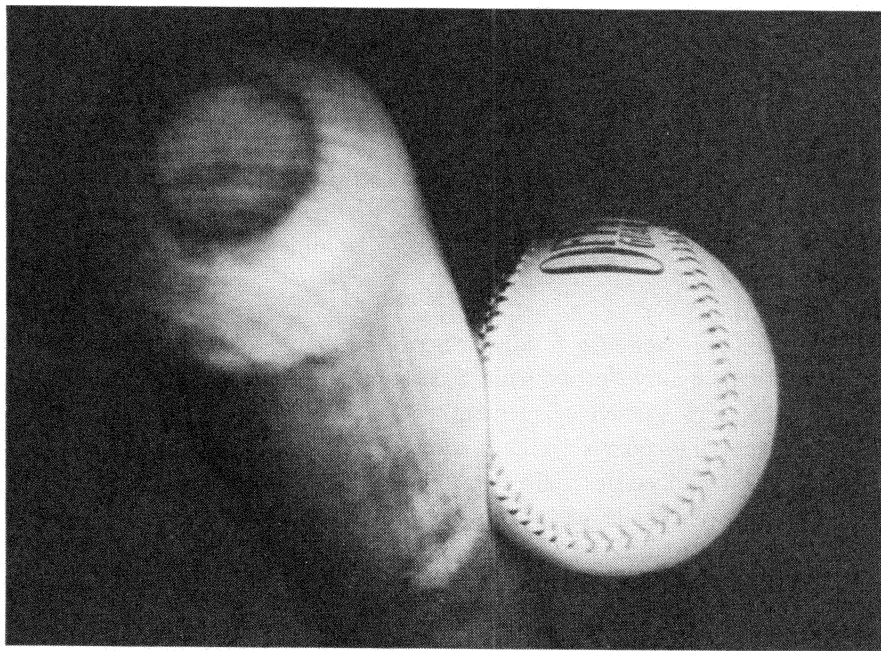


10. Zderzenia

10-1. Co to jest zderzenie?

Obserwując w czasie doświadczeń efekty zderzeń między atomami, jądrami atomowymi i cząsteczkami elementarnymi otrzymujemy bardzo wiele informacji o tych cząstkach. Na większą skalę rozpatrując zderzenia cząstek można interpretować właściwości gazów. W rozdziale tym zajmiemy się zastosowaniem zasady zachowania energii i pędu do zjawiska zderzenia cząstek.

Podczas zderzenia na każdą zderzającą się cząstkę działa wielka siła, ale przez względnie krótki czas. Zasadniczo pojęcie „zderzenie” odnosi się do zmiany ruchu zderzających się cząstek (albo przynajmniej jednej z nich), zachodzącej raptownie, tak że możemy względnie



Rys. 10-1. Fotografia zderzenia kija z piłką. Zniekształcenie piłki wskazuje na olbrzymią wartość siły uderzeniowej. (Dzięki uprzejmości H. E. Edgerton, M. I. T., Cambridge, Mass)

dokładnie oddzielić przebieg zjawiska „przed zderzeniem” od przebiegu zjawiska „po zderzeniu”.

Na przykład kiedy kij uderza piłkę, początek i koniec zderzenia dają się określić dostatecznie dokładnie. Kij dotyka piłkę w czasie, który jest krótki w porównaniu z czasem obserwacji lotu piłki. Podczas tego zetknięcia kij działa na piłkę bardzo dużą siłą (rys. 10-1). Siła ta zmienia się w czasie w bardzo złożony sposób, który niekiedy tylko z trudnością może być określony. Zarówno kij, jak i piłka podczas zderzenia ulegają deformacji*; siły, które działają przez czas krótki w porównaniu z czasem obserwacji układu, nazywamy *siłami impulsowymi (zderzeniowymi)*.

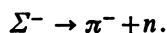
Kiedy cząstka alfa (${}^4\text{He}$) „zderza się” z jądrem złota (${}^{197}\text{Au}$), siła działająca między nimi może być dobrze nam znana, odpychającą siłą elektrostatyczną, związaną z ładunkami cząstek. Cząstki te mogą nawet nie „dotykać się”, a mimo to i w tym przypadku możemy mówić o ich „zderzeniu”. Duża siła działająca przez czas, który jest krótki w porównaniu z czasem obserwacji cząstki alfa, wywiera zauważalny wpływ na ruch cząstki alfa.

Kiedy proton (${}^1\text{H}$ albo p), o energii powiedzmy 25 MeV, „zderza się” z jądrem, np. izotopu srebra (może to być ${}^{107}\text{Ag}$), cząstki te rzeczywiście mogą „dotykać się”. Dominująca siła, jaka wówczas między nimi działa, nie jest odpychającą siłą elektrostatyczną, lecz dużą, o małym zasięgu, przyciągającą siłą jądrową (patrz str. 130). Proton może wniknąć do jądra srebra tworząc układ złożony. Po krótkim czasie — czas „zderzenia” może być 10^{-18} s — ten układ złożony może rozpaść się na *dwie różne cząstki* zgodnie z wzorem



w którym α ($= {}^4\text{He}$) jest cząstką alfa.

Tak więc możemy rozszerzyć pojęcie zderzeń włączając również te przypadki (zwykle nazywane *reakcjami*), w których tożsamość oddziałujących ze sobą cząstek zmienia się podczas zderzenia. Zasady zachowania dają się zastosować do wszystkich tych przypadków. Możemy rozszerzyć naszą definicję „zderzenia” jeszcze dalej, włączając w to spontaniczny rozpad pojedynczych cząstek na dwie albo więcej innych cząstek. Jako przykład takiego rozpadu możemy podać rozpad cząstki elementarnej, zwanej *cząstką sigma*, na dwie inne cząstki, to jest: na *pion* i *neutron* (patrz dodatek I), czyli zgodnie ze wzorem



Chociaż tutaj te ciała nie wchodzą ze sobą w kontakt (chyba, że rozpatrujemy zagadnienie ze strony odwrotnej), mamy do czynienia z cechami właściwymi zderzeniu: (1) możemy wyraźnie rozróżnić czas „przed zderzeniem” i „po zderzeniu” oraz (2) prawa zachowania — pędu i energii — pozwalają nam zdobyć wiele informacji o tych procesach, na podstawie obserwacji tego, co się działo „przed” i „po” zderzeniu, nawet wtedy, gdy bardzo niewiele wiemy o siłach działających „podczas” zderzenia.

Badając zderzenia w rozdziale tym stawiamy sobie następujący cel: mając dane początkowe ruchy cząstek zderzających się, będziemy starali dowiedzieć się jak najwięcej o ich końcowych ruchach, wykorzystując do tego celu zasady zachowania pędu i energii, przy założeniu, że nic nie wiemy o siłach działających podczas zderzenia.

* Patrz P. Kirkpatrick, *Batting the Ball*, *American Journal of Physics*, August 1963.

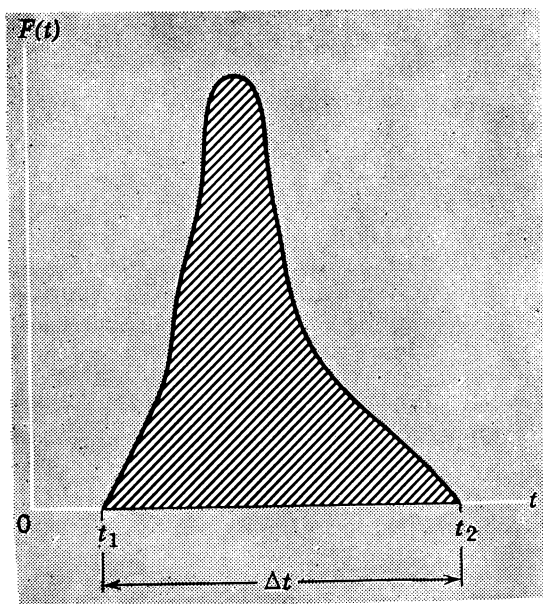
10-2. Pęd i popęd

Założmy, że na rys. 10-2 przedstawiona jest wartość bezwzględna siły działającej na ciało podczas zderzenia. Zakładamy, że siła ta ma stały kierunek. Zderzenie zaczyna się w czasie t_i i kończy w czasie t_f , siła jest równa zero przed i po zderzeniu. Na podstawie równania (9-12) możemy napisać, że zmiana pędu dp ciała w czasie dt podczas działania siły F wynosi

$$dp = Fdt. \quad (10-1)$$

Możemy znaleźć zmianę pędu ciała podczas zderzenia całkując to wyrażenie w przedziale równym czasowi zderzenia; piszemy to w następujący sposób:

$$p_f - p_i = \int_{p_i}^{p_f} dp = \int_{t_i}^{t_f} Fdt. \quad (10-2)$$



Rys. 10-2. Prawdopodobna zależność czasowa siły $F(t)$ działającej podczas zderzenia od początku zderzenia t_i do końca t_f (na rysunku od t_1 do t_2)

W wyrażeniu tym oznaczenia i (= początkowy) i f (= końcowy) odnoszą się do czasu przed i po zderzeniu. Całkę siły w przedziale czasu, w którym działa siła, nazywamy *popędem siły J*. Zatem zmiana pędu ciała pod wpływem działającej siły jest równa popędowi siły. Zarówno popęd siły, jak i pęd są wektorami i mają te same jednostki i wymiary.

O siłach impulsowych, reprezentowanych np. na rys. 10-2, zakłada się, że mają stały kierunek. Popęd takiej siły, czyli całka $\int_{t_i}^{t_f} Fdt$, wyraża się poprzez wielkość pola powierzchni pod krzywą $F(t)$ przedstawiającą siłę w funkcji czasu*.

* Popęd siły J zdefiniowany równaniem (10-2) nie zależy istotnie od dokładnych wartości t_i i t_f , jeżeli tylko te czasy są dostatecznie odległe i obejmują powierzchnię zakreskowaną na rys. 10-2. Z powodów, które omówimy później, zwykle wybieramy chwile t_i i t_f dostatecznie odległe od siebie, aby wyraźnie rozróżnić to, co miało miejsce „przed zderzeniem”, od tego, co miało miejsce „po zderzeniu”.

10-3. Zasada zachowania pędu podczas zderzeń

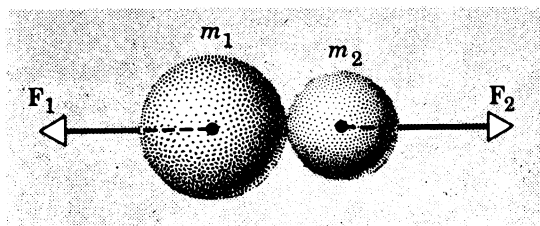
Rozważmy teraz zderzenie pomiędzy dwoma cząstkami o masach np. m_1 i m_2 , co ilustruje rys. 10-3. Podczas krótkiego czasu zderzenia cząstki te oddziałują na siebie wielkimi siłami. W każdej chwili cząstka 2 oddziałuje na cząstkę 1 siłą F_1 , a cząstka 1 oddziałuje na cząstkę 2 siłą F_2 . Na podstawie prawa Newtona wiemy, że siły te w każdej chwili są równe sobie co do wartości bezwzględnej, lecz przeciwnie skierowane. Zmiana pędu cząstki 1 pod wpływem zderzenia wynosi

$$\Delta p_1 = \int_{t_i}^{t_f} F_1 dt = \bar{F}_1 \Delta t,$$

gdzie $\bar{F}_1$ jest średnią wartością siły F_1 w czasie trwania zderzenia, tj. w czasie $\Delta t = t_f - t_i$. Zmiana pędu cząstki 2 w wyniku zderzenia wynosi

$$\Delta p_2 = \int_{t_i}^{t_f} F_2 dt = \bar{F}_2 \Delta t,$$

gdzie $\bar{F}_2$ jest średnią wartością siły F_2 w czasie trwania zderzenia.



Rys. 10-3. Dwie „cząstki” m_1 i m_2 oddziałują na siebie siłami równymi i przeciwnie skierowanymi, wzdłuż linii łączących środki zgodnie z trzecią zasadą Newtona; $F_2(t) = -F_1(t)$

Jeżeli żadne inne siły na cząstki nie działają, to Δp_1 i Δp_2 dają całkowitą zmianę pędu każdej cząstki. Lecz widzieliśmy, że w każdej chwili $F_1 = -F_2$, tak że $\bar{F}_1 = -\bar{F}_2$, zatem

$$\Delta p_1 = -\Delta p_2.$$

Jeżeli rozważymy dwie cząstki jako układ odosobniony, to całkowity pęd układu wynosi

$$\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2,$$

a całkowita zmiana pędu układu w wyniku zderzenia równa się zeru, czyli

$$\Delta \mathbf{P} = \Delta \mathbf{p}_1 + \Delta \mathbf{p}_2 = 0.$$

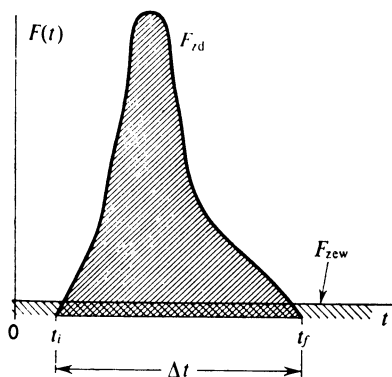
Jeżeli nie występują siły zewnętrzne, to całkowity pęd układu nie ulega zmianie podczas zderzenia. Siły impulsowe działające podczas zderzenia są siłami wewnętrznymi, które nie mają wpływu na całkowity pęd układu.

Zderzenie zdefiniowaliśmy jako oddziaływanie zachodzące w krótkim czasie Δt , który można pominąć w porównaniu z czasem obserwacji układu. Możemy także scharakteryzować zderzenie jako zjawisko, w którym siły zewnętrzne mogące działać na układ są do pominięcia w porównaniu z impulsowymi siłami zderzenia. Kiedy kij uderza piłkę albo jedna bilardowa kula zderza się z drugą, wówczas zewnętrzne siły działają na układ. Siły grawitacji np. i siły tarcia też oddziałują na te ciała; wszystkie te siły zewnętrzne nie muszą być takie same i niekoniecznie muszą się nawzajem znosić. Jeżeli nawet działają one na układ, to wygodniej jest je pominąć podczas zderzenia i przyjąć, że pęd jest zachowany.

Jest to na ogół zgodne z rzeczywistością ponieważ siły zewnętrzne są bardzo małe w porównaniu z impulsowymi siłami zderzenia. A więc zmiana pędu cząstki podczas zderzenia, wynikająca z działania sił zewnętrznych, jest tak mała, że można ją pominąć w porównaniu ze zmianą pędu cząstki, wynikającą z działania impulsowych sił zderzenia (rys. 10-4). Gdy kij zderza się z piłką, zderzenie trwa bardzo krótko; jest to zwykle mały ułamek sekundy. Ponieważ zmiana pędu jest duża, a czas zderzenia mały, więc postępując się wzorem

$$\Delta p = \bar{F} \Delta t$$

widzimy, że średnia siła impulsowa $\bar{F}$ jest stosunkowo duża. Porównując tę siłę z zewnętrzną siłą grawitacji widzimy, że tę ostatnią możemy w tym przypadku pominąć. *Podczas zderzenia możemy z pewnością pominąć siłę zewnętrzną przy określaniu zmiany ruchu piłki.* Im krótszy jest czas zderzenia, tym bardziej to pominięcie jest usprawiedliwione. W praktyce zatem możemy stosować *zasadę zachowania pędu podczas zderzenia, jeżeli czas zderzenia jest dostatecznie krótki.* Możemy zatem powiedzieć, że pęd układu cząstek tuż przed zderzeniem cząstek jest równy pędowi tych cząstek tuż po ich zderzeniu.



