemy zbadać ruch ciała o masie m_1 . Siły działające na to ciało, traktowane jako punkt materialny, pokazane są na rys. 5-7b. Siła $\mathbf{T}$, naprężenie linki, ciągnie ciało w prawo; siła $m_1\mathbf{g}$ jest

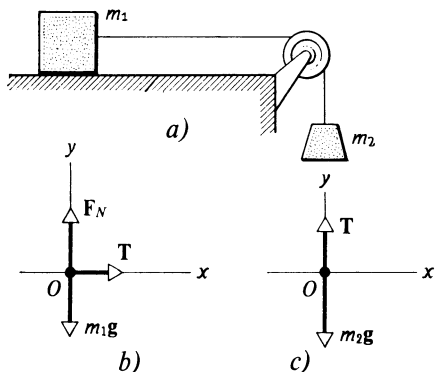
skierowaną w dół siłą przyciągania ziemskiego, a F_N siłą reakcji wywieraną na ciało przez gładki stół. Ciało będzie się poruszało w kierunku osi x , czyli $a_{1y} = 0$. Wobec tego możemy napisać

$$F_N - m_1 g = 0 = m_1 a_{1y},$$

oraz

$$T = m_1 a_{1x}. \quad (5-7)$$

Z równań tych wnioskujemy, że $F_N = m_1 g$. Ponieważ jednak nie znamy wartości T , nie możemy obliczyć a_{1x} .



Rys. 5-7. Przykład 6. (a) Dwie masy są związane sznurkiem; masa m_1 leży na gładkim stole, masa m_2 wisi swobodnie. (b) Siły działające na masę m_1 . (c) Siły działające na masę m_2 .

Aby znaleźć T , musimy rozważyć ruch ciała m_2 . Siły działające na to ciało przedstawione są na rys. 5-7c. Ponieważ linka i ciało poruszają się z przyspieszeniem, nie możemy powiedzieć, że T jest równe $m_2 g$. Rzeczywiście, gdyby T było równe $m_2 g$, wypadkowa siła działająca na m_2 byłaby równa zero, co może zachodzić tylko wówczas, gdy układ nie ma przyspieszenia.

Równanie ruchu dla wiszącego ciała ma postać

$$m_2 g - T = m_2 a_{2y}. \quad (5-8)$$

Ze względu na to, że na krążku zmienia się kierunek naprężenia linki i że linka ma ustaloną długość, musi być

$$a_{2y} = a_{1x},$$

wobec czego przyspieszenie całego układu możemy oznaczyć po prostu przez a . Z równań (5-7) i (5-8) otrzymamy wówczas

$$m_2 g - T = m_2 a \quad (5-9)$$

oraz

$$T = m_1 a,$$

co daje

$$m_2 g = (m_1 + m_2) a, \quad (5-10)$$

skąd

$$a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g$$

oraz

$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g. \quad (5-11)$$

W ten sposób znaleźliśmy przyspieszenie a układu i naprężenie linki T .

Zauważmy, że naprężenie sznurka jest zawsze mniejsze od $m_2 g$. Widać to z równania (5-11), jeżeli przepiszemy je w postaci

$$T = m_2 g \frac{m_1}{m_1 + m_2}.$$

Zauważmy także, że a jest zawsze mniejsze od przyspieszenia grawitacyjnego g . Jedynie w przypadku, gdyby m_2 było równe zero, tzn. gdyby nie było żadnego ciała na stole, otrzymalibyśmy $a = g$ (równanie (5-10)). W tym przypadku byłoby także $T = 0$ (równanie (5-9)).

Równanie (5-10) możemy zinterpretować w bardzo prosty sposób. Wypadkowa, niezerowa siła działająca na układ złożony z dwóch mas m_1 i m_2 , jest równa m_2g . Stosując równanie $F = ma$ bezpośrednio do tego układu możemy otrzymać od razu równanie (5-10).

Przypuśćmy, że dane są następujące wartości liczbowe: $m_1 = 2,0$ kg i $m_2 = 1,0$ kg. Wówczas

$$a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{1}{3} g = 3,3 \text{ m/s}^2$$

oraz

$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{2}{3} 9,8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 = 6,5 \text{ N}.$$

Przykład 7. Rozważmy dwie nierówne masy połączone ze sobą za pomocą linki przerzuconej przez gładki, nieważki krążek (patrz rys. 5-8a). Niech masa m_2 będzie większa od masy m_1 . Szukamy naprężenia linii i przyspieszenia obu mas.

Załóżmy, że przyspieszenie masy poruszającej się *do góry* jest *dodatnie*. Skoro przyspieszenie masy m_1 wynosi a , to przyspieszenie masy m_2 musi być równe $-a$. Siły działające na masę m_1 i m_2 pokazane są na rys. 5-8b, na którym T przedstawia naprężenie linki.