Rys. 10-4. Siła działająca podczas zderzenia F_{zd} jest na ogół o wiele większa od jakichkolwiek sił zewnętrznych F_{zew} , które mogą działać na układ

10-4. Zderzenia w przestrzeni jednowymiarowej

Znając dany ruch ciał przed zderzeniem, zawsze możemy znaleźć ruch tych ciał po zderzeniu, jeżeli znamy siły działające podczas zderzenia oraz jeżeli potrafimy rozwiązać równania ruchu tych ciał.

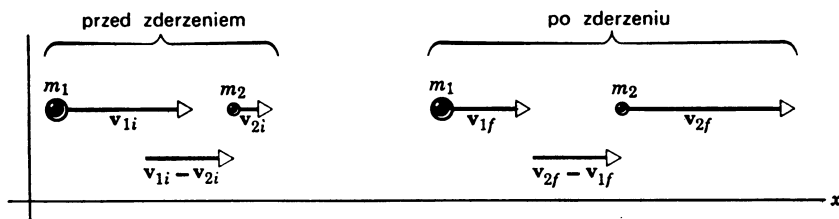
Często wprowadzić tych sił nie znamy, ale wiemy, że podczas zderzenia musi być spełniona zasada zachowania pędu. Także zasada zachowania całkowitej energii musi być spełniona. Wobec tego nawet nie znając wszystkich szczegółów oddziaływania w wielu przypadkach stosując te zasady możemy przewidzieć wynik zderzenia.

Zderzenia klasyfikujemy zwykle na podstawie tego, czy energia kinetyczna jest zachowana podczas zderzenia, czy też nie. Zderzenie nazywamy *sprężystym*, gdy energia kinetyczna jest w zderzeniu zachowana. W przeciwnym wypadku zderzenie jest *niesprężyste*. Zderzenia pomiędzy atomami, jądrami i cząstkami elementarnymi są niekiedy (lecz nie zawsze) sprężyste. Są to w rzeczywistości jedyne prawdziwie sprężyste zderzenia, jakie znamy. Zderzenia pomiędzy dużymi ciałami są zawsze w pewnym stopniu niesprężyste. Często jednak takie zderzenia traktujemy w przybliżeniu jako sprężyste, jak np. zderzenia pomiędzy kulami szklanymi albo z kości słoniowej. Kiedy dwa ciała po zderzeniu łączą się ze sobą,

mówimy, że zderzenie jest *całkowicie niesprężyste*. Na przykład zderzenie między pociskiem i drewnianym klockiem, w który został wstrzelony, będzie całkowicie niesprężyste, gdy pocisk wbije się w klocek. Pojęcie „całkowicie niesprężyste” nie oznacza, że cała początkowa energia kinetyczna jest stracona podczas zderzenia. Oznacza ono, jak zobaczymy później, że strata ta jest tak duża, jak na to pozwala zasada zachowania pędu.

Jeżeli nawet siły zderzenia nie są znane, ruch cząstek po zderzeniu można określić na podstawie ich ruchu przed zderzeniem, przyjmując, że zderzenie jest całkowicie niesprężyste albo całkowicie sprężyste. Dla zderzenia w przestrzeni jednowymiarowej względny ruch po zderzeniu zachodzi wzdłuż tej samej prostej, co względny ruch przed zderzeniem.

Obecnie ograniczymy się do ruchu w przestrzeni jednowymiarowej. Rozpatrzmy najpierw zderzenie *sprężyste* w przestrzeni jednowymiarowej. Wyobraźmy sobie dwie gładkie, nie wirujące kule, poruszające się początkowo wzdłuż prostej łączącej ich środki. Po zderzeniu centralnym ruch odbywa się po tej samej linii prostej, bez wirowania. Sytuację ilustruje rys. 10-5. Ponieważ ciała te są kuliste, oddziałują na siebie siłami, których punkty przyłożenia leżą na prostej łączącej ich środki i dlatego końcowy ich ruch odbywa się również wzdłuż tej prostej.



Rys. 10-5. Dwie sprężyste kule przed i po zderzeniu. Prędkość $v_{1i} - v_{2i}$ masy m_1 względem masy m_2 przed zderzeniem jest równa prędkości $v_{2f} - v_{1f}$ masy m_2 względem masy m_1 po zderzeniu

Masy kul oznaczamy przez m_1 i m_2 , składowe prędkości (skalarne) — przez v_{1i} i v_{2i} przed zderzeniem oraz przez v_{1f} i v_{2f} po zderzeniu*. Za kierunek dodatni pędu lub prędkości przyjmujemy kierunek w prawą stronę. Ogólnie zakładamy (każdy inny przypadek będzie podkreślony), że prędkości zderzających się cząstek są na tyle małe, że nie potrzebujemy stosować wzorów relatywistycznych na pęd i energię kinetyczną. Z zasady zachowania pędu otrzymujemy

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}.$$

Ponieważ rozważamy zderzenie sprężyste i energia kinetyczna jest zgodnie z definicją zachowana, więc otrzymujemy wzór

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2.$$

Widać od razu, że jeżeli znamy masy i początkowe prędkości cząstek, możemy łatwo wyliczyć, posługując się powyższymi równaniami, dwie końcowe wartości v_{1f} i v_{2f} . Równanie pędu można napisać w następujący sposób:

$$m_1 (v_{1i} - v_{1f}) = m_2 (v_{2f} - v_{2i}), \quad (10-3)$$

* Użyte tu oznaczenia są zrozumiałe i łatwe do zapamiętania, podają one wiele informacji w bardzo prosty, zwarty sposób. Indeksy 1 i 2 oznaczają cząstki, a litery i oraz f wskazują wartość początkową (initial) i końcową (final).

a równanie energii

$$m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2(v_{2f}^2 - v_{2i}^2). \quad (10-4)$$

Dzieląc stronami równania (10-4) i (10-3) oraz zakładając, że $v_{2f} \neq v_{2i}$, a $v_{1f} \neq v_{1i}$ (patrz pytanie 7), otrzymujemy

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i},$$

a po uporządkowaniu,

$$v_{1i} - v_{2i} = v_{2f} - v_{1f}. \quad (10-5)$$

Równanie to mówi nam, że w zderzeniu sprężystym zachodzącym w przestrzeni jednowymiarowej względna prędkość zbliżania się cząstek przed zderzeniem jest równa względnej prędkości oddalania się cząstek po zderzeniu.

Dla znalezienia składowych prędkości v_{1f} i v_{2f} po zderzeniu, posługując się składowymi prędkościami v_{1i} i v_{2i} przed zderzeniem, możemy stosować dowolne dwa z trzech powyżej podanych równań. Tak więc z równania (10-5) mamy

$$v_{2f} = v_{1i} + v_{1f} - v_{2i}.$$

Podstawiając to do równania (10-3) i rozwiązując je względem v_{1f} , znajdujemy

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}.$$

Podobnie podstawiając $v_{1f} = v_{2f} + v_{2i} - v_{1i}$ z równania (10-5) do równania (10-3) i rozwiązując względem v_{2f} , otrzymujemy

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}.$$

Jest kilka przypadków szczególnie interesujących, na przykład kiedy zderzające się cząstki mają równe masy $m_1 = m_2$. Wtedy dwa poprzednie równania przyjmują postać:

$$v_{1f} = v_{2i} \quad \text{oraz} \quad v_{2f} = v_{1i}.$$

Znaczy to, że w przestrzeni jednowymiarowej, przy sprężystym zderzeniu dwóch cząstek o równych masach, cząstki „wymieniają” po prostu prędkości podczas zderzenia.

Inny interesujący przypadek — to cząstka o masie m_2 początkowo spoczywająca. Dla tego przypadku $v_{2i} = 0$ i

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i}, \quad v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i}.$$

Oczywiście, jeżeli jeszcze $m_1 = m_2$, to $v_{1f} = 0$ i $v_{2f} = v_{1i}$, tak jak tego oczekiwaliśmy. Pierwsza cząstka zatrzymuje się, a druga uzyskuje prędkość pierwszej. Jeżeli jednakże m_2 jest dużo większe niż m_1 , to

$$v_{1f} \cong v_{1i}, \quad v_{2f} \cong 0.$$

Taka sytuacja zachodzi wtedy, kiedy cząstka lekka zderza się z o wiele cięższą, spoczywającą cząstką. Kierunek prędkości lekkiej cząstki (w przybliżeniu) zostaje odwrócony, a cząstka ciężka pozostaje (w przybliżeniu) w spoczynku. Przypuśćmy na przykład, że piłka spada pionowo na poziomą powierzchnię związaną z Ziemią. W efekcie jest to zderzenie piłki z Ziemią. Jeżeli zderzenie jest sprężyste, piłka odbija się z tą samą prędkością w kierunku przeciwnym i osiągnie tę samą wysokość, z której spadła.

Jeżeli w końcu m_2 jest o wiele mniejsze niż m_1 , to

$$v_{1f} \cong v_{1i}, \quad v_{2f} \cong 2v_{1i}.$$

Znaczy to że prędkość ciężkiej cząstki padającej nie zmienia się istotnie przy zderzeniu z lekką cząstką spoczywającą. Cząstka lekka odbije się w przybliżeniu z podwójną prędkością cząstki padającej. Na ruch ciężkiej kuli do gry w kręgle prawie zupełnie nie wpływa zderzenie z nadmuchaną piłką plażową, mającą ten sam promień. Tymczasem piłka plażowa odbija się z dużą prędkością. Neutrony otrzymywane w reaktorze z rozszczepienia jąder atomowych uranu poruszają się bardzo szybko i, aby mogły podtrzymywać proces rozszczepienia, muszą być spowolnione. Zakładając więc, że zderzają się one sprężysto z jądrami spoczywającymi, dobiera się odpowiedni spowalniacz. Z naszych poprzednich rozważań wiemy, że jeżeli byłyby to jądra ciężkie, np. jądra ołowiu, to neutrony odbijałyby się praktycznie z tą samą prędkością, jaką miały początkowo. Jeżeli natomiast spowalniaczem byłyby cząstki lekkie, np. elektrony, to neutrony poruszałyby się wśród nich praktycznie z niezmienną prędkością. Jednakże, jeżeli masa cząstek rozpraszających jest równa masie neutronów, to neutrony zderzając się z takimi cząstkami sprężysto przekazują im całą swoją energię kinetyczną. Zatem wodór, którego jądra (protony) mają masę w przybliżeniu równą masie neutronu, byłby z tego powodu najlepszym spowalniaczem (moderatorem). Są jeszcze inne czynniki wpływające na wybór moderatora dla neutronów, ale zasada zachowania pędu ogranicza ten wybór do jąder lekkich.

Przy zderzeniach *niesprężystych* energia kinetyczna nie jest zachowana. Energia kinetyczna końcowa może być mniejsza niż początkowa; energia stanowiąca różnicę tych energii przechodzi np. w ciepło albo energię potencjalną ciała zdeformowanego podczas zderzenia. Końcowa wartość energii kinetycznej może nawet przewyższać wartość początkową, gdy podczas zderzenia wyzwoliła się energia potencjalna zmagazynowana w jednym ze zderzających się ciał. Jednak w każdym z tych przypadków zasada zachowania pędu obowiązuje nadal, podobnie jak zasada zachowania energii całkowitej.

Rozważmy przykład zderzenia *całkowicie niesprężystego*. Dwie cząstki pozostają po zderzeniu zetknięte ze sobą, uzyskując końcową wspólną prędkość v_f . Nie musimy się tu ograniczać tylko do ruchu w przestrzeni jednowymiarowej. Na podstawie zasady zachowania pędu piszemy równanie:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f, \quad (10-6)$$

które pozwala obliczyć v_f , gdy v_{1i} i v_{2i} są dane.

Przykład 1. Kij uderza w piłkę ważącą 0,16 kG, lecącą poziomo z prędkością 27,5 m/s. Po uderzeniu piłka uzyskuje prędkość 33,7 m/s w kierunku przeciwnym do początkowego. Obliczyć popęd siły przy zderzeniu.

Nie możemy stosować wzoru $J = \int F dt$, ponieważ nie znamy siły działającej na piłkę jako funkcji czasu. Jednakże wiemy (równanie (10-2)), że zmiana pędu pod wpływem siły impulsowej równa się popędowi. Zatem

$$J = \text{zmiana pędu} = p_f - p_i = m v_f - m v_i = \left(\frac{W}{g} \right) (v_f - v_i).$$

Przyjmując kierunek prędkości v_i za dodatni, obliczamy wartość liczbową popędu zgodnie z powyższym wzorem:

$$J = \frac{0,16 \text{ kG}}{9,81 \text{ m/s}^2} (-33,7 - 27,5) \text{ m/s} = -1 \text{ kG} \cdot \text{s}.$$

Znak minus wskazuje, że kierunek popędu jest przeciwny względem kierunku początkowej prędkości, który przyjęliśmy za dodatni. Siła zderzenia nie może być określona na podstawie tych danych. Dowolna

siła, której popęd wynosi $-1 \text{ kG} \cdot \text{s}$, będzie powodować taką samą zmianę pędu. Jeżeli np. zderzenie trwało $0,001 \text{ s}$, średnia siła działająca w tym czasie wynosi

$$\bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-1 \text{ kG} \cdot \text{s}}{0,001 \text{ s}} = 1000 \text{ kG}.$$

Dla krótszych czasów średnia siła będzie większa. Maksimum siły rzeczywistej będzie oczywiście przewyższało wartość średnią. O ile opadnie piłka w czasie trwania zderzenia wskutek działania siły grawitacji?

Przykład 2. (a) Jaką część swej energii kinetycznej straci neutron (masa m_1) w zderzeniu centralnym z jądrem atomowym (masa m_2) będącym w spoczynku?

Początkowa energia kinetyczna $K_i = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2$. Końcowa energia kinetyczna $K_f = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2$. Stąd względne zmniejszenie się energii kinetycznej

$$\frac{K_i - K_f}{K_i} = \frac{v_{1i}^2 - v_{1f}^2}{v_{1i}^2} = 1 - \frac{v_{1f}^2}{v_{1i}^2}.$$

Wiemy, że dla takiego zderzenia

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i},$$

więc

$$\frac{K_i - K_f}{K_i} = 1 - \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

(b) Znaleźć względne zmniejszenie się energii kinetycznej neutronu, kiedy zderza się on w podobny sposób z jądrami atomów ołowiu, węgla i wodoru. Stosunek mas tych jąder do masy neutronu wynosi odpowiednio: 206, 12 i 1.

Dla ołowiu, $m_2 = 206m_1$,

$$\frac{K_i - K_f}{K_i} = \frac{4 \cdot 206}{(207)^2} = 0,02 \quad \text{lub} \quad 2\%.$$

Dla węgla $m_2 = 12m_1$,

$$\frac{K_i - K_f}{K_i} = \frac{4 \cdot 12}{(13)^2} = 0,28 \quad \text{lub} \quad 28\%.$$

Dla wodoru, $m_2 = m_1$,

$$\frac{K_i - K_f}{K_i} = \frac{4 \cdot 1}{(2)^2} = 1 \quad \text{lub} \quad 100\%.$$

Wyniki te wyjaśniają, dlaczego parafina, która jest bogata w wodór, jest o wiele bardziej efektywnym spowalniaczem neutronów niż ołów.