Równanie ruchu masy m_1 ma postać

$$T - m_1 g = m_1 a,$$

a masy m_2

$$T - m_2 g = -m_2 a.$$

Łącząc te równania otrzymujemy

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g \quad (5-12)$$

oraz

$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g.$$

Na przykład, jeśli $m_2 = 2,0$ kg, a $m_1 = 1,0$ kg, to

$$a = (1/3)g = (9,8/3) \text{ m/s}^2 = (3,3) \text{ m/s}^2$$

oraz

$$T = (4/3) \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = (13,1) \text{ N} = (4/3) \text{ kG}.$$

Zauważmy, że jak należało oczekiwać, T ma zawsze wartość pośrednią między ciężarem masy m_1 (1,0 kG w naszym przykładzie) i ciężarem masy m_2 (2,0 kG w naszym przykładzie). Jest to zrozumiałe, ponieważ T musi być większe od $m_1 g$, jeśli masa m_1 ma mieć przyspieszenie skierowane w górę, a $m_2 g$ musi być większe od T , jeśli masa m_2 ma mieć przyspieszenie skierowane w dół. W szczególnym przypadku, gdy $m_1 = m_2$, otrzymujemy $a = 0$ oraz $T = m_1 g = m_2 g$. Jest to oczywiście przypadek statyczny.

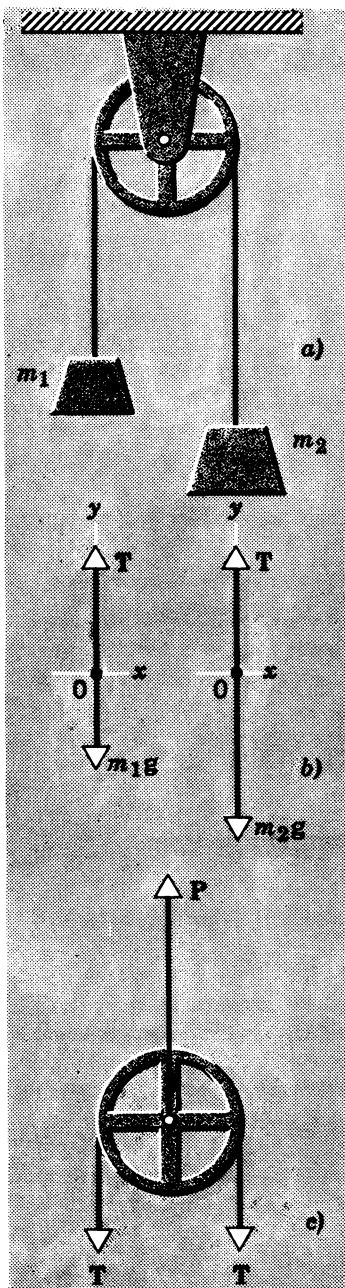
Na rysunku 5-8c pokazano siły działające na nieważki krążek. Jeśli krążek potraktujemy jak punkt materialny, wszystkie siły będą zaczepione w jego środku. P jest skierowaną do góry siłą działającą na krążek w miejscu jego zawieszenia, a T siłą, z jaką krążek jest ciągnięty w dół przez każdą z dwóch części linki. Ponieważ krążek nie przesuwa się (nie ma ruchu postępowego), więc

$$P = T + T = 2T.$$

Gdybyśmy opuścili założenie o nieważkości krążka i przypisali mu skończoną masę m , prócz tych sił musielibyśmy uwzględnić skierowaną w dół siłę mg . Ponadto, jak zobaczymy później, ruch obrotowy krążka o skończonej masie powoduje powstanie różnych naprężeń w obu częściach linki. Tarcie w łożyskach również wpływa na ruch obrotowy krążka oraz na naprężenie linek.

Przykład 8. Rozważmy windę poruszającą się pionowo z przyspieszeniem a . Chcemy znaleźć siłę wywieraną przez pasażera na podłogę windy.

Przyjmijmy, że przyspieszenie *skierowane do góry* jest *dodatnie*, a *na dół* — *ujemne*. Dodatnie przyspieszenie oznacza więc, że albo winda porusza się do góry ruchem przyspieszonym, albo zjeżdża w dół z ma-



Rys. 5-8. Przykład 7. (a) Dwie nierówne masy wiszą na sznurku przerzuconym przez krążek (maszyna Atwooda). (b) Siły działające na m_1 i m_2 . (c) Siły działające na krążek, traktowany jako nieważki

lejącą prędkością. Przyspieszenie ujemne oznacza, że albo winda jedzie do góry z malejącą prędkością, albo zjeżdża na dół z prędkością rosnącą.

Zgodnie z trzecią zasadą Newtona siła wywierana przez pasażera na podłogę jest zawsze równa co do wartości, lecz przeciwnie skierowana niż siła, z jaką podłoga działa na pasażera. Możemy więc obliczyć albo siłę akcji, albo siłę reakcji. Rozważając siły działające na pasażera szukamy tej ostatniej siły, natomiast przy rozważaniu sił działających na podłogę szukamy pierwszej siły.

Sytuacja jest przedstawiona na rys. 5-9: Rzeczywisty ciężar pasażera wynosi W , a siła P wywierana na niego przez podłogę jest równa jego *pozornemu* ciężarowi w poruszającej się z przyspieszeniem windzie.

Wypadkowa siła działająca na pasażera wynosi $P+W$. Przyjmujemy, że siły skierowane do góry są dodatnie. Na podstawie drugiej zasady Newtona możemy napisać

$$F = ma,$$

czyli

$$P - W = ma, \quad (5-13)$$

gdzie m jest masą pasażera, a — przyspieszeniem pasażera (i windy).

Przypuśćmy, na przykład, że pasażer waży 80 kG, a przyspieszenie windy wynosi 0,6 m/s². Wówczas mamy

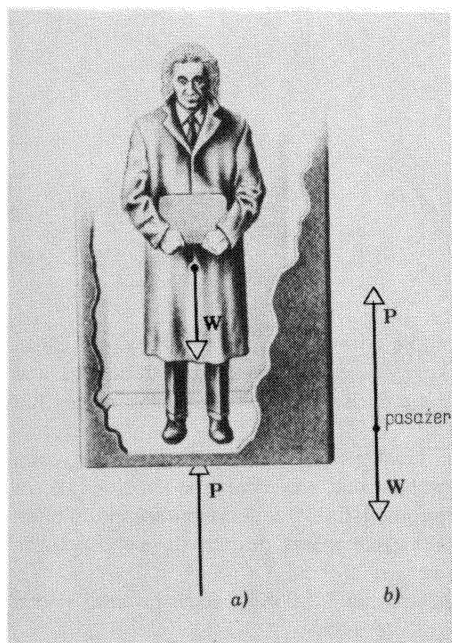
$$m = \frac{W}{g} = \frac{80 \text{ kG}}{9,8 \text{ m/s}^2} = \frac{80 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{9,8 \text{ m/s}^2} = 80 \text{ kg};$$

z równania (5-13)

$$P - 80 \text{ kg} = 80 \text{ kg} \cdot 0,6 \text{ m/s}^2 \quad \frac{80 \cdot 0,6 \text{ kG} \cdot \text{m/s}^2}{9,8 \text{ m/s}^2} = 5 \text{ kG};$$

obliczamy tę siłę P :

$$P = \text{ciężar pozorny} = 85 \text{ kG}.$$



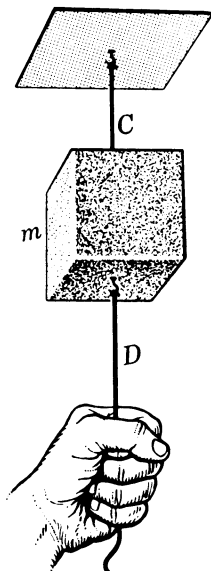
Rys. 5-9. Przykład 8. (a) Pasażer stoi na podłodze windy. (b) Siły działające na pasażera

Gdybyśmy chcieli zmierzyć tę siłę bezpośrednio, stawiając pasażera na wadze sprężynowej przymocowanej do podłogi windy (lub za pomocą wagi zawieszanej na suficie) odczytalibyśmy w przypadku osoby ważącej 80 kG wynik 85 kG. Pasażer stojący w windzie poruszającej się z dodatnim przyspieszeniem czuje, że jego nacisk na podłogę jest większy (ponieważ podłoga wywiera na niego większą siłę reakcji) niż w przypadku, gdy winda stoi. Każdy z nas doznawał podobnego uczucia w momencie ruszania windy.

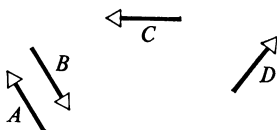
Gdyby liny, na których jest zawieszona winda, pękły i winda zaczęłaby spadać swobodnie z przyspieszeniem $a = -g$, wówczas P byłoby równe $W + (W/g)(-g) = 0$. Nie byłoby wówczas żadnego oddziaływania między pasażerem i podłogą. Pozorny ciężar pasażera odczytany na wadze sprężynowej byłby równy zero. W tej sytuacji można mówić o stanie nieważkości. Ciężar pasażera (siła ciężkości na niego wywierana) nie zmienił się oczywiście, ale siła, jaką on wywiera na podłogę, i siła reakcji, jaką podłoga wywiera na niego, są równe zero.

Pytania

1. Ile wynosi twoja waga w niutonach [N]?
2. Dlaczego w czasie hamowania pociągu człowiek przewraca się do przodu, a w momencie ruszania pociągu, do tyłu? Co może się zdarzyć, gdy pociąg zakręca ze stałą prędkością?
3. Ciało o masie m jest zawieszone na sznurze C pod sufitem. Do dolnej powierzchni ciała przymocowany jest sznur D (rys. 5-10). Jak można wytłumaczyć fakt, że gdy szarpniemy gwałtownie za sznur D , zostanie on przerwany, natomiast jeżeli będziemy powoli ciągnąć za sznur D , zerwie się sznur C .



Rys. 5-10. Pytanie 3



Rys. 5-11. Pytanie 13

4. Koń ma ciągnąć wózek, ale odmawia, przytaczając na swoją obronę trzecie prawo Newtona: „Siła, z jaką koń ciągnie wózek, jest równa sile, z jaką wózek ciągnie konia. Jeżeli nie mogę nigdy działać na wózek siłą większą niż wózek na mnie, to jak w ogóle mogę ruszyć wózek z miejsca”? zapytał koń. Jak można mu odpowiedzieć na to pytanie?

5. Czy podane niżej pary sił są przykładami par sił akcji i reakcji: (a) Ziemia przyciąga cegłę, cegła przyciąga Ziemię; (b) samolot śmigłowy ciągnie powietrze w swoją stronę, powietrze pcha samolot do przodu; (c) koń ciągnie wózek przyspieszając go, wózek ciągnie konia do tyłu; (d) koń ciągnie wózek do przodu, nie poruszając go, wózek ciągnie konia do tyłu; (e) koń ciągnie wózek do przodu, nie poruszając go, Ziemia wywiera taką samą przeciwnie skierowaną siłę na wózek.