Przykład 3. Wahadło balistyczne. Wahadło balistyczne służy do pomiaru prędkości pocisków. Składa się ono z dużego bloku drewnianego o masie M , wiszącego pionowo na dwóch sznurach. Pocisk o masie m , mający poziomą prędkość v_i , wbija się w drewno i zatrzymuje się w nim (rys. 10-6). Jeżeli czas zderzenia (czas hamowania pocisku w bloku) jest mały w porównaniu z okresem wahadła, sznury pozostaną podczas zderzenia w przybliżeniu pionowe. Zatem zewnętrzne siły poziome nie działają na układ (pocisk-wahadło) i pozioma składowa pędu jest zachowana.

Prędkość v_f układu po zderzeniu jest o wiele mniejsza niż prędkość pocisku przed zderzeniem. Prędkość końcową układu możemy łatwo zmierzyć i dlatego prędkość pocisku możemy obliczyć wychodząc z zasady zachowania pędu. Początkowy pęd układu równa się pędowi pocisku, czyli mv_i , pęd układu zaraz po zderzeniu wynosi $(m+M)v_f$, tak że

$$mv_i = (m+M)v_f.$$

Po zderzeniu wahadło i pocisk osiągają maksymalną wysokość y , gdzie energia kinetyczna przechodzi całkowicie w potencjalną energię grawitacji. Stosując zasadę zachowania energii mechanicznej do tej części ruchu otrzymujemy

$$\frac{1}{2}(m+M)v_f^2 = (m+M)gy.$$

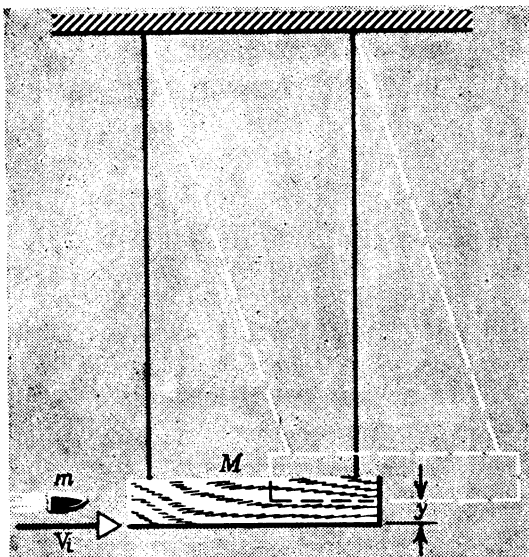
Po rozwiązaniu tych dwóch równań względem v_t otrzymujemy

$$v_t = \frac{m+M}{m} \sqrt{2gy}.$$

Widzimy, że prędkość pocisku zależy od m , M i y . Energia kinetyczna pocisku początkowo wynosi $\frac{1}{2}mv_i^2$, a energia kinetyczna układu pocisk-wahadło zaraz po zderzeniu wynosi $\frac{1}{2}(m+M)v_f^2$. Stosunek tych energii jest następujący:

$$\frac{\frac{1}{2}(m+M)v_f^2}{\frac{1}{2}mv_i^2} = \frac{m}{m+M}.$$

Jeżeli np. pocisk ma masę $m = 5$ g, a blok wahadła $M = 2000$ g, to tylko około jednej czwartej procentu początkowej energii kinetycznej zachowuje się, reszta przechodzi w inne formy energii, między innymi w ciepło.



Rys. 10-6. Przykład 3. Wahadło balistyczne składa się z dużego bloku drewnianego o masie M zawieszonego na sznurach. Kiedy pocisk o masie m i prędkości v_i wbija się w blok, wahadło wychyla się i podnosi na maksymalną wysokość y .

Ruch środka masy dwóch cząstek zderzających się nie zmienia się wskutek zderzenia, ponieważ zderzenie (sprężyste bądź niesprężyste) zmienia tylko rozkład pędów między cząstkami, a nie zmienia całkowitego pędu układu. Pęd układu [równanie (9-15)] wynosi $\mathbf{P} = (m_1 + m_2)\mathbf{v}_{sr.m.}$. Gdy na układ nie działają siły zewnętrzne, wtedy jego całkowity pęd $\mathbf{P}$ jest stały i środek masy zachowuje stałą prędkość.

Jeżeli układ odniesienia zwiążemy ze środkiem masy, to w tym układzie $\mathbf{v}_{sr.m.} = 0$ i $\mathbf{P} = 0$. Taki układ odniesienia bardzo upraszcza opis zderzeń i jest zwykle stosowany w fizyce jądrowej. Dla zderzeń sprężystych i niesprężystych pęd jest zachowany, a w układzie środka masy całkowity pęd układu równa się zeru. Zachodzi to zarówno w jedno- jak i wielowymiarowej przestrzeni, ponieważ pęd jest wielkością wektorową.

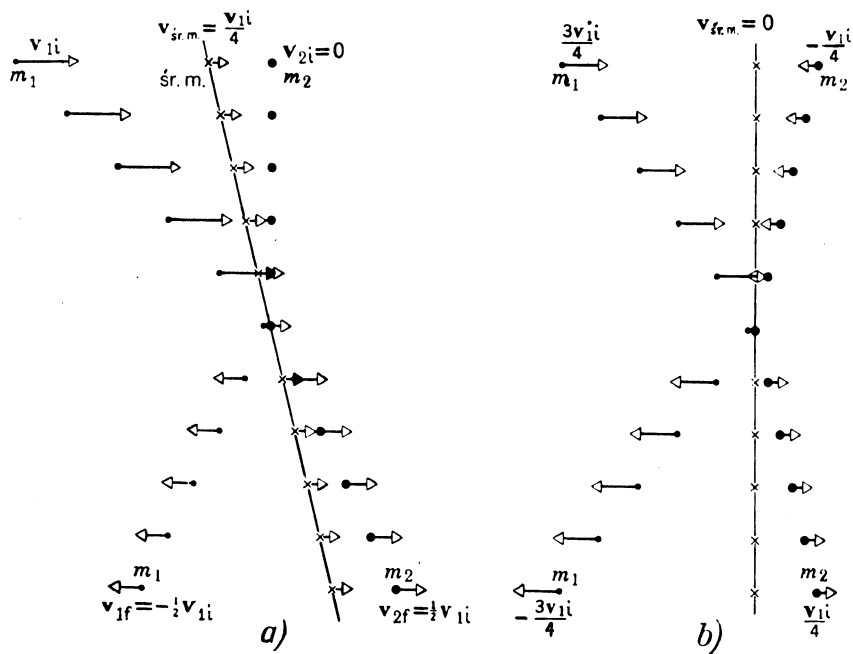
Rozważmy jako przykład sprężyste zderzenie centralne dwóch cząstek o masach m_1 i m_2 . Niech $m_2 = 3m_1$ i niech m_2 spoczywa, tak że $v_{2i} = 0$ w laboratoryjnym układzie odniesienia. Całkowity pęd cząstek jest równy pędowi cząstki padającej m_1v_{1i} . Zatem

$$m_1v_{1i} = (m_1 + m_2)v_{sr.m.}$$

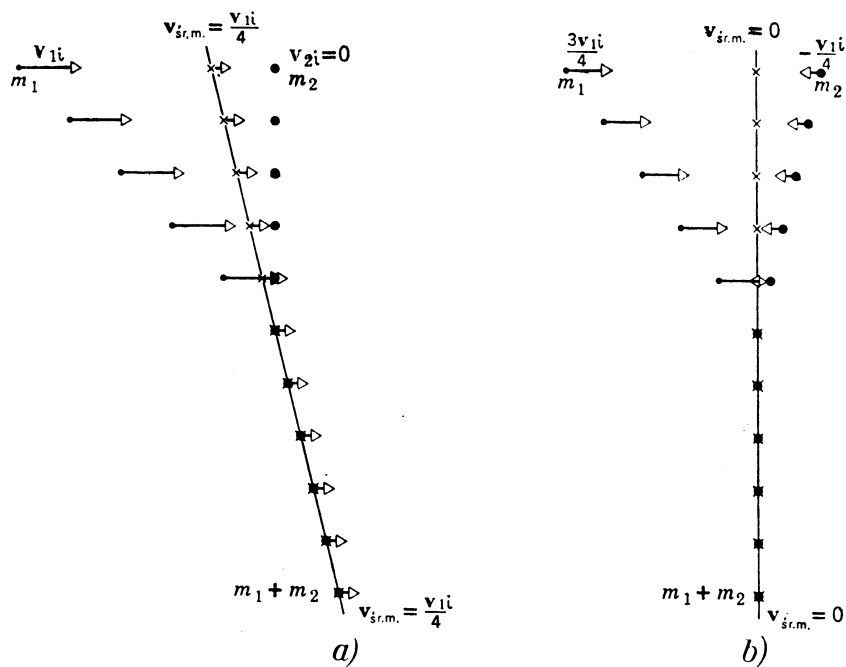
albo

$$v_{sr.m.} = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} = \frac{1}{4}v_{1i}.$$

Po zderzeniu m_1 ma prędkość $v_{1f} = -\frac{1}{2}v_{1i}$, a m_2 — prędkość $v_{2f} = \frac{1}{2}v_{1i}$. Całkowity pęd dwóch cząstek ($m_2v_{2f} + m_1v_{1f}$) jest taki sam jak przed zderzeniem i ruch środka masy nie uległ zmianie (sprawdzić).



Rys. 10-7. (a) Zderzenie sprężyste w laboratoryjnym układzie odniesienia. (b) To samo zderzenie w układzie środka masy



Rys. 10-8. (a) Doskonale niesprężyste zderzenie przedstawione w laboratoryjnym układzie odniesienia. (b) To samo zderzenie przedstawione w układzie środka masy. W obydwu przypadkach ruch przed zderzeniem jest taki sam jak na rys. 10-7

Na rys. 10-7a przedstawiono serię „zdjęć” migawkowych zderzenia, wykonanych w równych odstępach czasu w układzie laboratoryjnym. Na rysunku 10-7b przedstawiona jest podobna sytuacja, lecz w układzie środka masy, gdzie $v_{sr.m.} = 0$. Zwracamy uwagę na symetrię ruchu cząstek przy takim opisie zderzenia. Cząstka padająca z lewej strony ma prędkość $\frac{3}{4}v_{1i}$ względem środka masy, gdzie v_{1i} jest prędkością m_1 w układzie laboratoryjnym i odbija się z tą samą prędkością. Cząstka padająca z prawej strony ma prędkość $\frac{1}{4}v_{1i}$ względem środka masy i odbija się z tą samą prędkością. Po zderzeniu całkowicie niesprężystym cząstki poruszają się razem ze środkiem masy. Na rysunku 10-8a i 10-8b przedstawiony jest odpowiednio przebieg zderzenia niesprężystego w układzie laboratoryjnym i w układzie środka masy. Rysunki te różnią się od poprzednich tylko ruchem cząstek po zderzeniu, kiedy ruch środka masy jest jednocześnie ruchem całego układu.

10-5. „Prawdziwa” miara siły

Różnica między energią kinetyczną a pędem i związek tych pojęć z siłą nie był całkowicie wyjaśniony do końca osiemnastego wieku. Ucnieni zastanawiali się, co jest wynikiem działania siły na ciało, czy energia kinetyczna, czy też pęd. Kartezjusz utrzymywał, że ciała oddziałujące ze sobą przekazują jedno drugiemu pęd (całkowity pęd Wszechświata pozostaje stały). Zatem prawdziwą miarą siły jest zmiana pędu wytworzona w danym czasie. Leibniz atakował ten punkt widzenia i dowodził, że prawdziwą miarą siły jest zmiana energii kinetycznej, którą nazwał on *vis viva*, czyli siła życia. Była ona równa podwójnej energii kinetycznej w obecnym znaczeniu.

D'Alembert w swoim traktacie o mechanice (1743) odrzucił te argumenty jako niejasne i wynikające z pomieszania pojęć. Łączny efekt siły można zmierzyć całkując ją względem czasu: $\int F dt$, co daje zmianę pędu, albo całkując względem zmiennej przestrzeni: $\int F dx$, co daje zmianę energii kinetycznej. Obydwa pojęcia są pożyteczne i prawdziwe, chociaż różnią się między sobą. Zastosowanie jednego z tych sposobów zależy od naszego zainteresowania albo od tego, co jest wygodniejsze. Omawiając zderzenia często używaliśmy obydwu pojęć w tym samym zagadnieniu (patrz pytanie 23).

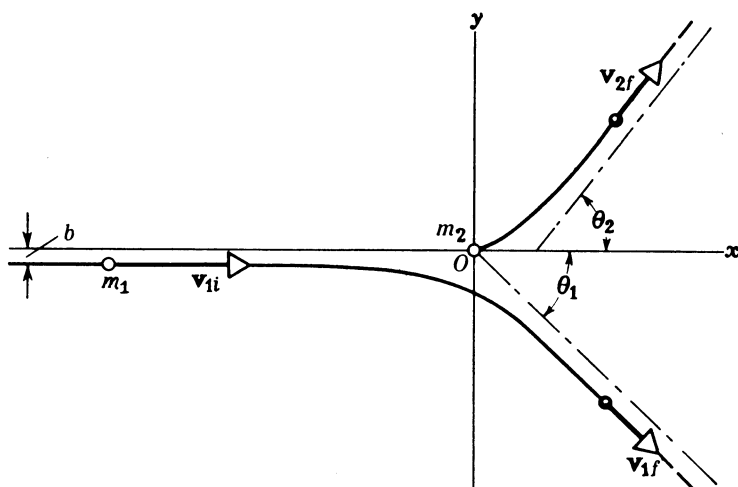
Ze współczesnego punktu widzenia ważniejsze jest szukanie wielkości, które są niezmienniczymi podczas ruchu niż skupianie się na pojęciu siły. Pytanie, czy energia albo pęd są „rzeczywiście” wielkościami ruchu, staje się bezprzedmiotowe, ponieważ nie istnieje jedyna „wielkość ruchu”, natomiast energia oraz pęd mogą być uważane za niezmiennicze wielkości opisujące ruch. Dla układu odosobnionego całkowita energia i pęd, otrzymane przez zsumowanie po wszystkich częściach układu, pozostają stałe w czasie. Może mieć miejsce wymiana energii i pędu pomiędzy różnymi częściami układu odosobnionego, ale całkowita energia i pęd są zachowane.

10-6. Zderzenia w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej

W przestrzeni dwu- i trójwymiarowej (z wyjątkiem zderzenia całkowicie niesprężystego) prawa zachowania i znajomość ruchu cząstek przed zderzeniem nie pozwalają określić ruchu cząstek po zderzeniu. Na przykład dla zderzenia sprężystego zachodzącego w przestrzeni dwuwymiarowej, które jest najprostszym przypadkiem wielowymiarowym, mamy cztery niewiadome, tzn. po dwie składowe prędkości cząstek po zderzeniu. Dla ich wyliczenia możemy napisać tylko trzy niezależne równania: jedno na podstawie zasady zachowania energii i dwa dla dwóch składowych pędu. Zatem, prócz warunków początkowych, potrzebne są jeszcze dodatkowe informacje. Kiedy, jak to zwykle bywa, nie znamy rzeczywistych sił oddziaływania, te dodatkowe dane musimy otrzymać z doświadczenia. Najprościej jest określić kąt odrzutu jednej ze zderzających się cząstek.

Rozważmy, co się zdarzy, kiedy jedna cząstka pada na inną spoczywającą cząstkę, zwaną cząstką-tarczą. Nie jest to przypadek szczególny, ponieważ zawsze możemy tak

wybrać układ odniesienia, aby cząstka-tarcza spoczywała przed zderzeniem. Poza tym w większości prac doświadczalnych z fizyki jądrowej cząstki jądrowe są kierowane na nieruchomą tarczę w laboratoryjnym układzie odniesienia. Płaszczyznę, w której zachodzi ruch, wyznaczają tu — ze względu na zasadę zachowania pędu — linie odrzutu zderzających się cząstek. Ruch początkowy nie musi odbywać się wzdłuż prostej łączącej środki dwóch cząstek. Siłą oddziaływania może być siła działająca na odległość, np. magnetyczna (klasyfikacja sił, patrz str. 130), elektryczna, grawitacyjna albo jądrowa. Cząstki nie muszą „dotykać się”; silne oddziaływania, które występują na względnie małych odległościach i przez krótki czas w porównaniu z czasem obserwacji, odchylają cząstki z ich początkowych torów.



Rys. 10-9. Dwie cząstki m_1 i m_2 ulegają zderzeniu. Kółka puste wskazują ich położenie przed zderzeniem, a kółka zaciemnione — po zderzeniu. Początkowo m_2 spoczywa. Parametr zderzenia b jest to odległość między kierunkiem zderzenia czołowego a początkowym kierunkiem cząstki padającej

Typową taką sytuację widzimy na rys. 10-9. Odległość b między pierwotnym kierunkiem ruchu a środkiem tarczy nazywamy *parametrem zderzenia*. Jest to miara bezpośredności zderzenia. Gdy $b = 0$, zderzenie nazywamy *czołowym*. Tor cząstki padającej m_1 po zderzeniu tworzy kąt θ_1 z kierunkiem cząstki przed zderzeniem. Cząstka-tarcza m_2 , początkowo spoczywająca, po zderzeniu porusza się po torze tworzącym kąt θ_2 z pierwotnym kierunkiem cząstki padającej. Stosując zasadę zachowania pędu, która jest zależnością wektorową, otrzymujemy dwa równania skalarne: dla składowej x

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \cos \theta_1 + m_2 v_{2f} \cos \theta_2$$

i dla składowej y :

$$0 = m_1 v_{1f} \sin \theta_1 - m_2 v_{2f} \sin \theta_2.$$

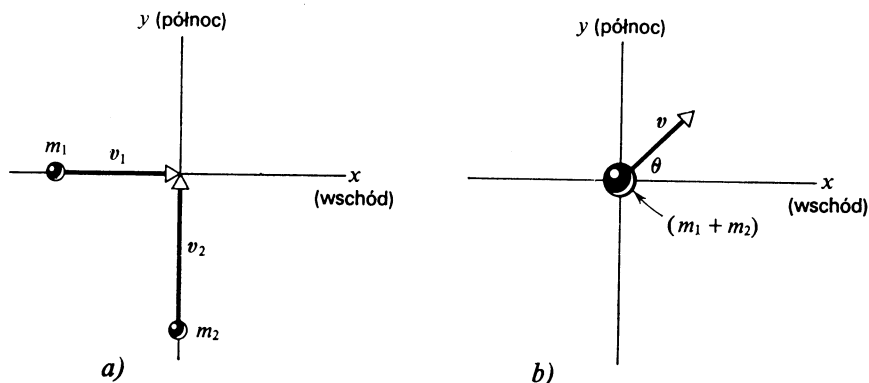
Przyjmijmy teraz, że zderzenie jest sprężyste. Z zasady zachowania energii otrzymujemy trzecie równanie:

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2.$$

Jeżeli znamy warunki początkowe (m_1 , m_2 i v_{1i}), to pozostają nam do określenia cztery niewiadome (v_{1f} , v_{2f} , θ_1 i θ_2). Mamy jednak do dyspozycji tylko trzy niezależne równania. Możemy zatem opisać ruch po zderzeniu tylko wówczas, gdy zadamy jedną z tych wielkości, np. θ_1 .

Przykład 4. Dwaj łyżwiarze zderzają się i obejmują, co schematycznie przedstawia rys. 10-10. Jeden, którego masa $m_1 = 70$ kg początkowo porusza się na wschód z prędkością $v_1 = 6,0$ km/h. Drugi, którego masa $m_2 = 50$ kg początkowo porusza się na północ z początkową prędkością $v_2 = 8,0$ km/h. (a) Jaka jest końcowa prędkość pary łyżwiarzy? (b) Jaka część początkowej energii kinetycznej łyżwiarzy rozproszyła się z powodu zderzenia? (a) Rysunek 10-10 przedstawia sytuację początkową i końcową. Ponieważ $\mathbf{P} = \mathbf{P}_f$ (nie działają żadne siły zewnętrzne) możemy zapisać składową x pędu jako

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v \cos \theta,$$



Rys. 10-10

a składową y jako

$$m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v \sin \theta.$$

Dzieląc drugie równanie przez pierwsze otrzymujemy

$$\tan \theta = \frac{m_2 v_2}{m_1 v_1} = \frac{50 \text{ kg} \cdot 8,0 \text{ km/h}}{70 \text{ kg} \cdot 6,0 \text{ km/h}} = 0,95 \quad \text{albo} \quad \theta = 43^\circ,$$

co daje kierunek końcowej prędkości.

Następnie z równania na składową y pędu mamy

$$v = \frac{m_2 v_2}{(m_1 + m_2) \sin \theta} = \frac{50 \text{ kg} \cdot 8,0 \text{ km/h}}{(70 \text{ kg} + 50 \text{ kg}) \sin 43^\circ} = 4,9 \text{ km/h},$$

co stanowi wartość bezwzględną prędkości końcowej.

(b) Początkowa energia kinetyczna łyżwiarzy

$$K_i = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 70 \text{ kg} \cdot (6,0 \text{ km/h})^2 + \frac{1}{2} \cdot 50 \text{ kg} \cdot (8,0 \text{ km/h})^2 = \\ = \left(2860 \frac{\text{kg} \cdot \text{km}^2}{\text{h}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right) \left(\frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right)^2 = 220 \text{ J}.$$

Końcowa energia kinetyczna pary

$$K_f = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 = \frac{1}{2} (70 \text{ kg} + 50 \text{ kg}) (4,9 \text{ km/h})^2 = \\ = \left(1440 \frac{\text{kg} \cdot \text{km}^2}{\text{h}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right)^2 \left(\frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right)^2 = 110 \text{ J}.$$

Zatem

$$\frac{K_i - K_f}{K_i} = \frac{220 \text{ J} - 110 \text{ J}}{220 \text{ J}} = \frac{1}{2},$$

tak że 50% początkowej energii kinetycznej ulega rozproszeniu podczas zderzenia.

Przykład 5. Częsteczka gazu mająca prędkość 300 m/s zderza się sprężysto z drugą taką samą częsteczką, która początkowo spoczywa. Po zderzeniu pierwsza częsteczka porusza się pod kątem 30° do pierwotnego kierunku ruchu. Znaleźć prędkość każdej częsteczki po zderzeniu i kąt, jaki tworzy odrzucona częsteczka z kierunkiem pierwotnym częsteczki padającej.

Przykład ten odpowiada sytuacji omawianej w przedostatnim przykładzie dla danych liczbowych: $m_1 = m_2$, $v_{1i} = 300$ m/s, a $\theta_1 = 30^\circ$. Podstawiając $m_1 = m_2$, otrzymujemy trzy równania:

$$v_{1i} = v_{1f} \cos \theta_1 + v_{2f} \cos \theta_2,$$

$$v_{1f} \sin \theta_1 = v_{2f} \sin \theta_2,$$

$$v_{1i}^2 = v_{1f}^2 + v_{2f}^2.$$

Znajdujemy z nich v_{1f} , v_{2f} i θ_2 . Następnie podnosimy do kwadratu pierwsze równanie (przepisując je w postaci $v_{1i} - v_{1f} \cos \theta_1 = v_{2f} \cos \theta_2$) i dodajemy do drugiego równania, również uprzednio podniesionego do kwadratu (przypominamy, że $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$). W wyniku tych działań otrzymujemy

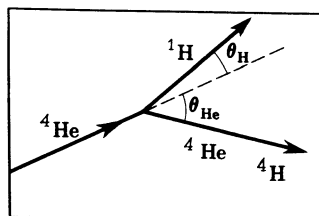
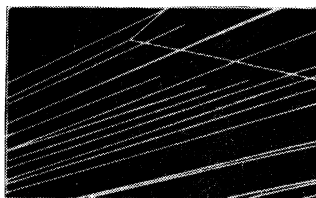
$$v_{1i}^2 + v_{1f}^2 - 2v_{1i}v_{1f} \cos \theta_1 = v_{2f}^2,$$

co w połączeniu z trzecim równaniem daje

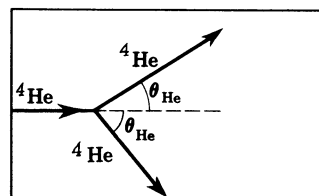
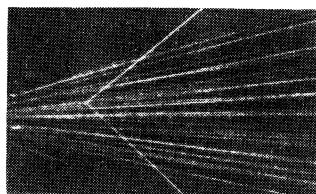
$$2v_{1f}^2 = 2v_{1i}v_{1f} \cos \theta_1,$$

albo (ponieważ $v_{1i} \neq 0$)

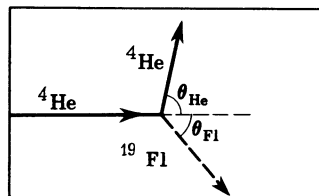
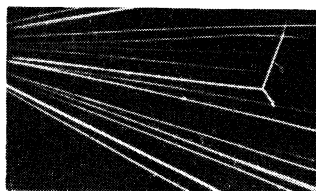
$$v_{1f} = v_{1i} \cos \theta_1 = (300 \text{ m/s}) \cdot (\cos 30^\circ), \quad \text{czyli} \quad v_{1f} = 260 \text{ m/s}.$$



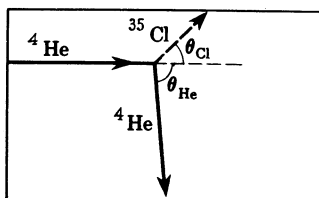
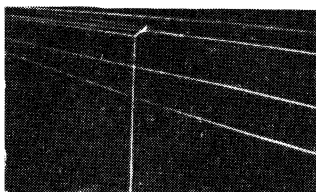
a)



b)



c)



d)

Rys. 10-11. Fotografia zderzeń w komorze Wilsona, która pozwala widzieć tory cząstek. Komora zawiera nasyconą parę wodną. Jeżeli tę parę nieznacznie sprężyć, a następnie spowolodować jej szybkie rozprężenie, para wodna będzie się kondensować w postaci drobnych kropelek ułożonych wzdłuż toru. We wszystkich czterech przypadkach (a, b, c i d) cząstka padająca jest jądrem helu (^4He albo α) o masie czterech atomowych jednostek masy. W przypadku (a) tarczą jest atom wodoru (^1H albo p) o masie 1u; po zderzeniu cząstki He i H wylatują w kierunkach θ_{He} i θ_{H} . Pozostałe tory są podobne, z wyjątkiem przypadku (b), gdzie tarczą jest również atom ^4He . W przypadku (c) tarczą jest atom fluoru, a w przypadku (d) — atom chloru. Zwykle cząstki nie poruszają się w płaszczyźnie fotografii i dlatego zdjęcia stereoskopowe są niezbędne

Z równania trzeciego otrzymujemy

$$v_{2f}^2 = v_{1i}^2 - v_{1f}^2 = (300 \text{ m/s})^2 - (260 \text{ m/s})^2, \quad \text{czyli} \quad v_{2f} = 150 \text{ m/s}.$$

Ostatecznie z drugiego równania

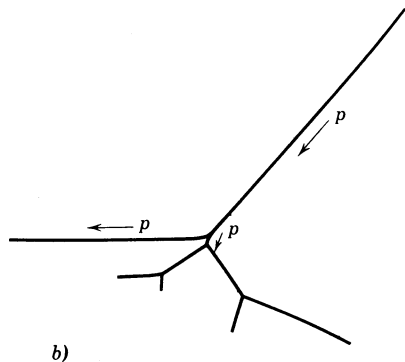
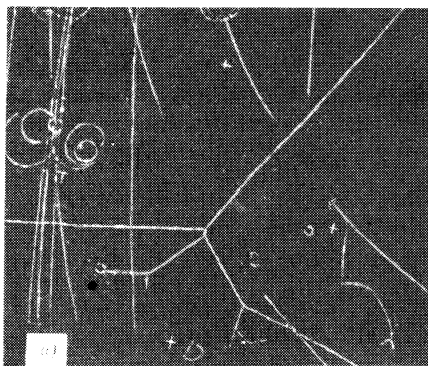
$$\sin \theta_2 = \left(\frac{v_{1f}}{v_{2f}} \right) \sin \theta_1 = \left(\frac{260}{150} \right) (\sin 30^\circ) = 0,866, \quad \text{czyli} \quad \theta_2 = 60^\circ.$$

Zatem dwie cząsteczki oddalają się pod kątem prostym ($\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$, patrz rys. 10-9).

Łatwo można wykazać, że w zderzeniu sprężystym między dwiema cząstkami o równych masach, z których jedna początkowo spoczywa, po zderzeniu cząstki rozchodzą się zawsze prostopadle względem siebie.

Na rysunku 10-11 widzimy cztery fotografie czterech sprężystych zderzeń jądrowych widzianych w mgłowej komorze Wilsona*. Ślady cząstek widoczne są w takiej komorze jako szereg niewielkich kropelek wytworzonych na drodze przelotu cząstek. W każdym przypadku cząstką padającą jest cząstka α (jądro atomu helu), a tarczą — jądro spoczywające przed zderzeniem. Podkreślamy, że kiedy masa tarczy wzrasta, wzrasta również kąt między cząstkami odrzuconymi (patrz zadanie 42). W przypadku (b), kiedy tarczą jest również cząstka α , stereoskopowe zdjęcie pokazuje, że odrzucone cząstki poruszają się prostopadle. Kąt widziany na rysunku nie jest całkowicie kątem prostym, ponieważ cząstki nie leżą w płaszczyźnie rysunku.

Rysunek 10-12 przedstawia serię czterech kolejnych zdjęć zderzenia sprężystego pomiędzy protonami, zaobserwowanego w komorze pęcherzykowej** wypełnionej ciekłym wodorem. Zaobserwowane zderzenia sprężyste protonów zostały zapoczątkowane przez



Rys. 10-12. (a) Cztery zderzenia proton-proton w 10-calowej komorze pęcherzykowej. Proton o wielkiej energii wszedł do komory z prawego górnego rogu. Elektrony o niskiej energii zostawiają tory spiralne. Różnego rodzaju mezony wytworzyły w komorze pozostałe tory. Zdjęcie to można oglądać przestrzennie (tak jak w fotoplastykonie) (przyp. tłum.), przy pomocy specjalnego urządzenia optycznego. Wówczas widać, że kąt między torami rozdzielającymi się jest w każdym przypadku równy 90° . Tego nie widać na zamieszczonej fotografii, ponieważ tory nie leżą w jej płaszczyźnie. (b) Schematyczne przedstawienie torów protonów z fotografii (a). (Dzięki uprzejmości Laurence Radiation Laboratory.)