6. Poddać krytyce często głoszony pogląd, że masa ciała jest miarą, „ilości materii zawartej w tym ciele”.

7. Jakie będą wymiary masy, jeśli za podstawowe wielkości przyjmiemy siłę, długość i czas?

8. Czy definicja masy podana w tym podręczniku odnosi się tylko do przedmiotów znajdujących się w chwili początkowej w spoczynku?

9. Skomentować poniższe zdania o masie i ciężarze wybrane z prac klasowych: (a) Masa i ciężar to dwie identyczne wielkości fizyczne wyrażone w różnych jednostkach. (b) Masa jest cechą przynależną tylko jednemu ciału, a ciężar zależy od oddziaływania między dwoma ciałami. (c) Ciężar ciała jest proporcjonalny do jego masy. (d) Masa ciała zmienia się wraz ze zmianą ciężaru.

10. Pozioma siła oddziałuje na masę, która może swobodnie się poruszać. Czy siła ta może nadać przyspieszenie, jeżeli jest mniejsza niż ciężar masy?

11. Czy przyspieszenie swobodnie spadającego ciała zależy od ciężaru ciała?

12. Ptak siedzi na drucie telegraficznym. Czy zmienia to napężenie drutu? Jeżeli tak, to czy o wielkość mniejszą, większą, czy równą ciężarowi ptaka?

13. Na Rys. 5-11, przedstawione są cztery siły, które są mniej więcej jednakowej wartości. Jaka kombinacja trzech sił, oddziałujących razem na jedno ciało, może utrzymać to ciało w równowadze?

14. Dlaczego krople deszczu spadają ze stałą prędkością w późniejszym stadium spadania?

15. Podczas zawodów w przeciąganiu liny trzech mężczyzn ciągnie linę w punkcie A w lewą stronę, a trzech innych w punkcie B w prawą, siłami, które są liczbowo równe. W pewnej chwili w środku liny zawieszono ciężarek 5 kG. (a) Czy mężczyźni ciągnący linę mogą jej przywrócić poziomy kształt? (b) Jeśli nie, wyjaśnić dlaczego? (c) Jeśli tak, to jakie siły trzeba przyłożyć w punktach A i B , żeby to osiągnąć?

16. Obydwa przytoczone poniżej zdania są prawdziwe; wyjaśnić ich znaczenie. Dwa zespoły rozgrywające mecz w przeciąganiu liny zawsze muszą ciągnąć się wzajemnie jednakowo silnie. Zwycięża ten zespół, który mocniej zapiera się w ziemię.

17. Przez gładki krążek jest przerzucona nieważka lina. Na jednym końcu liny wisi małpa, a na drugim końcu, na tym samym poziomie zawieszono lustro o ciężarze równym ciężarowi małpy. Czy małpa może uciec od swego obrazu widzianego w lustrze: (a) wspinając się po linie do góry, (b) spuszczać się po linie na dół, (c) puszczając linę?

18. Dwa ciała o równych masach spoczywają na przeciwnych szalkach wagi. Czy waga pozostanie zrównowazona, gdy poddamy ją przyspieszeniu w windzie do góry lub na dół?

19. Student stojący na platformie dużej wagi sprężynowej odczytuje swój ciężar. Następnie robi krok wzdłuż platformy i stwierdza, że w momencie podnoszenia nogi skala wagi wskazuje mniej niż wynosi jego ciężar, a w momencie stawiania nogi, więcej niż wynosi jego ciężar. Wyjaśnić to.

20. Ciężar zwisa na sznurze z sufitu windy. Z poniższych sytuacji wybierz tę, w której napężenie sznurka będzie największe, najmniejsze: (a) winda w stanie spoczynku, (b) winda jadąca do góry z jednostajną prędkością, (c) winda jadąca na dół ruchem opóźnionym, (d) winda jadąca na dół ruchem przyspieszonym.

21. Kobieta stoi na wadze sprężynowej w windzie. W którym z poniższych przypadków odczyt na wadze będzie największy, a w którym najmniejszy: (a) winda nieruchoma, (b) pęknięcie lin, na których zawieszona jest winda, swobodny spadek, (c) winda porusza się do góry ruchem przyspieszonym, (d) winda porusza się w dół ruchem przyspieszonym, (e) winda porusza się ze stałą prędkością?

22. W jakich warunkach twój ciężar byłby równy zeru? Czy odpowiedź zależy od wyboru układu odniesienia?

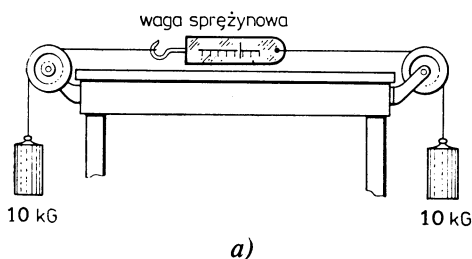
Zadania

Paragraf 5-4

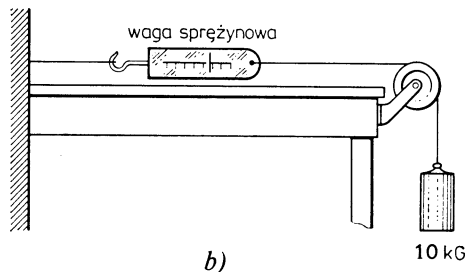
1. Dwa klocki o masach m_1 i m_2 , połączone lekką sprężyną, leżą na gładkim poziomym stole. Obliczyć stosunek przyspieszeń a_1 i a_2 , jakie uzyskują te klocki po odciągnięciu ich od siebie i puszczeniu?

Paragraf 5-5

2. (a) Dwa ciężarki dziesięciokilogramowe są połączone z dynamometrem, jak na rys. (5-12a.) Jaki będzie odczyt na dynamometrze? (b) Pojedynczy ciężarek dziesięciokilogramowy połączony jest z dynamometrem, który przytwierdzony jest do ściany, jak na rys. (5-12b). Jaki będzie odczyt na dynamometrze?



Rys. 5-12a. Zadanie 2a



Rys. 5-12b. Zadanie 2b

3. Dwa stykające się klocki leżą na gładkim stole. Do jednego z nich przyłożono poziomo siłę F (patrz rys. 5-13). (a) Znaleźć siłę działającą w miejscu zetknięcia obu klocków, jeśli $m_1 = 2,0$ kg, $m_2 = 1,0$ kg, a $F = 3,0$ N. (b) Pokazać, że jeśli ta sama siła F jest przyłożona do masy m_2 zamiast do masy m_1 , siła

działająca w miejscu zetknięcia klocków wynosi 2,0 N, a więc ma wartość inną niż wartość znaleziona w punkcie (a). Wyjaśnić to.

Odp.: (a) 1,0 N.

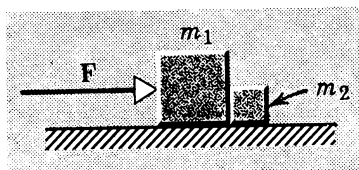
Paragraf 5-8

4. Astronauta, którego masa wynosi 75 kg, opuszcza Ziemię. Obliczyć jego ciężar: (a) na Ziemi, (b) na Marsie, gdzie $g = 3,8 \text{ m/s}^2$, (c) w przestrzeni międzyplanetarnej, (d) jaka jest jego masa w każdym z tych miejsc?

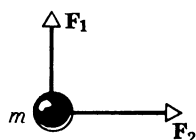
Paragraf 5-10

5. Samochód o ciężarze 13000 N jadący z prędkością 80 km/h zostaje zatrzymany, przy czym droga jego hamowania jest równa 61 m. Znaleźć (a) siłę hamującą, (b) czas potrzebny do zatrzymania samochodu. (c) Obliczyć, jaka byłaby droga i (d) czas hamowania przy takiej samej sile hamującej, gdyby samochód przed rozpoczęciem hamowania poruszał się z prędkością 40 km/h.

Odp.: (a) 5400 N, (b) 5,5 s, (c) 15 m; (d) 2,7 s.



Rys. 5-13. Zadanie 3



Rys. 5-14. Zadanie 6

6. Na ciało o masie m działają dwie siły F_1 i F_2 , przedstawione na rys. 5-14. Znaleźć wektor przyspieszenia ciała przy założeniu, że $m = 5 \text{ kg}$, $F_1 = 3,0 \text{ N}$, a $F_2 = 4,0 \text{ N}$.

7. Elektron został wyrzucony poziomo z prędkością $1,2 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ w obszar pola elektrycznego, w którym działa na niego siła $4,5 \cdot 10^{-16} \text{ N}$ skierowana pionowo. Można przyjąć, że masa elektronu wynosi $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. Obliczyć, o ile został odchyłony elektron w kierunku pionowym w czasie, gdy w kierunku poziomym przebył drogę 3,0 cm.

Odp.: 1,5 mm.

8. Na ciało o masie 30 kg działa siła ciężkości skierowana w dół oraz siła równa 70 kG skierowana poziomo. Znaleźć (a) prędkość i (b) przyspieszenie tego ciała jako funkcję czasu, zakładając, że w chwili początkowej ciało znajdowało się w spoczynku.

9. Elektron porusza się po linii prostej od katody lampy próżniowej do anody, oddalonej od katody dokładnie o 1,0 cm. Rozpoczyna on ruch z prędkością zerową, a dobiega do anody mając prędkość $6,0 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. (a) Założyć stałość przyspieszenia i znaleźć siłę działającą na elektron. Siła ta jest wytworzona przez pole elektryczne. Masa elektronu wynosi $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. (b) Porównać otrzymany wynik z siłą grawitacyjną działającą na ten elektron. Siłę tę zaniedbywaliśmy przyjmując ruch elektronu za prostoliniowy.

Odp.: (a) $1,6 \cdot 10^{-15} \text{ N}$; (b) $8,9 \cdot 10^{-30} \text{ N}$.

10. Człowiek o masie 80 kg skacze na betonową płytę z parapetu okiennego, znajdującego się na wysokości 0,5 m nad ziemią. Człowiek nie zgina kolan, więc hamuje na odległości około 2 cm. (a) Jakie jest przyspieszenie średnie człowieka od chwili, w której jego stopy po raz pierwszy stykają się z płytą do chwili przejścia do całkowitego stanu spoczynku? (b) Jaką średnią siłę oddziałuje ten skok na kości człowieka?