* W roku 1927 angielski fizyk C. T. R. Wilson otrzymał nagrodę Nobla za wynalezienie komory mgłowej. Jego badania zapoczątkowały całkowicie nową dziedzinę, a mianowicie próbę wytworzenia w laboratorium pewnego atmosferycznego zjawiska zaobserwowanego na górze Ben Newis w Szkocji.

** W roku 1960 amerykański fizyk Donald Glaser otrzymał nagrodę Nobla za wynalezienie komory pęcherzykowej. Mówi się, że pomysł komory przyszedł autorowi podczas obserwacji kropelek tworzących się w szklance z piwem.

wysokoenergetyczny proton, który wniknął do ciekłego wodoru znajdującego się w komorze. Tory cząstek są widoczne jako szereg pęcherzyków gazu pozostawionych na drodze przelotu cząstki. Ponieważ oddziałujące cząstki mają równe masy i zachodzi zderzenie sprężyste, cząstki po zderzeniu rozchodzą się względem siebie pod kątem prostym. Jest to widoczne wtedy, kiedy tory przedstawione na rys. 10-12a obserwuje się w przestrzeni trójwymiarowej.

10-7. Przekrój czynny na zderzenie

Dla opisu zderzeń cząstek wprowadziliśmy pojęcie parametru zderzenia b (patrz rys. 10-9). Pomimo to jest rzeczą jasną, że gdy mamy do czynienia z cząstkami o atomowych albo o subatomowych wymiarach, wtedy nie możemy zdefiniować toru cząstki padającej i położenia cząstki-tarczy (targetu) dostatecznie dokładnie. W praktyce, kiedy bombardujemy cienką folię wiązką cząstek α z cyklotronu, musimy w statystyczny sposób traktować wielką liczbę zderzeń pomiędzy cząstkami α i jądrami tarczy. Parametr zderzenia dla indywidualnych zderzeń w tym przypadku nie może być określony.

Sytuację tę obrazuje następujący model. Wyobraźmy sobie, że strzelamy z karabinu maszynowego w sposób przypadkowy (powiedzmy po ciemku) w ścianę odległej stodoły o powierzchni A , na której ktoś porozwieszał pewną liczbę małych talerzy, każdy o powierzchni σ , w przypadkowych (lecz nie nakładających się) pozycjach. Jaka jest liczba R rozbitych talerzy na jednostkę czasu, jeżeli liczba talerzy wynosi q , a liczba pocisków uderzających w stodołę na jednostkę czasu wynosi R_0 ? Liczba ta, z uwagi na przypadkowy charakter zjawisk tu zachodzących, wynosi

$$R = R_0 \left(\frac{\sigma q}{A} \right), \quad (10-7a)$$

gdzie σq jest całkowitym polem powierzchni wszystkich talerzy. W istocie moglibyśmy użyć tej zależności dla zmierzenia wielkości σ , czyli geometrycznej powierzchni pojedynczego talerza. Rozwiązując to równanie względem σ otrzymujemy

$$\sigma = \frac{RA}{R_0 q}, \quad (10-7b)$$

co pozwala nam znaleźć σ ze zmierzonej wartości R , A , R_0 i q . σ możemy nazwać *przekrojem czynnym* na zderzenie polegające na trafieniu pocisku w talerz.

Rozważmy teraz bardziej ograniczoną klasę zdarzeń. Niech na przykład pocisk trafiający w talerz rozbija go dokładnie na 5 kawałków; liczba trafień na jednostkę czasu powodująca rozbicie talerza na 5 części, R_5 , jest o wiele mniejsza niż liczba trafień R , jakie w ogóle zachodzą. Rozbiciu talerza na 5 części możemy przypisać *przekrój czynny* σ_5 i przez analogię z równaniem (10-7b) możemy napisać następującą zależność:

$$\sigma_5 = \frac{R_5 A}{R_0 q}. \quad (10-8)$$

Rozważmy następnie dalsze szczególne przypadki, jak rozbicie talerzy na 13 części, rozbicie na dwie części, z których jedna ma powierzchnię równą połowie powierzchni drugiej, czy też przypadek, gdy jeden kawałek rozbitego talerza leci pionowo w górę itp. Każdemu

z tych zdarzeń może być przypisany przekrój czynny σ_x poprzez mierzenie liczby zdarzeń R_x w jednostce czasu. *Żaden z tych przekrojów czynnych nie musi mieć koniecznie czegoś wspólnego z geometryczną miarą powierzchni talerza — wszystkie natomiast są miarami prawdopodobieństwa zajścia zdarzeń, które opisują.* Przekroje czynne są bardzo ważne, ponieważ odnoszą się do poszczególnych zdarzeń i nie zależą od szczegółów wybranego doświadczalnego urządzenia. Z równania (10-8) na przykład moglibyśmy znaleźć te same wartości dla σ_5 bez względu na to, jak wielka jest ściana stodoły (A), jak wiele zawieszono talerzy (q) albo ile strzałów na jednostkę czasu oddano z karabinu maszynowego (R_0). Mierzona wartość R_5 byłaby zawsze taka, aby po jej zmierzeniu otrzymać tę samą zmierzoną wartość dla σ_5 .

Podobnie traktujemy często zachodzące zdarzenia w fizyce jądrowej. Bombardujemy nieruchome tarcze za pomocą pocisków jądrowych, mierzymy liczbę określonych zdarzeń na jednostkę czasu i przypisujemy tym zdarzeniom przekrój czynny. Dla przykładu weźmy cienką folię złota (^{197}Au) bombardowaną deuteronomi (^2H albo d) o energii, powiedzmy, 30 Mev. Przy takim bombardowaniu może zachodzić wiele zdarzeń, a wśród nich: (1) sprężyste rozproszenie deuteronu w kierunku do przodu, (2) sprężyste rozproszenie deuteronu w kierunku do tyłu, (3) niesprężyste rozproszenie deuteronu pomiędzy kątami 30° i 60° w kierunku padającej wiązki, (4) jądrowa reakcja $d + ^{197}\text{Au} \rightarrow p + ^{198}\text{Au}$ i (5) jądrowa reakcja $d + ^{197}\text{Au} \rightarrow n + ^{198}\text{Hg}$, w której n reprezentuje neutron. Każde z tych zdarzeń (i wiele innych, które mogłyby być wymienione) ma swój własny przekrój czynny σ_x , który pozwala nam obliczyć liczby zachodzących zdarzeń R_x w jednostce czasu, jeżeli znamy szczegóły urządzenia doświadczalnego. Ostatecznym celem wszystkich eksperymentów jest zrozumienie natury sił jądrowych.

Oznaczmy przez A powierzchnię folii naświetlonej przez wiązkę cząstek, a przez x jej grubość. Jeżeli n jest liczbą tarcz jądrowych na jednostkę objętości folii, to całkowita liczba dostępnych tarcz jądrowych wynosi nAx . Jeżeli *efektywna powierzchnia* (tj. przekrój czynny) dla zdarzenia, którym się interesujemy, jest σ_x , to całkowita efektywna powierzchnia ąder wynosi $nAx\sigma_x$. Jeżeli R_0 jest liczbą cząstek padających na tarczę w jednostce czasu i R_x jest liczbą zdarzeń (którymi się interesujemy) na jednostkę czasu, to ze względu na przypadkową naturę zdarzeń [patrz równanie (10-7a)] mamy zależność

$$\frac{R_x}{R_0} = \frac{(nAx\sigma_x)}{A}$$

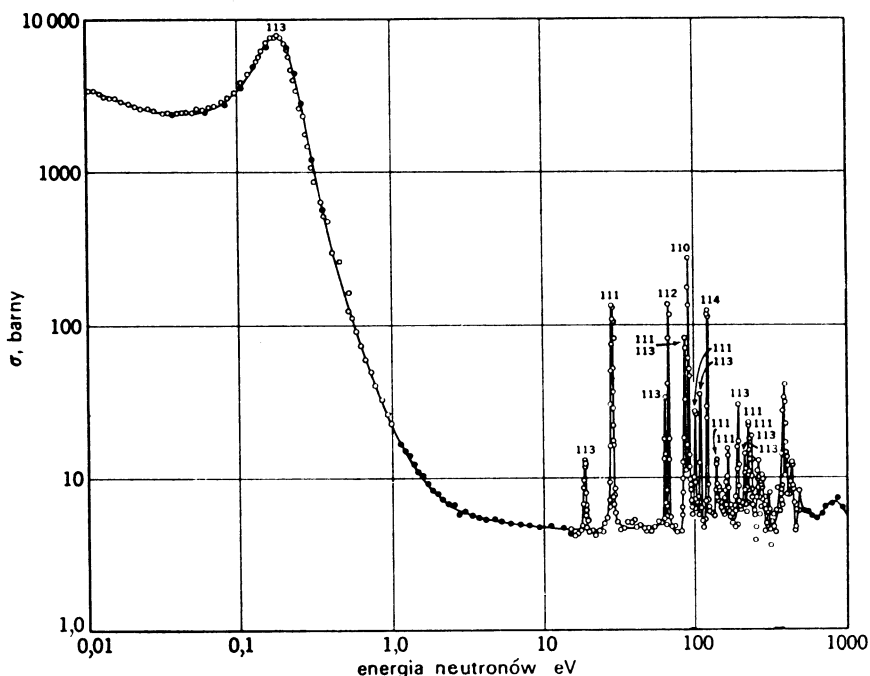
albo

$$R_x = R_0 n x \sigma_x. \quad (10-9)$$

Tak więc możemy znaleźć σ_x dla interesującego nas zdarzenia, mierząc R_x , R_0 , n i x oraz podstawiając je do równania (10-9). Przekroje czynne są zwykle wyrażone w jednostkach zwanych *barnami* albo ich pochodnymi; 1 barn = 10^{-28} m².

Przekroje czynne prawie zawsze zależą od energii padającej cząstki, często wykazując ostre piki ze zmianą energii. To po prostu znaczy, że przy pewnych, dość dokładnie zdefiniowanych energiach charakterystycznych reakcja o wiele łatwiej „zachodzi” niż przy innych energiach. Dzieje się to podobnie jak w przypadku stalowej płyty, która będzie wibrować z wielką amplitudą pod wpływem szeregu, raczej dokładnie określonych, charakterystycznych częstości uderzenia. Takimi „rezonansami” będziemy zajmowali się w rozdziale 20 oraz w innych miejscach tego podręcznika.

Rysunek 10-13 pokazuje jedną z tysięcy krzywych przekroju czynnego, które zostały zmierzone dla różnych atomowych i jądrowych procesów. Pozwólmy dobrze skolimowanej wiązce neutronów o energii kinetycznej K padać na cienką folię kadmu. Proces, do którego odnosi się przekrój czynny σ (rys. 10-13), może być dowolnym procesem, takim jak absorpcja, rozpraszanie sprężyste albo niesprężyste; w wyniku tego procesu następuje usunięcie neutronu ze skolimowanej wiązki. Liczby obok różnych pików pokazują poszczególne izotopy odpowiedzialne za dany pik. O tym możemy się dowiedzieć z innych eksperymentów, przeprowadzonych przy użyciu folii z rozdzielonych izotopów. Silny pik oznaczony liczbą „113”, który występuje przy energii 0,17 elektronowolta (eV), jest spowodowany reakcją



Rys. 10-13. Przekrój czynny jako funkcja energii neutronów. Gdy na folię kadmu pada skolimowana wiązka neutronów, wtedy folia ta usuwa z wiązki neutrony zgodnie z przedstawioną krzywą. Zauważmy, że osie współrzędnych przedstawione są w skali logarytmicznej

w której γ oznacza promienie gamma. Reakcja ta, która ma maksimum przekroju czynnego aż 7600 barnów, jest odpowiedzialna za bardzo wielką absorpcję powolnych neutronów przez kadm. Zwracamy uwagę, że obydwie skale na rys. 10-13 są skalami logarytmicznymi.

Przykład 6. (a) Około roku 1910 Geiger i Marsden, pracując pod kierownictwem Ernesta Rutherforda na Uniwersytecie Manchesterskim, przeprowadzili serię klasycznych doświadczeń potwierdzających jądrową teorię budowy atomu, według której atom złożony jest z małego jądra otoczonego chmurą elektronów. Początkowo uważano, tak jak Thomson, że atom jest kulą zbudowaną z dodatnich i ujemnych ładunków rozłożonych równomiernie.

Schemat doświadczenia przedstawiony jest na rys. 10-14. Cząstki α wysyłane ze źródła polonowego padają na złotą folię o grubości $4 \cdot 10^{-7}$ m. Doświadczenie pokazało, że większość cząstek α przechodzi przez folię (rozproszenie do przodu). Obok tego zdarzały się również rozproszenia do tyłu, czyli pod kątem

większym niż 90° . Dokładniej na $6,17 \cdot 10^4$ rozproszeń do przodu było jedno rozproszenie do tyłu. Gęstość atomów złota w folii wynosiła $5,9 \cdot 10^{28}$ na metr sześcienny. Obliczyć przekrój czynny na rozproszenie do tyłu w barnach ($1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$).

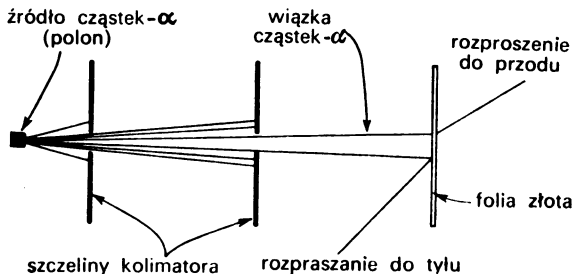
Z zależności $n\sigma =$ ułamek cząstek rozproszonych do tyłu mamy

$$(5,9 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3})(4,0 \cdot 10^{-7} \text{ m})\sigma = 1/(6,17 \cdot 10^4),$$

czyli

$$\sigma = 6,9 \cdot 10^{-28} \text{ m}^2 = 6,9 \text{ barnów};$$

tylko wynosi przekrój czynny na rozproszenie do tyłu.



Rys. 10-14. Przykład 6. Osłona ołowiana formuje wiązkę cząstek α wylatujących ze źródła polonowego. Niektóre cząstki są rozpraszane do tyłu przez złotą folię, pozostałe przechodzą przez nią

(b) Rutherford wywnioskował, że rozproszenie do tyłu nie może być spowodowane przez elektrony atomu. Cząstki α miały za dużą masę, aby elektrony mogły je w ogóle odchylić, nie mówiąc już o rozproszeniu do tyłu. Rutherford zaproponował zatem jądrowy model atomu, przyjmując, że cząstki α rozpraszają się na ciężkich rdzeniach atomu naładowanych dodatnio, czyli na jądrach. Zakładając, że przekrój czynny na rozproszenie do tyłu w przybliżeniu równa się powierzchni jądra złota, możemy oszacować jego rozmiar. Jeżeli efektywny promień jądra oznaczmy przez r , to

$$\sigma = \pi r^2,$$

$$r^2 = \frac{\sigma}{\pi} = \frac{6,9 \cdot 10^{-28} \text{ m}^2}{\pi},$$

czyli

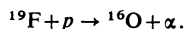
$$r = 1,5 \cdot 10^{-14} \text{ m}.$$

Jest to przybliżony promień jądra złota. W porównaniu z promieniem atomu złota $1,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ widać, że jądro zajmuje tylko niewielką część objętości atomu (około 10^{-12} tej objętości).