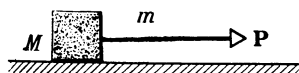
11. Niech jedynymi siłami działającymi na dwa ciała będą siły ich wzajemnego oddziaływania. Wykazać, że gdy ciała te zaczynają się poruszać, odległości przebywane przez każde z nich są odwrotnie proporcjonalne do ich mas.

12. Określić siłę oporu powietrza działającą na ciało o masie 0,25 kg spadające z przyspieszeniem $9,2 \text{ m/s}^2$

13. Naładowana kula o masie $3,0 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$ wisi na sznurku. Do kuli przyłożona jest siła elektryczna, skierowana poziomo, taka, że w stanie równowagi sznurek tworzy z pionem kąt 37° . Znaleźć (a) wartość tej siły i (b) naprężenie sznurka.

Odp.: (a) $22 \cdot 10^{-3} \text{ N}$; (b) $3,7 \cdot 10^{-3} \text{ N}$.

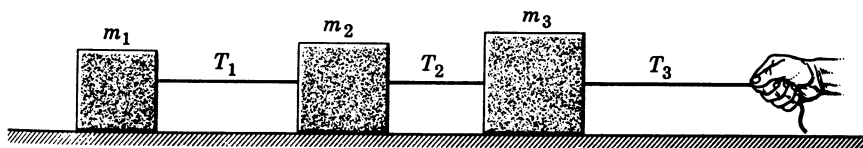
14. Kłócek o masie M jest ciągnięty za pośrednictwem liny o masie m po doskonale gładkiej poziomej powierzchni, jak na rys. 5-15. Pozioma siła przyłożona do końca tej liny jest równa P . (a) Pokazać, że lina musi wygiąć się w dół, jeżeli nawet wygięcie będzie niedostrzegalne. Następnie, przyjmując, że wygięcie można pominąć, znaleźć (b) przyspieszenie klocka i liny, (c) siłę, jaką lina wywiera na klocek M , (d) naprężenie liny w jej środku.



Rys. 5-15. Zadanie 14

15. Trzy klocki połączone ze sobą w sposób pokazany na rys. 5-16 przesuwają się w prawo, po gładkim poziomym stole, pod wpływem siły $T_3 = 60$ N. Znaleźć naprężenia T_1 i T_2 , jeśli $m_1 = 10$ kg, $m_2 = 20$ kg, a $m_3 = 30$ kg. Przeprowadzić analogię z układem takim, jak na przykład lokomotywa ciągnąca pociąg.

Odpo.: $T_1 = 10$ N, $T_2 = 30$ N.



Rys. 5-16. Zadanie 15

16. Rakieta i jej ładunek mają całkowitą masę 50 000 kg. Jaka jest siła ciągu silnika rakiety, gdy (a) rakieta „unoszą” się nad wyrzutnią zaraz po odpaleniu i (b) rakieta wzbija się w powietrze z przyspieszeniem 20 m/s^2 .

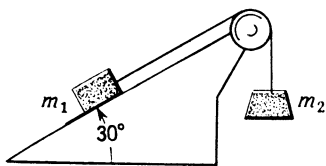
17. W jaki sposób można spuścić z dachu przedmiot ważący 50 kG, za pomocą linki o wytrzymałości 44 kG, nie powodując przerwania tej linki?

Odpo.: Można spuścić z przyspieszeniem nie mniejszym od $1,27 \text{ m/s}^2$.

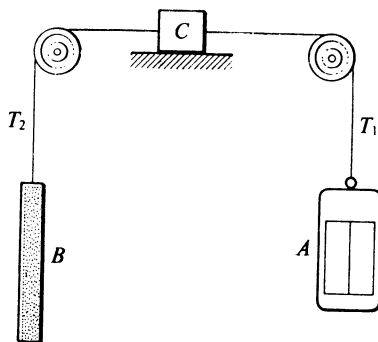
18. Kłócek początkowo spoczywający zsuwa się ze szczytu gładkiej równi pochyłej o długości 16 m w ciągu 4 s. W chwili gdy zaczyna on się zsuwać, inny klocek zostaje pchnięty wzdłuż równi z dołu pod górę, w ten sposób, że oba klocki jednocześnie osiągną podstawę. (a) Znaleźć przyspieszenie każdego z klocków. (b) Jaka jest prędkość początkowa drugiego klocka? (c) Jaką drogę mierzoną od podstawy równi w górę przebędzie drugi klocek? (d) Jaki kąt nachylenia ma równia?

19. Ciało o masie $m_1 = 3$ kg, leżące na gładkiej równi pochyłej o kącie przy podstawie równym 30° , połączone jest za pomocą linki przerzuconej przez gładki krążek z innym ciałem o masie $m_2 = 2,0$ kg wiszącym pionowo (patrz rys. 5-17). (a) Jakie jest przyspieszenie każdego z ciał? (b) Jakie jest naprężenie sznurka?

Odpo.: (a) $0,98 \text{ m/s}^2$; (b) 21,6 N.



Rys. 5-17. Zadanie 19



Rys. 5-18. Zadanie 25

20. Kłosek został pchnięty wzdłuż równi, z dołu pod górę, z prędkością początkową v_0 . Kąt nachylenia równi wynosi θ . (a) Jaką odległość wzdłuż równi przebędzie ten klocek? (b) W jakim czasie? (c) Jaka będzie prędkość klocka po powrocie do podstawy? Przyjąć następujące wartości liczbowe: $\theta = 30^\circ$ i $v_0 = 2,4$ m/s.