10-8. Reakcje i rozpady promieniotwórcze

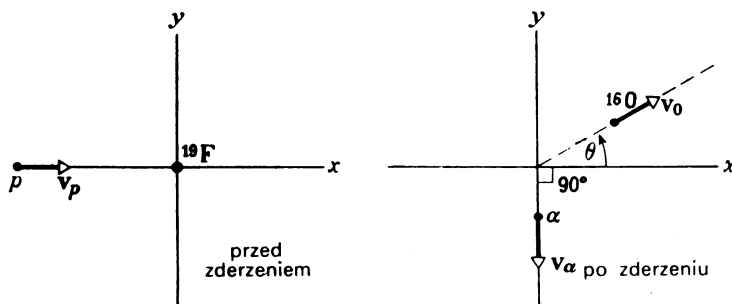
Reakcje i rozpady promieniotwórcze atomów, jąder i cząstek elementarnych, zgodnie z tym, co powiedzieliśmy w paragrafie 10-1, możemy rozważyć przy pomocy tych samych metod, których używaliśmy do opisu zderzeń. Możemy stosować zasady zachowania pędu i energii do (dobrze zdefiniowanych) okresów czasu „przed zderzeniem” i „po zderzeniu”. Dla tych procesów musimy stosować zasadę zachowania całkowitej energii, ponieważ energia kinetyczna nie jest tu zachowana. Rozważmy w tym paragrafie tylko takie przykłady, dla których prędkości cząstek są małe w porównaniu z prędkością światła. Znaczący to że możemy używać klasycznych wyrażeń na pęd i energię, nie posługując się wyrażeniami relatywistycznymi.

Przykład 7. Reakcje jądrowe. Cienka folia zawierająca fluor (^{19}F) jest bombardowana przez protony (p) przyspieszone do energii 1,85 MeV (milion elektronowoltów — $1 \text{ MeV} = 1,60 \cdot 10^{-13} \text{ J}$) w akceleratorze Van de Graaffa. Niektóre z protonów oddziałują z jądrami fluoru powodując następującą reakcję jądrową:



Zaobserwowano, że cząstki α (które są jądrami helu) wylatujące pod kątem prostym do padającej wiązki protonów (patrz rys. 10-15) mają prędkość $1,95 \cdot 10^7$ m/s. Jakie dane uzyskamy z tej reakcji stosując prawa zachowania pędu i energii całkowitej? Masy wchodzące do reakcji znane są z dostatecznie dobrą dokładnością dla naszych celów:

$$\begin{aligned} m_p &= 1,01 \text{ u},^* & m_O &= 16,0 \text{ u}, \\ m_F &= 19,0 \text{ u}, & m_\alpha &= 4,00 \text{ u}. \end{aligned}$$



Rys. 10-15. Przykład 7. Reakcja jądrowa $p + {}^{19}\text{F} \rightarrow \alpha + {}^{16}\text{O}$ przed i po zderzeniu w laboratoryjnym układzie odniesienia

1 jednostka masy atomowej (u) = $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg. Składowe x i y pędu są zachowane, co oznacza, że mają one takie same wartości, tak przed, jak i po reakcji. W laboratoryjnym układzie odniesienia na podstawie rys. 10-15 możemy napisać dla składowej x

$$m_p v_p = m_O v_O \cos \theta, \quad (10-10)$$

a dla składowej y

$$0 = m_\alpha v_\alpha - m_O v_O \sin \theta. \quad (10-11)$$

Aby spełniona była zasada zachowania całkowitej energii, musi zachodzić równanie:

$$Q + \frac{1}{2} m_p v_p^2 = \frac{1}{2} m_O v_O^2 + \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2; \quad (10-12)$$

z równania tego wyraźnie wynika, że Q jest energią, o jaką energia kinetyczna układu po reakcji przewyższa energię kinetyczną układu przed reakcją. Ponieważ założyliśmy, że cząstki poruszają się dostatecznie wolno, więc możemy tu stosować klasyczne wyrażenie na energię kinetyczną ($\frac{1}{2} m v^2$), nie uciekając się do wyrażenia relatywistycznego ($m_0 c^2 / \sqrt{1 - v^2/c^2} - 1$). Jeżeli Q jest dodatnie, to podczas reakcji musi być wyzwolana energia kinetyczna.

Energia Q może pochodzić tylko z różnicy energii spoczynkowych cząstek przed i po zderzeniu, zgodnie z dobrze znaną zależnością Einsteina $E = \Delta m c^2$ (patrz paragraf 8-9). Zatem (jeżeli Q jest dodatnie) oczekujemy, że masa spoczynkowa układu po reakcji będzie nieznacznie mniejsza niż masa spoczynkowa przed reakcją, i że Q rzeczywiście będzie określone zależnością Einsteina

$$Q = \Delta m c^2 = [(m_p + m_F) - (m_\alpha + m_O)] c^2. \quad (10-13)$$

Zwracamy uwagę, że równania (10-12) i (10-13) są niezależnymi wyrażeniami na Q , związanymi zależnością Einsteina między masą i energią.

Te trzy równania wynikające z zasad zachowania zawierają tylko trzy niewiadome, tj. v_O , θ oraz Q . Aby znaleźć z nich Q , wyeliminujemy najpierw kąt θ używając dwóch pierwszych równań po podniesieniu ich do kwadratu i dodaniu (przypominamy, że $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$). W ten sposób otrzymujemy

$$m_p^2 v_p^2 + m_\alpha^2 v_\alpha^2 = m_O^2 v_O^2.$$

Możemy teraz z powyższego równania i z równania (10-12) wyeliminować v_O . Łatwo pokazać, że po przekształceniu otrzymujemy

$$Q = K_\alpha \left(\frac{m_\alpha}{m_O} \right) - K_p \left(1 - \frac{m_p}{m_O} \right). \quad (10-14)$$

* Jedna atomowa jednostka masy (u) równa się 1/12 części masy węgla ${}^{12}_6\text{C}$. (Przyp. tłum.)

Z posiadanych danych wiemy, że $K_p (= \frac{1}{2} m_p v_p^2) = 1,85 \text{ MeV}$ i że

$$\begin{aligned} K_\alpha &= \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 = \frac{1}{2} (4,00 \text{ u} \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg/u}) (1,95 \cdot 10^7 \text{ m/s})^2 = \\ &= (1,26 \cdot 10^{-12} \text{ J}) (1 \text{ MeV} / 1,60 \cdot 10^{-13} \text{ J}) = 7,88 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Możemy teraz obliczyć wartość Q z równania (10-14):

$$Q = (7,88 \text{ MeV})(1 + 4,00/16,0) - (1,85 \text{ MeV})(1 - 1,01/16,0) = 8,13 \text{ MeV}.$$

Stosując zatem zasadę zachowania pędu i energii całkowitej, możemy obliczyć wartość Q tej reakcji, nie obserwując odrzuconego jądra ^{16}O . Jeżeli chcemy znać wartość v_0 i θ' dla tego jądra, możemy to łatwo obliczyć na podstawie równań (10-10) i (10-11).

Wynik $Q = 8,13 \text{ MeV}$ jest ważną informacją o tej reakcji. Na podstawie równania (10-13), określającego wielkość Q niezależną od równania (10-14), możemy teraz wyliczyć zmianę masy spoczynkowej podczas tej reakcji:

$$\Delta m = \frac{Q}{c^2} = \frac{8,13 \text{ MeV} \cdot 1,60 \cdot 10^{-13} \text{ J/MeV}}{(3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2} = (1,44 \cdot 10^{-29} \text{ kg}) \left(\frac{1 \text{ u}}{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \right) = 0,00837 \text{ u}.$$

Wynik ten możemy sprawdzić, wyliczając $\Delta m = [(m_p + m_F) - (m_\alpha + m_O)]$ na podstawie bardzo dokładnych pomiarów mas tych czterech izotopów, pomiarów dokonanych przy pomocy spektrometru masowego (patrz zadanie 47). Doskonała zgodność, którą otrzymaliśmy, podkreśla raz jeszcze ogromną wagę zależności Einsteina między masą i energią.

Pytania

1. Wyjaśnić, jak zastosować prawo zachowania pędu w przypadku zderzenia się piłki ze ścianą.
2. W jaki sposób można powiązać z prawem zachowania pędu fakt płynięcia żaglowca pod wiatr?
3. Czy to prawda, że przyspieszenie, jakie osiąga piłka do baseballu po uderzeniu, nie zależy od tego, kto ją uderzył?
4. Wiele udogodnień w samochodach, takich jak składane kierownice czy wyścielane tablice rozdzielcze, ma na celu przenoszenie pędu na pasażerów w sposób bardziej bezpieczny. Wy tłumaczyć to, stosując pojęcie popędu.
5. C. R. Daish (patrz: *At Impact, Clubhead Travels 100 Mph, Museum, December 1973*) twierdzi że dla zawodowych graczy w golfa, prędkość początkowa nadana piłce przez uderzenie kijkiem golfowym, wynosi ok. 225 km/h. Twierdzi również: (a) „... jeżeli Empire State Building mógłby być użyty jako kijek golfowy, prędkość początkowa piłki wzrosłaby jedynie o 2% ” i (b) że w chwili gdy gracz zamachnie się kijkiem, trzask kamery, kichanie itp., nie mogą mieć żadnego wpływu na ruch piłki. Podać jakościowe argumenty popierające te dwa twierdzenia.
6. Łopatkę turbiny są na ogół nie płaskie, lecz wygięte w taki sposób, że ciecz uderzająca je porusza się po drodze przypominającej literę u. Przekonać się, jaki jest ruch cieczy i wyjaśnić korzyść wygiętego kształtu nad płaskim kształtem łopatek.
7. Z równań (10-3) i (10-4) wynika, że ich rozwiązaniem może być $v_{1f} = v_{1i}$ oraz $v_{2f} = v_{2i}$. Równania te mogą służyć do znalezienia prędkości końcowych dwóch cząstek w przypadku zderzenia sprężystego, zachodzącego w przestrzeni jednowymiarowej. Co oznacza to rozwiązanie fizycznie? Wyjaśnić.
8. Rozważyć zderzenia sprężyste w przestrzeni jednowymiarowej pomiędzy danym ciałem A poruszającym się, a ciałem B początkowo spoczywającym. Jak należy wybrać masę B w porównaniu z masą A , aby B zostało odrzucone (a) z największą prędkością, (b) z największym pędem i (c) z największą energią kinetyczną?
9. Piłkarz, chwilowo nieruchomy na boisku, miał właśnie przejąć piłkę, gdy został złapany i przytrzymany przez gracza przeciwnej drużyny. Jest to z pewnością zderzenie (niesprężyste) i pęd musi być zachowany. W układzie odniesienia, jakim jest boisko, istnieje pęd przed zderzeniem, ale zdaje się go nie być po zderzeniu. Czy pęd jest naprawdę zachowany?
10. Stal jest bardziej sprężysta niż guma. Wy tłumaczyć, co to oznacza.
11. Dwie gliniane kulki o jednakowej masie i prędkości zderzają się, przylegają do siebie i zatrzymują się. Energia kinetyczna z pewnością nie jest zachowana. Co się z nią stało? Czy zachowany jest pęd?
12. Rozważyć możliwość, przy rozważaniu wewnętrznych ruchów w atomach i atomów w ciałach, że *wszystkie* zderzenia byłyby sprężyste.

13. Omawiając fakt, że energia kinetyczna nie jest zachowana w całkowicie niesprężystym zderzeniu, student zauważył, że energia kinetyczna z pewnością nie jest zachowana w wybuchu i że całkowicie niesprężyste zderzenie jest jedynie odwróceniem wybuchu. Czy jest to pożyteczna, wartościowa uwaga?

14. Za pomocą czułej wagi zważono klepsydę dwukrotnie: raz w czasie przesypywania się piasku w postaci stałego strumienia z części górnej do dolnej, drugi raz, gdy część górna była pusta. Czy wyniki ważenia były sobie równe? Wyjaśnić odpowiedź.

15. Wy tłumaczyć w sposób budzący zaufanie możliwość złamania drewnianej listwy lub cegły przy pomocy uderzenia karate, (patrz: Jearl. D. Walker, Karate Strikes, *American Journal of Physics*, October 1975).

16. W którym z poniższych przypadków pęd wyszczególnionych przedmiotów jest prawie całkowicie zachowany? (a) *piłka* spadająca swobodnie w próżni; (b) *samochód* zakręcający ze stałą prędkością; (c) *gumowa piłka* odbijająca się od podłogi; (d) *dwie piłki* zderzające się pod kątem prostym; (e) *kula i pistolet*, z którego została wystrzelona przez człowieka trzymającego pistolet.

17. Jeżeli dwie (jedynie) cząstki materialne zderzają się, to czy musimy uciekać się do trójwymiarowego opisu tego zdarzenia? Wy tłumaczyć to.

18. W zderzeniu dwóch ciał w *układzie środka masy* pędy dwóch cząstek są równe co do wartości, lecz przeciwnie skierowane względem siebie, zarówno przed, jak i po zderzeniu. Czy kierunek względnego ruchu przed i po zderzeniu musi być taki sam? Przy jakich warunkach w wyniku zderzenia prędkości ciał: (a) zwiększyłyby się? (b) zmniejszyłyby się? (c) pozostałyby te same?

19. W odniesieniu do atomów, jąder albo cząstek elementarnych mówimy czasami, że cząstki te „dotykają się” podczas zderzenia. Co znaczy takie stwierdzenie?

20. Czy przekrój czynny na zderzenie może być skończony, gdy zasięg sił oddziaływania między dwiema cząstkami jest nieskończony, jak np. przy wzajemnym przyciąganiu grawitacyjnym dwóch ciał? Czy w ogóle możemy rozpatrywać to oddziaływanie jako zderzenie?

21. Dlaczego w przykładzie 6 wielkość promienia jądra złota została wyliczona w sposób przybliżony?

22. Czy posługując się prawami rządzącymi zderzeniami można teoretycznie wyznaczyć przekrój czynny na zderzenie, używając tylko jednej cząstki bombardującej i tylko jednej cząstki-tarczy? Czy możliwe jest przeprowadzenie takiego doświadczenia w praktyce?

23. Zauważyliśmy, że zasada zachowania pędu może obowiązywać bez względu na to czy energia kinetyczna jest zachowana czy nie. A co można powiedzieć o sytuacji odwrotnej, tzn. czy zachowanie energii kinetycznej pociąga za sobą zachowanie pędu w fizyce klasycznej? (Patrz: Connection between Conservation of Energy and Conservation of Momentum, Carl. G. Adler, *Am. J. Phys.*, May 1976.)

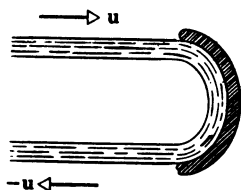
Zadania

Paragraf 10-2

1. Piłka o masie m i prędkości v uderza prostopadłe w ścianę, po czym odbija się od niej z prędkością nie zmienioną co do wartości. Jaką średnią siłą oddziałuje piłka na ścianę, jeżeli czas zderzenia wynosi Δt ?