21. Winda ważąca 3000 kG jedzie do góry z przyspieszeniem $1,2$ m/s². (a) Jakie jest naprężenie liny ciągnącej windę? (b) Jakie jest naprężenie liny, gdy ta sama winda jedzie do góry z opóźnieniem $1,2$ m/s²?
Odp.: (a) 3400 kG; (b) 2650 kG.

22. Na linie przyczepionej do sufitu windy wisi pionowo lampa. Winda zjeżdża na dół hamując z opóźnieniem $2,4$ m/s². (a) Jaka jest masa lampy, jeśli naprężenie linki jest równe 10 kG? (b) Jakie byłoby naprężenie linki, gdyby winda jechała do góry z przyspieszeniem $2,4$ m/s²?

23. Spadochroniarz ważący 80 kg spada na ziemię z opóźnieniem $2,5$ m/s². Masa spadochronu wynosi 5 kg. (a) Jaka jest wartość siły skierowanej do góry, jaką na spadochron wywiera powietrze? (b) Jaka jest wartość siły skierowanej w dół, jaką na spadochron wywiera spadochroniarz?

Odp.: (a) 620 N; (b) 580 N.

24. Balon o całkowitej masie M opada pionowo w dół z opóźnieniem a . Ile balastu należy wyrzucić z kabiny, aby nadać balonowi przyspieszenie a skierowane do góry?

25. Winda składa się z klatki windy A , przeciwwagi B , mechanizmu napędzającego C , kabli oraz bloków jak na rys. 5-18. Masa klatki wynosi 1100 kg, masa przeciwwagi 1000 kg. Pominąć tarcie, masę kabli i bloków. Winda jedzie do góry z przyspieszeniem 2 m/s², a przeciwwaga w dół z tym samym przyspieszeniem. (a) Jaka jest wartość naprężenia T_1 ? (b) T_2 ? (c) Jaką siłę wywiera mechanizm napędzający na kable?

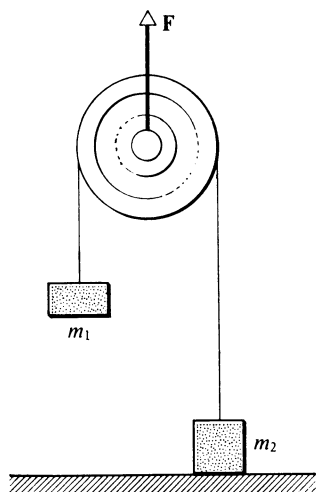
Odp.: (a) $1,3 \cdot 10^4$ N, (b) $0,78 \cdot 10^4$ N, (c) $5,2 \cdot 10^3$ N, w kierunku przeciwwagi.

26. Człowiek ważący 100 kg opuszcza się na ziemię z wysokości 10 m przy pomocy liny przełożonej przez doskonale gładki błocek, do której z drugiej strony doczepiony jest worek z piaskiem ważący 70 kg. (a) Z jaką prędkością człowiek uderzy w ziemię? (b) Czy sam mógłby zmniejszyć prędkość, z jaką uderzy w ziemię?

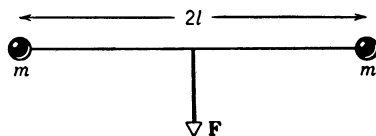
27. Siła F skierowana pionowo do góry działa na oś bloku, jak na rys. 5-19. Przyjmijmy, że blok i sznur są nieważkie oraz pominiemy tarcie. Dwa ciała, m_1 o masie 1 kg i m_2 o masie 2 kg, przyczepione są do dwóch końców liny, która przełożona jest przez blok. Ciało m_2 styka się z poziomym podłożem. (a) Narysować siły działające na blok i na obie masy. (b) Jaką największą wartość może osiągnąć siła F , aby masa m_2 pozostała na podłożu? (c) Jakie jest naprężenie sznurka, jeżeli siła F wynosi 100 N. (d) Ile wynosi przyspieszenie m_1 przy tym naprężeniu?

Odp.: (b) 39 N, (c) 50 N, (d) 40 m/s², skierowane do góry.

28. Małpa, której masa wynosi 10 kg, wspina się po nieważkiej linie, przerzuconej przez gładką gałąź drzewa. Do drugiego końca liny przyczepiona jest masa 15 kg. (a) Obliczyć, w jaki sposób małpa powinna wspinać się po linie, jeśli chce podnieść tę masę z ziemi. Po podniesieniu z ziemi masy 15 kg



Rys. 5-19. Zadanie 27



Eys. 5-20. Zadanie 31

małpa przestaje się wspinać i trzyma się nieruchomo liny. Jakie jest teraz (b) przyspieszenie małpy i (c) napięcie liny?

29. Ciężarek zawieszony na sznurku, na suficie wagonu kolejowego, może służyć jako przyrząd do pomiaru przyspieszenia. (a) Znaleźć ogólne wyrażenie przedstawiające zależność poziomego przyspieszenia a wagonu od kąta θ , jaki tworzy sznurek z pionem. (b) Obliczyć a , jeśli $\theta = 20^\circ$. (c) Obliczyć θ , jeśli $a = 5 \text{ m/s}^2$.

Odpo.: (a) $a = g \tan \theta$, (b) 12 m/s^2 ; (c) $8,9^\circ$.

30. Jednorodny giętki łańcuch o długości l i ciężarze na jednostkę długości λ , jest przewieszony przez mały, nieważki krążek, który może obracać się bez tarcia. Z jednej strony krążka zwisa część łańcucha o długości x , a z drugiej część o długości $l-x$, przy czym cały układ jest utrzymywany w spoczynku. W pewnej chwili łańcuch zostaje zwolniony. Znaleźć przyspieszenie a łańcucha jako funkcję x .

31. Dwa punkty materialne, każdy o masie m , są połączone lekką linką o długości $2l$ (patrz rys. 5-20). W środkowym punkcie linki ($x = 0$) została przyłożona siła F działająca pod kątem prostym do kierunku linki. Wykazać, że prostopadła do F składowa przyspieszenia każdej z mas m , dana jest wzorem

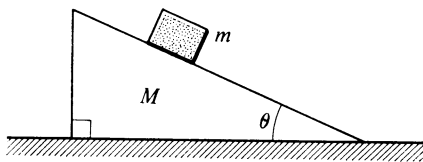
$$a_x = \frac{F}{2m} \frac{x}{\sqrt{l^2 - x^2}},$$

w którym x jest odległością masy m od linki działania siły F . Przedyskutować sytuację dla $x = l$.

32. Łańcuch składający się z pięciu ogniw, każde o masie $0,1 \text{ kg}$, jest podnoszony pionowo ze stałym przyspieszeniem $2,5 \text{ m/s}^2$, jak na rys. 5-21. Znaleźć (a) siły działające między przylegającymi ogniwami, (b) siłę F wywieraną na górne ogniwo przez czynnik podnoszący łańcuch, (c) siłę wypadkową działającą na każde ogniwo osobno.



Rys. 5-21. Zadanie 32



Rys. 5-22. Zadanie 34

33. *Prędkość graniczna spadającego ciała.* Opór, jaki stawia powietrze ciałom swobodnie spadającym, zależy od wielu czynników, takich jak rozmiary ciała, jego kształt, gęstość i temperatura powietrza oraz prędkość ciała w powietrzu. Wygodnie jest przyjąć, choć będzie to słuszne tylko w przybliżeniu, że siła oporu F_R jest proporcjonalna do prędkości ciała i przeciwnie skierowana; inaczej mówiąc, $F_R = -kv$, gdzie k jest stałą, której wartość w każdej konkretnej sytuacji zależy od czynników innych niż prędkość.

Rozważmy swobodny spadek (w powietrzu) ciała, które w chwili początkowej znajdowało się w spoczynku. (a) Pokazać, że z drugiej zasady Newtona wynika

$$mg - kv = ma, \quad \text{czyli} \quad mg - k \frac{dy}{dt} = m \frac{d^2y}{dt^2}.$$

(b) Udowodnić, że ciało przestaje poruszać się ruchem przyspieszonym wówczas, gdy osiągnie prędkość $v_g = mg/k$, nazywaną *prędkością graniczną*. (c) Sprawdzić przez podstawienie do równania ruchu (a), że prędkość zmienia się w czasie zgodnie z wzorem

$$v = v_g(1 - e^{-kt/m}),$$

a następnie wykonać wykres v w funkcji t . (d) Naszkicować przybliżoną krzywą y w funkcji t dla tego ruchu, wiedząc, że początkowe przyspieszenie wynosi g , a końcowe jest równe zeru.

34. Ciało o masie M , którego przekrój ma kształt trójkąta prostokątnego o kącie θ leży na poziomym stole, jak na rys. 5-22. Na boku tworzącym przeciwprostokątną leży sześcián o masie m . (a) Jakie poziome przyspieszenie powinno mieć ciało M względem stołu, żeby sześcián m pozostawał nieruchomy względem tego ciała? Zakładamy, że na powierzchniach styku nie ma tarcia. (b) Jaką poziomą siłę F trzeba przyłożyć do układu, żeby uzyskać ten wynik przy założeniu, że powierzchnia stołu jest doskonale gładka? (c)

Przyjąć, że wszystkie powierzchnie są doskonale gładkie i że do M nie jest przyłożona żadna siła. Opisać ruch układu w takiej sytuacji.

35. Kłócek (masa m) zsuwa się po gładkiej równi pochyłej, nachylonej pod kątem θ do podłogi windy. Znaleźć przyspieszenie klocka względem równi w następujących przypadkach: (a) Winda zjeżdża na dół ze stałą prędkością v . (b) Winda jedzie do góry ze stałą prędkością v . (c) Winda zjeżdża na dół z przyspieszeniem a . (d) Winda zjeżdża na dół z opóźnieniem a . (e) Liny, na których wisi winda, przerywają się. (f) Jaka siła w przypadku (c) wywierana jest na kłócek przez równię?

Odp.: (a) $g \sin \theta$ w dół równi, (b) $g \sin \theta$ w dół równi, (c) $(g - a) \sin \theta$ w dół równi, (d) $(g + a) \sin \theta$ w dół równi, (e) zero, (f) $m(g - a) \cos \theta$.