Odp.: $2mv/\Delta t$.

2. Strumień wody uderza w łopatkę turbiny, tak jak to przedstawiono na rys. 10-16. Prędkość wody jest równa u , zarówno przed, jak i po zderzeniu się wody z powierzchnią łopatki; masa wody padająca na łopatkę w ciągu jednostki czasu jest stała i wynosi μ . Znaleźć siłę, jaka działa na łopatkę.



Rys. 10-16. Zadanie 2

3. Piłka 150 g porusza się z prędkością 40 m/s, w chwili gdy uderza w nią kij, który zmienia kierunek jej ruchu i nadaje jej prędkość 60 m/s. Jaką przeciętną siłę wywarł na piłkę kij, jeżeli oddziaływał na nią 5 ms.

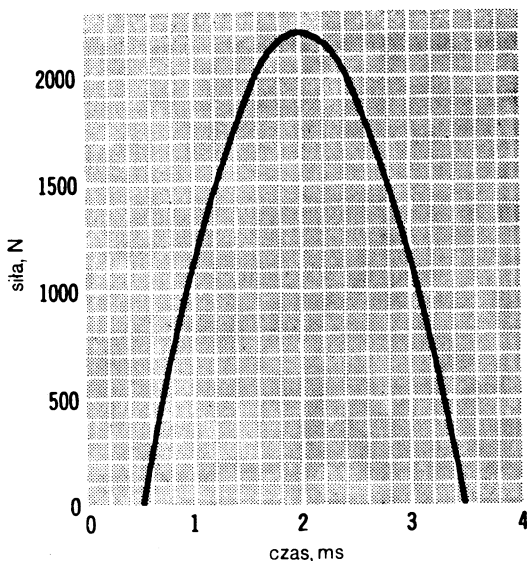
Odp.: 3000 N.

4. Piłka o masie 1 kg spada pionowo na podłogę z prędkością 25 m/s. Odbija się ona z prędkością początkową 10 m/s. (a) Obliczyć popęd działający na piłkę w czasie kontaktu z podłogą. (b) Jaką siłą piłka oddziałuje na podłogę, jeżeli kontakt trwał 0,02 s?

5. Kij uderza w kulę bilardową ze średnią siłą 50 N, działającą w ciągu 10 ms. Jaką prędkość otrzyma kula, jeżeli jej masa wynosi 0,20 kg?

Odp.: 2,5 m/s.

6. Piłka krykietowa o masie 0,5 kg wskutek uderzenia rakieta otrzymuje popęd pokazany na wykresie (rys. 10-17). Jaka będzie prędkość piłki tuż po osiągnięciu przez siłę wartości równej zero?



Rys. 10-17. Zadanie 6

7. Siła wywierana na przedmiot 10 kg wzrasta jednostajnie od zera do 50 N w czasie 4 s. Jaka jest prędkość końcowa przedmiotu, jeżeli początkowo znajdował się w stanie spoczynku?

Odp.: 10 m/s.

8. Gracz golfowy uderza piłkę golfową nadając jej początkową prędkość $5,0 \cdot 10^3$ cm/s pod kątem 30° do poziomu. Zakładając, że masa piłki wynosi 25 g, a czas zderzenia 0,10 s, znaleźć: (a) popęd piłki, (b) popęd kija, (c) średnią siłę, jaką kij działa na piłkę, (d) pracę, wykonaną nad piłką.

9. Strumień wody z węża został skierowany na ścianę. Jeżeli prędkość wody wynosi 5 m/s, a przez wąż przechodzi $300 \text{ cm}^3/\text{s}$, to jaką przeciętną siłę wywiera na ścianę strumień wody? Przyjąć, że woda pryska do tyłu w nieznaczącej ilości. Gęstość wody wynosi 1 g/cm^3 .

Odp.: 1,5 N.

10. Dwa statki kosmiczne rozdzieliły się wskutek wybuchu ładunku umieszczonego między nimi. Jeżeli masy statków wynoszą odpowiednio 1200 kg i 1800 kg, a popęd siły wybuchu $600 \text{ N} \cdot \text{s}$, to jaka jest względna prędkość oddalania się dwóch statków?

Paragraf 10-4

11. W wahadło balistyczne o masie 2 kg uderza pocisk o masie 10 g. Po tym uderzeniu środek masy wahadła unosi się o 12 cm, licząc w kierunku pionowym. Obliczyć prędkość pocisku tuż przed zderzeniem, przyjmując, że utknął on w wahadle.

Odp.: 310 m/s.

12. Na sanki o masie 6 kg, poruszające się po lodzie z prędkością 9 m/s, rzucono pionowo z góry paczkę o masie 12 kg. Opisać ruch sanek po ich obciążeniu.

13. (a) Pokazać, że gdy zderzenie jest sprężyste oraz jednowymiarowe, prędkość środka masy dwóch ciał: o masie m_1 poruszającej się z prędkością początkową v_{1i} oraz o masie m_2 poruszającej się z prędkością początkową v_{2i} , wynosi

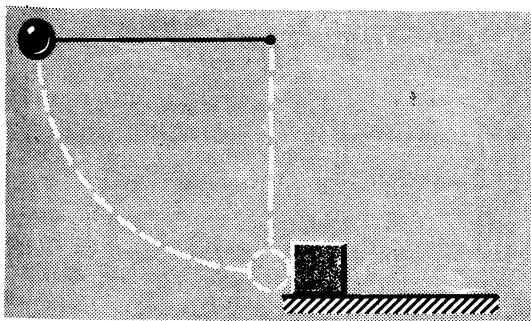
$$v_{\text{śr. m.}} = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}.$$

(b) Znaleźć podobne wyrażenie na prędkość $v_{sr.m.}$ po zderzeniu, posługując się wzorami na prędkość v_1 i v_2 powyższych cząstek po ich zderzeniu się.

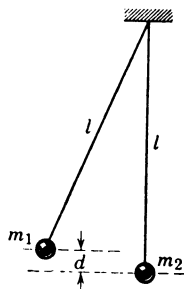
14. Ciało o masie 2 kg zderza się sprężysto z innym ciałem będącym w spoczynku, i po zderzeniu ciało to porusza się dalej w tym samym kierunku, lecz z prędkością równą $1/4$ prędkości początkowej. Jaka jest masa ciała pozostającego początkowo w spoczynku?

15. Rozpatrzmy ruch mechanizmu załadowczego znajdującego się przy końcu lufy broni automatycznej wczesnego modelu. Mechanizm ten nabiera pewnej energii potencjalnej, kiedy zamek odrzucony do tyłu po wystrzale ściska sprężynę na przewidzianej długości d . (a) Pokazać, że prędkość v pocisku o masie m musi być po wystrzale przynajmniej równa $d\sqrt{kM/m}$, aby nastąpiło automatyczne załadowanie. W wyrażeniu tym k jest to stała sprężystości sprężyny, a M jest masą zamka. (b) W jakim znaczeniu — jeżeli w ogóle możemy to czynić — możemy ten proces rozpatrywać jako zderzenie?

16. Do linki o długości 70 cm przytwierdzono metalową kulę o masie 0,5 kg i pozwolono jej opaść w dół w chwili, gdy linka znajdowała się w pozycji poziomej. W najniższym punkcie swej drogi kula uderza w znajdujący się w spoczynku na poziomej powierzchni blok stalowy o masie 2,5 kg (rys. 10-18). Zderzenie jest sprężyste. Znaleźć (a) prędkość kuli oraz (b) prędkość bloku tuż po zderzeniu.



Rys. 10-18. Zadanie 16



Rys 10-19. Zadanie 18

17. Pocisk o masie 4,5 g wystrzelony w kierunku poziomym uderza w drewniany klocek o masie 1,8 kg, znajdujący się w spoczynku na powierzchni poziomej. Współczynnik tarcia kinetycznego między klockiem a powierzchnią, na której on leży, wynosi 0,2. Pocisk zatrzymuje się w klocu, a klocek przesuwa się o 1,80 m. Jaka prędkość miał pocisk w chwili uderzenia w klocek?

Odpr.: 1100 m/s.

18. Dwa wahadła, każde o długości l , znajdują się początkowo w położeniu przedstawionym na rys. 10-19. Wahadło pierwsze jest zwolnione i uderza w drugie. Zakładając, że zderzenie jest całkowicie niesprężyste i zaniedbując masy sznurków i działanie tarcia, pokazać, jak wysoko wzniesie się środek masy układu dwóch zetkniętych wahadeł po zderzeniu?

19. Dwie cząstki materialne, jedna o masie dwa razy większej od drugiej, połączone są ściśniętą sprężyną. Energia zgmagazynowana w sprężynie wynosi 60 J. Ile energii kinetycznej ma każda cząstka po puszczeniu sprężyny?

Odpr.: 20 J — cząstka lżejsza, 40 J — cząstka cięższa.

20. Wagon towarowy o masie 32 t poruszający się z prędkością 5 m/s dogonił wagon o masie 24 t, poruszający się w tym samym kierunku z prędkością 3 m/s. (a) Znaleźć prędkość wagonów tuż po zderzeniu oraz stratę energii kinetycznej wskutek niesprężystego zderzenia, jeżeli po zderzeniu wagony poruszają się razem. (b) Gdy zderzenie jest sprężyste, wagony nie poruszają się razem. Znaleźć ich prędkość w tym przypadku.

21. Z atomem wodoru, znajdującym się w spoczynku, elektron zderza się w sposób sprężysty. Ruch przed i po zderzeniu odbywa się wzdłuż tej samej prostej. Jaką część energii kinetycznej elektronu otrzyma wskutek zderzenia atom wodoru? Masa atomu wodoru jest 1840 razy większa od masy elektronu.

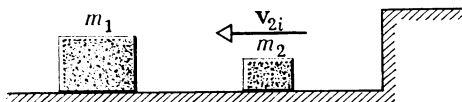
Odpr.: 0,22%.

22. Kłoczek o masie $m_1 = 100$ kg spoczywa na bardzo długim, doskonale gładkim stole, którego jeden koniec opiera się o ścianę. Inny kłoczek, o masie m_2 , umieszczony jest pomiędzy pierwszym klockiem a ścianą

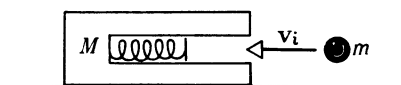
i wprawiony w ruch w lewo ze stałą prędkością v_{2i} , tak jak to pokazuje rys. 10-20. Przyjmując, że wszystkie zderzenia są całkowicie sprężyste, znaleźć wartość m_2 , przy której odbywa klocki poruszają się z tą samą prędkością po jednym zderzeniu m_2 z m_1 i po jednym zderzeniu m_2 ze ścianą. Ściana ma nieskończenie wielką masę.

23. Z atomem o masie M , znajdującym się w spoczynku, zderza się centralnie elektron o masie m . W wyniku zderzenia w atomie została zgromadzona pewna ilość energii E . Wyliczyć minimalną wartość prędkości początkowej v_0 , jaką musi mieć elektron. (Wskazówka: Z zasad zachowania, na prędkość końcową elektronu v otrzymamy równanie drugiego stopnia; takie równanie otrzymujemy również na prędkość końcową V atomu. Wartość minimalna v_0 wynika stąd, że pierwiastek w rozwiązaniach na v i V musi być rzeczywisty.)

$$\text{Odp.: } v_0 = \left(2E \frac{M+m}{Mm} \right)^{1/2}.$$



Rys. 10-20. Zadanie 22



Rys. 10-21. Zadanie 24

24. Kula o masie m wpada z początkową prędkością v_i do lufy karabinu sprężynowego o masie M , początkowo spoczywającego na doskonale gładkiej powierzchni (patrz rys. 10-21). Masa m utknęła w lufie w punkcie, w którym sprężyna osiągnęła swe maksymalne sprężenie. Zakładamy, że nie było straty energii z powodu tarcia. Jaka część początkowej energii kinetycznej kuli jest zgromadzona w sprężynie?

25. Gdy na wadze położymy pustą skrzynkę, waga wskazuje 0 kg. Z wysokości h , od dna skrzynki, zaczęto do niej sypać kamyczki w ilości u kamyczków na sekundę. Kamyczki są jednakowe i każdy ma masę m . Znaleźć odczyt na skali wagi po upływie czasu t od chwili, gdy kamyczki zaczęły wypełniać skrzynkę, jeżeli zderzenia kamyczków ze skrzynką są niesprężyste. Podać wartość liczbową odpowiedzi, jeżeli $u = 100 \text{ s}^{-1}$, $h = 25 \text{ m}$; $mg = 0,045 \text{ kG}$, $t = 10 \text{ s}$.

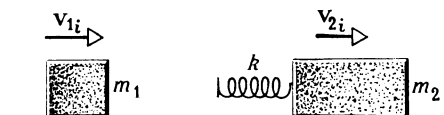
Odp.: 11 kg.

26. Waga jest wyzerowana. Cząstki spadają z wysokości 9 m na szalkę wagi i zderzają się z nią sprężysto, to znaczy że odbijają się w górę z tą samą prędkością. Jeżeli każda cząstka ma masę 10 g i spada ich 100 w ciągu sekundy, to jakie będzie wskazanie wagi w kilogramach?

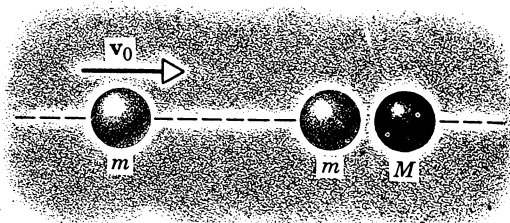
27. Masa m_1 zderza się czołowo z masą m_2 początkowo spoczywającą; zderzenie to jest całkowicie niesprężyste. (a) Jaka jest całkowita energia układu przed zderzeniem? (b) Jaka jest kinetyczna energia układu po zderzeniu? (c) Jaka część początkowej energii kinetycznej została zamieniona na ciepło? (d) Niech $v_{sr.m.}$ będzie prędkością środka masy układu. Rozpatrzyć zderzenie w układzie środka masy, w którym $v'_{1t} = v_{1t} - v_{sr.m.}$, $v'_{2t} = -v_{sr.m.}$. Powtórzyć punkty (a), (b), i (c) i rozpatrzyć je z punktu widzenia obserwatora znajdującego się w układzie środka masy. Czy energia mechaniczna zamienia się w ciepło tak samo w każdym z tych przypadków? Wyjaśnić to.

Odp.: (a) $m_1 v_{1t}^2 / 2$; (b) $m_1^2 v_{1t}^2 / 2(m_1 + m_2)$; (c) $m_2 / (m_1 + m_2)$; (d) $m_1 m_2 v_{1t}^2 / 2(m_1 + m_2)$; zero; jeden; tak.

28. Winda porusza się do góry z prędkością 2 m/s. W pewnej chwili w jej dach uderza piłka puszczona z miejsca, które w tej chwili znajdowało się 20 m nad dachem windy. Od dachu piłka odbija się sprężysto. (a) Na jaką wysokość odskoczy piłka w stosunku do dachu windy? (b) Rozwiązać to zadanie, gdy winda porusza się w dół z prędkością 2 m/s.



Rys. 10-22. Zadanie 29



Rys. 10-23. Zadanie 30

29. Kłoczek o masie $m_1 = 2,0$ kg ślizga się wzdłuż doskonale gładkiego stołu z prędkością 10 m/s. Dokładnie przed nim porusza się w tym samym kierunku kłoczek o masie $m_2 = 5,0$ kg z prędkością 3,0 m/s. Nieważka sprężyna o stałej sprężystości $k = 1120$ N/m umieszczona jest na tylnej ścianie masy m_2 , tak jak to pokazuje rys. 10-22. Jakie jest maksymalne sprężenie sprężyny, kiedy te dwa klocki zderzą się? Zakładamy, że sprężyna nie ulega wygięciu i że obowiązuje prawo Hooke'a.

Odp.: 0,25 m.

30. Dwie masy (prawa część rys. 10-23) znajdują się w niewielkiej odległości i początkowo spoczywają. Masa znajdująca się po lewej stronie rysunku porusza się w ich kierunku z prędkością v_0 . Zakładając zderzenia centralne, pokazać, że (a) jeżeli $M \leq m$, to zachodzą dokładnie dwa zderzenia — znaleźć końcowe prędkości, oraz (b) jeżeli $M > m$, to zachodzą trzy zderzenia — znaleźć końcowe prędkości.

31. Rozważyć sytuację podobną jak w poprzednim zadaniu (10-30), z tym że wszystkie zderzenia mogą być sprężyste (niesprężyste), lub niektóre zderzenia mogą być sprężyste, niektóre niesprężyste, a masy wynoszą teraz odpowiednio m , m' i M . Wykazać, że aby przenieść maksymalną energię kinetyczną z m na M , środkowe ciało winno mieć masę $m' = \sqrt{mM}$, czyli masa musi być równa średniej geometrycznej mas przyległych. (Patrz: John B. Hart i Robert B. Herrmann, Energy Transfer in One-Dimensional Collisions of Many Objects, *American Journal of Physics*, January 1968.)

Paragraf 10-6

32. Dwa samochody A i B jadące odpowiednio na zachód i południe zderzają się na skrzyżowaniu, a po zderzeniu szepiąją się ze sobą. Przed zderzeniem samochód A (ciężar 450 kG) jedzie z prędkością 60 km/h, a samochód B (ciężar 600 kG) z prędkością 90 km/h. Znaleźć wartość i kierunek prędkości szepionych samochodów tuż po ich zderzeniu.

33. Dwie kule A i B o różnych, lecz nieznanach masach, zderzają się ze sobą. Przed zderzeniem A znajduje się w spoczynku, B zaś porusza się z prędkością v . Po zderzeniu B ma prędkość $\frac{1}{2}v$ skierowaną pod kątem prostym do swej początkowej prędkości. (a) Znaleźć kierunek, w którym po zderzeniu będzie poruszać się kula A . (b) Czy można z podanych informacji określić prędkość kuli A ? Wyjaśnić to.

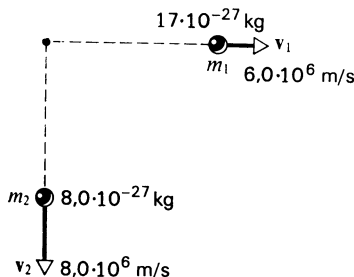
Odp.: (a) Pod kątem 117° do ostatecznego kierunku. (b) Nie.

34. W znajdującą się w spoczynku kulę bilardową uderza sprężystie identyczna kula poruszająca się z prędkością 2,2 m/s. Po zderzeniu prędkość jednej kuli wynosi 1,1 m/s, a jej kierunek tworzy z pierwotnym kierunkiem kąt równy 60° . (a) Obliczyć prędkość drugiej kuli. (b) Czy w przypadku zderzenia niesprężystego możemy otrzymać te same dane?

35. Częstka α zderza się z nieruchomym jądrem tlenu i ulega rozproszeniu pod kątem 64° względem kierunku, w jakim się poruszała przed zderzeniem. Jądro tlenu natomiast zostaje odrzucone pod kątem 51° względem tego kierunku, przy czym toru obu cząstek leżą po przeciwnych stronach pierwotnego kierunku ruchu cząstki α . Obliczyć stosunek prędkości tych cząstek. Jądro tlenu ma masę czterokrotnie większą od masy cząstki α .

Odp.: 3,46.

36. Deuteron jest cząstką jądrową składającą się z jednego neutronu i jednego protonu. Jego masa w przybliżeniu wynosi $3,4 \cdot 10^{-24}$ g. Deuteron przyspieszony w cyklotronie do prędkości 10⁹ cm/s zderza się z innym deuteronem będącym w spoczynku. (a) Jeżeli te dwie cząstki łączą się ze sobą tworząc jądro helu, to jaka będzie prędkość tego jądra. (b) Jądro helu następnie rozpada się na neutron o masie $1,7 \cdot 10^{-24}$ g i na izotop helu o masie $5,1 \cdot 10^{-24}$ g. Jeżeli neutron wylatuje pod kątem prostym do kierunku początkowej prędkości z prędkością $5 \cdot 10^8$ cm/s, to jaką wartość i kierunek ma prędkość izotopu helu?

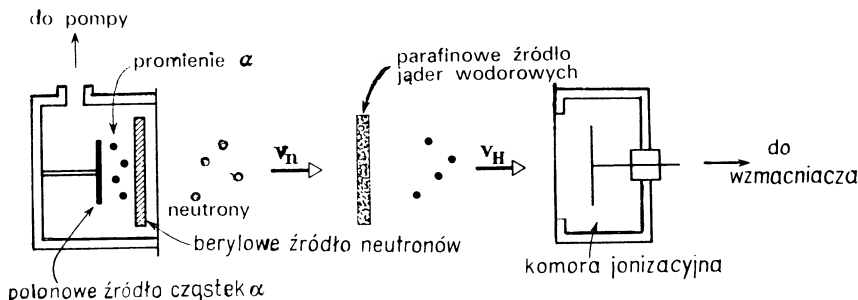


Rys. 10-24. Zadanie 37

37. Pewne jądro znajdujące się w stanie spoczynku rozpada się na trzy cząstki materialne. Dwie z nich są wykryte, o masach i prędkościach jak na rys. 10-24. (a) Jaki jest pęd trzeciej cząstki, której masa wynosi $12 \cdot 10^{-27}$ kg? (b) Ile energii wystąpiło w procesie rozpadu?

Od p.: (a) $(-1,0i + 0,64j) \cdot 10^{-19}$ N · s. (b) $1,1 \times 10^{-12}$ J.

38. W 1932 roku Chadwick przeprowadził w Anglii doświadczenie wykazujące istnienie neutronu (jedna z podstawowych cząstek wchodzących w skład jądra atomowego) i pokazujące jego własności. Schemat doświadczenia pokazany jest na rys. 10-25. W opróżnionej komorze umieszczono promieniotwórczy polon, który rozpadając się wysyła cząstki α (jądra helu). Cząstki te uderzając w blok berylowy wywołują reakcję, w której wyniku powstają neutrony. (Zachodzi tu następująca reakcja: He i Be oddziałując ze sobą tworzą promieniotwórczy węgiel, który rozpadając się tworzy trwałe węgiel + neutrony.) Dalej neutrony uderzają w warstwę parafiny (CH_4) uwalniając z niej jądra wodoru, które następnie są rejestrowane przez komorę jonizującą. Zderzenie jest sprężyste i część pędu neutronu zostaje przekazana jądru wodoru.



Rys. 10-25. Zadanie 38

(a) Znaleźć wyrażenie na maksymalną prędkość v_H , jaką może otrzymać jądro wodoru (masa m_H) wskutek zderzenia. Niech prędkość neutronów wynosi v_n , a ich masa m_n . Czy więcej energii zostanie przekazane w przypadku zderzenia centralnego czy niecentralnego?

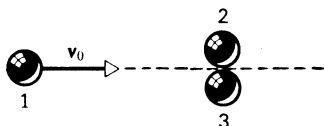
(b) Jednym z zadań Chadwicka było określenie masy nowej cząstki. Jednak z (a) wynika, że są dwie niewiadome v_n i m_n (v_H jest znana, można ją zmierzyć za pomocą komory jonizacyjnej). W celu wyeliminowania niewiadomej v_n Chadwick zastąpił parafinę blokiem paracyjanogenu (CN). Wówczas neutrony zamiast z jądrami wodoru będą zderzały się sprężysto z jądrami azotu. W wyrażeniu (a) zamieniamy v_H na v_N . Otrzymujemy w ten sposób dwa wyrażenia z niewiadomą v_n , którą możemy wyeliminować, i wyznaczyć m_n , gdyż w oddzielnych doświadczeniach zmierzono v_H i v_N . Chadwick stwierdził, że

$$v_H = 3,3 \cdot 10^9 \text{ cm/s},$$

$$v_N = 0,47 \cdot 10^9 \text{ cm/s}.$$

Jaką wartość otrzymał dla m_n ? Jak dalece wartość ta jest zgodna z ustaloną już wielkością $m_n = 1,00867$ u? (Przyjmij $m_H = 1,0$ u, $m_N = 14$ u.)

39. Piłka o prędkości początkowej 10 m/s zderza się sprężysto z dwoma identycznymi piłkami, których środki leżą na prostej prostopadłej do kierunku prędkości początkowej i które początkowo się stykają (rys. 10-26). Pierwsza piłka skierowana jest prosto w ten punkt styczności i piłki są doskonale gładkie. Znaleźć prędkości trzech piłek po zderzeniu. (Wskazówka: kierunki dwóch początkowo nieruchomych piłek można znaleźć rozważając kierunek popędu, jaki zyskały podczas zderzenia.)



Rys. 10-26. Zadanie 39

Od p.: v_2 i v_3 pod kątem 30° do v_0 , o wartości 6,9 m/s. v_1 będzie miało kierunek przeciwny do v_0 i wartość 2 m/s.

40. Po całkowicie niesprężystym zderzeniu, dwa przedmioty o jednakowej masie i prędkości początkowej oddalają się od siebie z prędkością o połowę mniejszą od początkowej. Znaleźć kąt między prędkościami początkowymi przedmiotów.

41. Wykazać, że powolny neutron rozproszony pod kątem 90° w zderzeniu sprężystym z deuteronem, początkowo w stanie spoczynku w zbiorniku ciężkiej wody, traci dwie trzecie energii kinetycznej na korzyść uderzonego deuteronu.

42. Wykazać, że w przypadku zderzenia sprężystego cząstki o masie m_1 z cząstką o masie m_2 , będącą początkowo w spoczynku: (a) maksymalny kąt θ_m między pierwotnym a końcowym kierunkiem prędkości cząstki jest określony wzorem $\cos^2 \theta_m = 1 - m_2^2/m_1^2$, czyli gdy $m_1 > m_2$, wtedy $0 \leq \theta_m \leq \pi/2$; (b) gdy $m_1 = m_2$, wtedy $\theta_1 + \theta_2 = \pi/2$; (c) gdy $m_1 < m_2$, wtedy θ_1 może przyjąć dowolną wartość zawartą między 0 a π .

Paragraf 10-7

43. Dwie kule o promieniach r_1 i r_2 ulegają zderzeniu. Jaki będzie przekrój czynny na zderzenie, w czasie którego kule ulegają zetknięciu.

Odp.: $\pi(r_1 + r_2)^2$.

44. W folię aluminiową o grubości 10^{-5} m uderzają powolne neutrony. Pewna ilość neutronów jest wychwycona przez aluminium, które staje się promieniotwórcze i rozpadając się emituje elektrony (β^-), tworząc krzem:



Przypuśćmy, że strumień neutronów wynosi $3 \cdot 10^{16}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$, a przekrój czynny na wychwyt neutronów jest równy 0,23 barnów. Ile przemian zachodzi w ciągu sekundy w jednostkowym polu?

45. W próbkę o masie 5 mg trwałego izotopu miedzi ${}^{65}\text{Cu}$ uderza wiązka prędkich neutronów. Istnieje pewne prawdopodobieństwo, że jądro miedzi może wchłonąć neutron, tworząc izotop promieniotwórczy ${}^{66}\text{Cu}$, który rozpadając się tworzy trwały izotop ${}^{66}\text{Zn}$. Jeżeli pomiary dotyczące emisji elektronów przez tę miedziową próbkę wykazują, że w ciągu sekundy zostaje wychwycone $4,6 \cdot 10^{11}$ neutronów, to jaki jest przekrój czynny na wychwyt neutronów z wiązki dla tej reakcji? Natężenie wiązki neutronowej jest $1,1 \cdot 10^{18}$ neutronów/ $(\text{m}^2 \cdot \text{s})$.

Odp.: 90 barnów.

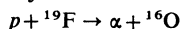
46. W grubej folii znajduje się dużo warstw cząstek bombardowanych, dlatego też ilość bombardujących cząstek, osiagających daną warstwę, zależy od ilości tych cząstek rozproszonych na warstwach poprzednich. Przypuśćmy, że ilość cząstek osiagających warstwę znajdującą się na głębokości s wynosi N , a ilość cząstek straconych na skutek rozproszenia w tej warstwie wynosi $-dN$. Wykazać, że

$$-\frac{dN}{N} = n\sigma ds, \quad N = N_0 e^{-n\sigma s},$$

gdzie N_0 jest ilością cząstek uderzających w jednostkowe pole przedniej powierzchni folii ($s = 0$), a n liczbą cząstek rozproszonych w jednostkowej objętości.

Paragraf 10-8

47. Dokładne masy występujące w reakcji



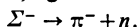
zostały wyznaczone przy pomocy spektrometru masowego i wynoszą

$$\begin{aligned} m_p &= 1,00783 \text{ u}, & m_\alpha &= 4,00260 \text{ u}, \\ m_F &= 18,99840 \text{ u}, & m_O &= 15,99491 \text{ u}. \end{aligned}$$

Obliczyć wartość Q reakcji wychodząc z tych danych i porównać z wartością Q wyliczoną w przykładzie 7 opisującym tę reakcję.

Odp.: 8,14 MeV.

48. Cząstka elementarna zwana Σ^- , znajdująca się w spoczynku w pewnym układzie odniesienia, rozpada się samorzutnie na dwie inne cząstki, zgodnie z równaniem



Masy tych cząstek są następujące:

$$m_{\Sigma^-} = 2340,5 m_e, \quad m_{\pi^-} = 273,2 m_e, \quad m_n = 1838,65 m_e,$$

gdzie m_e jest masą elektronu. (a) Ile energii kinetycznej wytwarza się w tym procesie? (b) Który z produktów rozpadu (π^- oraz n) otrzymuje większą część tej energii kinetycznej, a który większą część pędu?

49. Q reakcji, w której jądro ${}^{236}\text{U}$ znajdujące się w stanie spoczynku rozpada się dokładnie na dwie części o masach 132 u i 98 u, wynosi 192 MeV. (a) Ile energii się rozproszyło w postaci promieniowania? (b) Jaka jest prędkość każdej z tych części? (c) Ile wynosi energia kinetyczna każdej części?

Odp.: (a) 5400 MeV; (b) $v_{132} = 1,09 \cdot 10^7$ m/s, $v_{98} = 1,47 \cdot 10^7$ m/s; (c) ${}^{132}\text{K} = 81,7$ MeV, ${}^{98}\text{K} = 110$ MeV.